



## دفترچه سؤالات به همراه پاسفنامه تشریحی مرحله دوم نهمین دوره‌ی المپیاد فیزیک سال ۱۳۹۳

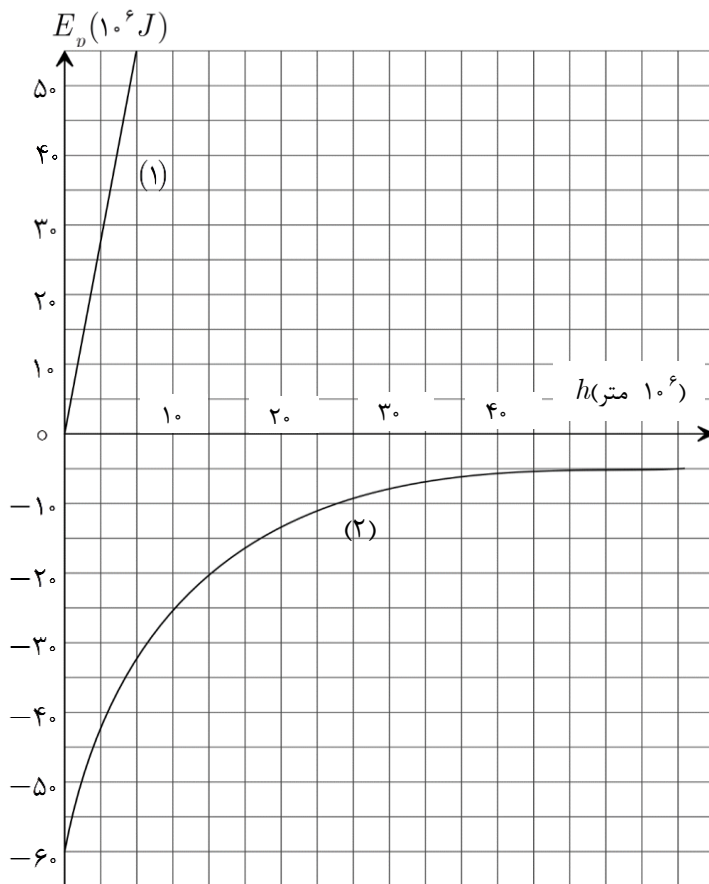
مدت آزمون (دقیقه)	تعداد سؤالات	
	مساله‌های تشریحی	سؤالات چند گزینه‌ای
۱۵۰	۷	-

استفاده از ماشین حساب ممنوع است.

توضیحات مهم

### تذکرات آزمون:

- ضمن آرزوی موفقیت برای شما دانش‌پژوه گرامی، خواهشمند است قبل از پاسخ به سؤالات آزمون به موارد زیر توجه کنید:
- این آزمون شامل ۷ سوال تشریحی و وقت آن ۱۵۰ دقیقه است.
- نمره‌ی هر سوال در ابتدای آن نوشته شده است.
- استفاده از ماشین حساب در این آزمون مجاز است.
- همراه داشتن تلفن همراه (حتی خاموش) در طول زمان آزمون مجاز نیست.
- فقط داوطلبانی می‌توانند دفترچه‌ی سؤالات را با خود ببرند که تا پایان آزمون در جلسه حضور داشته باشند.
- جمع‌آوری و آماده‌سازی دفترچه‌ی سؤالات این آزمون توسط کمیته‌ی علمی ماخ انجام شده است.



شکل (۹-۲۳)

۱- جسمی به جرم ۱ کیلوگرم را در نظر می‌گیریم. اگر نیروی وزن این جسم با افزایش ارتفاع از سطح زمین ثابت بماند، تغییرات انرژی پتانسیل ( $E_p$ ) آن بر حسب ارتفاع از سطح زمین ( $h$ ) به صورت خط راستی است که در شکل (۹-۲۳) با شماره ۱ مشخص شده است.

ولی چون نیروی وزن این جسم با فاصله از سطح زمین کم می‌شود. تغییرات انرژی پتانسیل بر حسب ارتفاع از سطح زمین یک خط خمیده است که با شماره ۲ مشخص شده است. محور افقی مجانب این منحنی است:

الف) در هر یک از دو منحنی مبدأ انرژی پتانسیل کجا انتخاب شده است؟

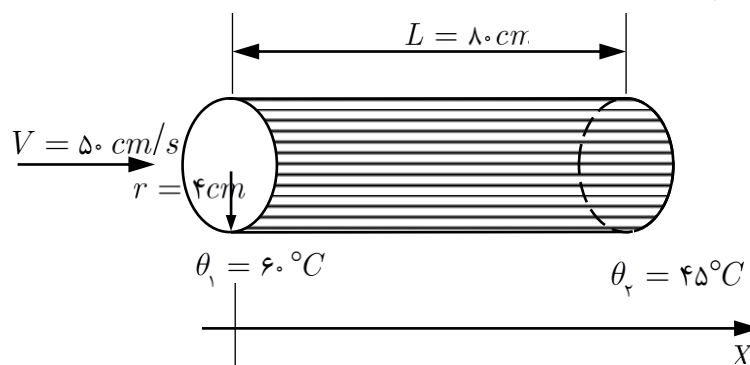
جسم را با سرعت  $8 \text{ km/s}$  در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. با فرض اینکه هوا در برابر حرکت جسم مقاومتی نداشته باشد.

ب) سرعت جسم در ارتفاع  $5000 \text{ km}$  از سطح زمین چند متر بر ثانیه است؟

ج) جسم حداکثر تا چه ارتفاعی بالا می‌رود؟

د) جسم را حداقل با چه سرعتی در راستای قائم به طرف بالا پرتاب کنیم تا دیگر به زمین برنگردد؟ (این سرعت را سرعت فرار می‌نامند).

۲- در لوله‌ای فلزی مطابق شکل (۹-۲۴) آب گرم با سرعت  $v = 50 \text{ cm/s}$  جریان دارد. آب با دمای  $\theta_1 = 60^\circ \text{C}$  از یک سر لوله وارد و از سر دیگر با دمای  $\theta_2 = 45^\circ \text{C}$  خارج می‌شود. زیرا از سطح لوله فلزی گرما به هوای مجاور داده می‌شود:



شکل (۹-۲۴)

الف) در هر ثانیه چند ژول گرما به محیط داده می‌شود؟ گرمای ویژه آب  $c = 4200 \text{ J/kg.k}$  است. فرض کنید تغییرات دمای لوله از  $\theta_1$  تا  $\theta_2$  در طول آن یکنواخت و دمای آب در هر جا با دمای سطح لوله در آنجا برابر باشد. همچنین فرض کنید  $u$ ، گرمایی که در واحد زمان از واحد سطح لوله به هوای مجاور داده می‌شود، (بر حسب  $\text{J/m}^2 \cdot \text{s}$ )، از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$u = \alpha(\theta - \theta_0)$$

که در آن  $\theta$  دمای نقطه‌ای از سطح لوله،  $\theta_0 = 20^\circ \text{C}$  دمای هوای مجاور لوله و  $\alpha$  یک ضریب ثابت است.

(ب) نمودار تغییرات  $\theta$  بر حسب  $X$  را رسم کنید.

(ج) با محاسبه گرمایی که در هر ثانیه از تمام سطح لوله به هوای مجاور داده می‌شود و استفاده از نتیجه قسمت الف، ضریب ثابت  $\alpha$  را در  $SI$  محاسبه کنید.  $\theta$

### مخصوص نظام قدیم

۳- شخصی به جرم  $M=50 \text{ kg}$  در حالی که یک سرفنر سبکی به ثابت  $k=400 \text{ N/m}$  را در دست گرفته است، روی یک ترازوی فنری

ایستاده است. به سر دیگر فنر جرم  $m=2$  کیلوگرم آویخته شده است: ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

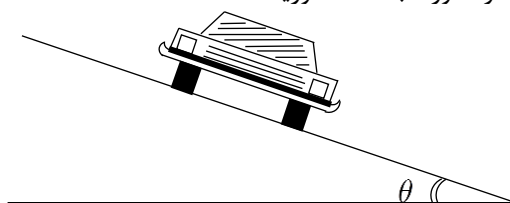
الف) اگر وزنه  $m$  در حال تعادل و شخص بی حرکت باشد، ترازوی فنری چه مقداری را نشان می‌دهد؟

حال این شخص با دست دیگرش وزنه  $m$  را به اندازه  $d=5 \text{ cm}$  پایین می‌کشد و سپس آن را رها می‌کند. با این کار وزنه  $m$  در دو طرف وضع تعادل به اندازه  $d$  بالا و پایین می‌رود.

ب) حداقل و حداکثر مقداری که ترازوی فنری نشان می‌دهد، چقدر است؟

### مخصوص نظام جدید

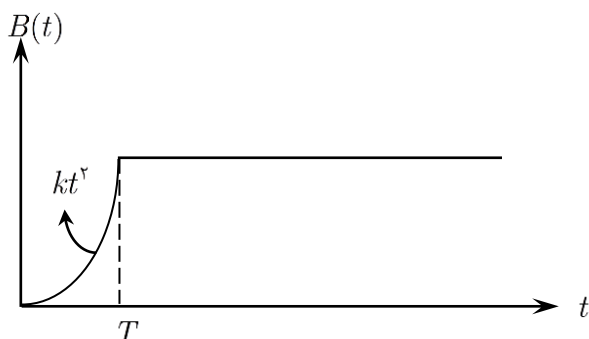
۴- در جاده‌ای با شیب عرضی و ضریب اصطکاک  $\mu$ ، اتومبیلی مطابق شکل (۹-۲۵) مسیر دایره‌ای به شعاع  $r$  را می‌پیماید. حداقل و حداکثر سرعت اتومبیل را برای این که سر نخورد، به دست آورید.



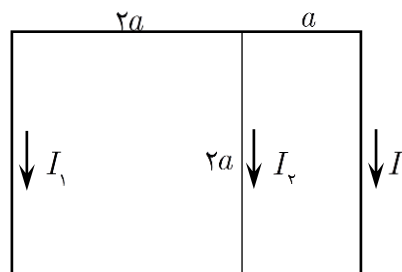
شکل (۹-۲۵)

۵- مداری مطابق شکل (۹-۲۶) از سیم‌هایی با مقاومت واحد طول  $\lambda$  تشکیل شده و ابعاد سیم‌ها در شکل داده شده است. میدان مغناطیسی متغیر  $B(t)$  را به طور عمود بر صفحه مدار و به طرف داخل اعمال می‌کنیم.

تغییرات میدان مغناطیسی  $B(t)$  با زمان در نمودار شکل (۹-۲۷) نشان داده شده است که در آن  $k$  و  $T$  اعداد ثابت و  $t$  زمان است. جریان داخل هر سیم را به صورت تابعی از زمان به دست آورید و آن را رسم کنید.



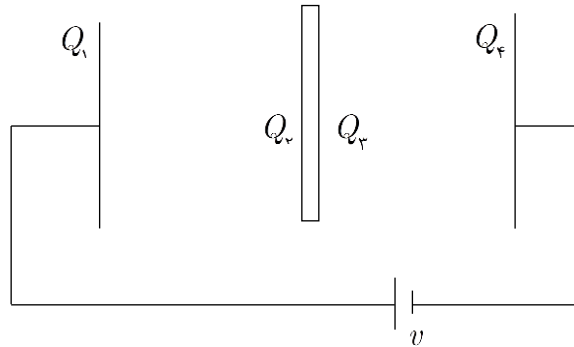
شکل (۹-۲۷)



شکل (۹-۲۶)

۶- خازن مسطحی به ظرفیت  $C$  را به دو قطب یک باتری به اختلاف پتانسیل  $V$  وصل کرده‌ایم. روی یک تیغه بسیار نازک فلزی که ابعاد آن با ابعاد صفحات خازن برابر است، بار  $Q$  قرار می‌دهیم و آن را به طوری که با صفحات خازن تماس پیدا نکند در بین آنها وارد می‌کنیم. تیغه مطابق شکل (۹-۲۸) درست در وسط دو صفحه خازن قرار می‌گیرد.

بارهای روی صفحه‌های خازن و دو طرف تیغه فلزی را مطابق شکل  $Q_1$  تا نامگذاری کرده‌ایم. بارهای مذکور را به دست آورید.



شکل (۹-۲۸)

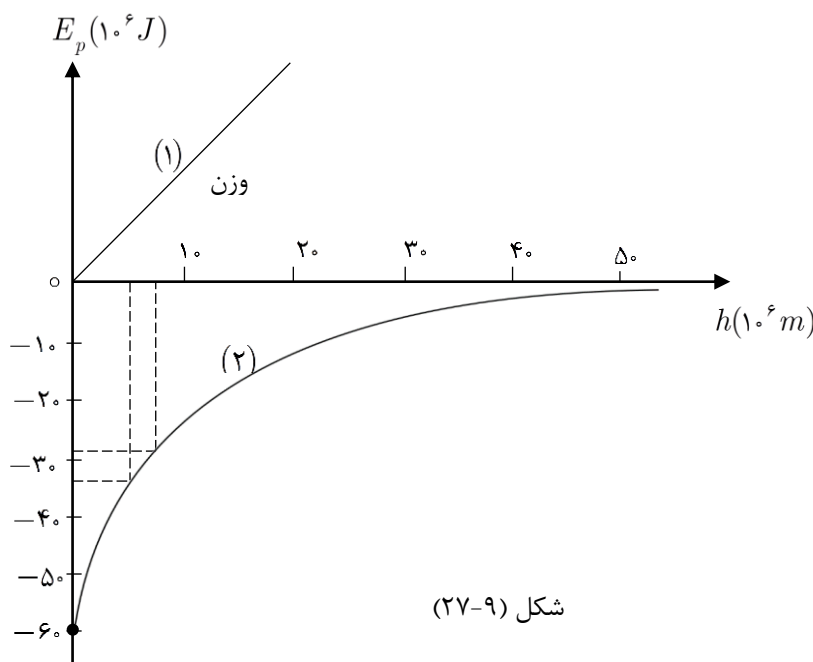
۷- در آسمان ستاره‌هایی وجود دارند موسوم به ستاره‌های مزدوج که در واقع از دو ستاره نزدیک به هم که دور یکدیگر می‌چرخند تشکیل شده‌اند. در پاره‌ای از شرایط ممکن است پدیده گرفت یا کسوف از دید ناظر زمینی رخ دهد، یعنی یکی از دو ستاره تمام یا بخشی از ستاره دیگر را بپوشاند و مانع رسیدن نور آن به ناظر شود، در این صورت دستگاه را ستاره مزدوج گرفتی می‌نامند. فرض کنید دستگاه ذکر شده از دو ستاره به شعاع یکسان  $r$  که در فاصله بسیار دوری از زمین قرار دارند تشکیل شده و درخشندگی آنها (شدت نوری که به ناظر زمینی می‌رسد)  $I_1$  و  $I_2$  باشد ( $I_1 > I_2$ ). برای سهولت روشنی قرص تصویر هر یک از دو ستاره، یعنی نوری که از واحد سطح تصویر به ناظر می‌رسد را یکنواخت در نظر می‌گیریم. فرض کنید ستاره ۱ ساکن است و مرکز ستاره ۲ روی دایره‌ای به شعاع  $R$  دور آن می‌چرخد. زاویه امتداد دید ناظر یا عمود بر صفحه مدار ستاره مزدوج را زاویه شیب مداری می‌نامیم و با  $i$  نشان می‌دهیم. الف) چه شرطی روی  $R$ ،  $i$  و  $r$  باشد تا:

۱- اصلاً گرفت رخ ندهد، ۲- گرفت جزئی رخ دهد، ۳- گرفت کلی رخ دهد.

ب) به علت دوری فاصله ناظر از مجموعه دو ستاره، یک تصویر تقریباً نقطه‌ای در تلسکوپ مشاهده می‌شود، به دلیل پدیده گرفت درخشندگی تصویر به طور متناوب تغییر می‌کند. با فرض آن که چرخش ستاره ۲ دور ستاره ۱ کاملاً یکنواخت باشد، منحنی تغییرات درخشندگی ستاره مزدوج برحسب زمان را برای حالت گرفت جزئی در یک دوره کامل رسم کنید. فقط رفتار منحنی، یعنی کاهش یا افزایش، درخشندگی مد نظر است و جزئیات کمی لازم نیست. درباره نقطاتی که رفتار منحنی تغییر می‌کند توضیح دهید. ج) برای حالت گرفت کلی، مقدار درخشندگی ستاره در مواقعی که کمینه می‌شود، چقدر است؟

«پاسخنامه‌ی تشریحی»

۱- نمودار تغییرات انرژی پتانسیل جسم یک کیلوگرمی بر حسب ارتفاع از سطح زمین در دو حالت ثابت گرفتن وزن و به حساب آوردن تغییرات وزن در شکل (۹-۷۲) رسم شده است.



شکل (۹-۲۷)

الف) در نمودار شماره (۱) مبدأ انرژی پتانسیل سطح زمین در نظر گرفته شده است، زیرا در  $h = 0$  انرژی پتانسیل صفر فرض شده است. در نمودار شماره (۲) مبدأ انرژی پتانسیل در فاصله بی‌نهایت از سطح زمین در نظر گرفته شده است. زیرا نمودار (۲) بر محور افقی مجانب است و در  $h = \infty$  به آن می‌رسد و در آن نقطه انرژی پتانسیل صفر گرفته شده است.

ب) چون در فاصله‌های دور از سطح زمین نمی‌توان نیروی وزن را برابر با وزن در سطح زمین گرفت، باید برای تغییرات انرژی پتانسیل از نمودار (۲) استفاده کرد. در نزدیکی‌های سطح زمین تقریباً نیروی وزن ثابت است و می‌توان از نمودار شماره (۱) و یا قسمت کوچکی از ابتدای نمودار (۲) که آن هم تقریباً خط مستقیمی است، استفاده کرد.

در سطح زمین جسم مورد نظر دارای انرژی پتانسیل و به علت سرعت پرتاب دارای انرژی جنبشی است. مجموع این دو انرژی که انرژی مکانیکی نامیده می‌شود، چنین است.

$$E = E_p + E_k = -6.0 \times 10^6 + \frac{1}{2} \times 1 \times (8000)^2 = -28 \times 10^6 J$$

چون مقاومت هوا در برابر حرکت این جسم صفر فرض شده است، انرژی مکانیکی این جسم تحت تأثیر نیروی وزن ثابت می‌ماند و در هر ارتفاعی، همان مقدار در سطح زمین را دارد. با افزایش ارتفاع انرژی جنبشی کاهش یافته و انرژی پتانسیل آن افزایش می‌یابد و در ارتفاع  $5000 km$  از سطح زمین، انرژی پتانسیل جسم را می‌توان از روی نمودار (۲) به دست آورد. مقدار آن  $-35 \times 10^6 J$  است. با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$E = -35 \times 10^6 + \frac{1}{2} \times 1 \times V^2 = -28 \times 10^6 J$$

$$V^2 = 14 \times 10^6 \Rightarrow V = 3740 \frac{m}{s} = 3 / 74 \frac{km}{s}$$

ج) هنگامی که جسم به حداکثر ارتفاع خود می‌رسد، سرعتش صفر شده است و همه انرژی مکانیکی آن به صورت انرژی پتانسیل درآمده است. باید از روی نمودار (۲) ارتفاعی را بیابیم که در آن ارتفاع انرژی پتانسیل  $-28 \times 10^6 J$  باشد. چنین نقطه‌ای حدود  $7000 km$  از سطح زمین فاصله دارد.

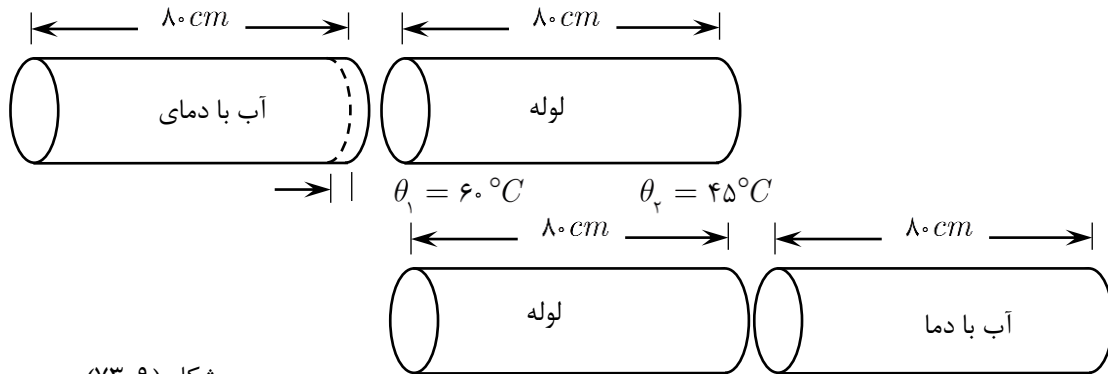
د) اگر بخواهیم جسم پرتاب شده به زمین باز نگردد، باید جسم به بی‌نهایت، یعنی جایی که انرژی پتانسیل آن صفر است برسد. چون

می‌خواهیم حداقل سرعت پرتاب را بیابیم، باید جسم در چنین نقطه‌ای، سرعتش نیز صفر باشد. بنابراین انرژی مکانیکی جسم در فاصله بسیار دور از زمین باید صفر باشد. در نتیجه انرژی مکانیکی آن در سطح زمین نیز باید صفر باشد.

$$E = -60 \times 10^6 + \frac{1}{2} \times 1 \times V_s^2 = 0$$

$$V_s^2 = 120 \times 10^6 \Rightarrow V_s = 10950 \frac{m}{s} = 10 / 95 \frac{km}{s}$$

۲- در شکل (۷۳-۹) لوله فلزی که آب گرم درون آن جریان دارد، نشان داده شده است.



شکل (۷۳-۹)

در سمت چپ لوله فلزی، ستونی از آب به سطح مقطع لوله و همان طول با دمای  $\theta_1 = 60^\circ C$  در نظر گرفته‌ایم. یک لایه نازک به شکل قرص از این آب گرم، در ابتدای لوله دارای دمای  $60^\circ C$  است و پس از طی طول لوله دمایش به  $45^\circ C$  می‌رسد. این لایه پس از خروج از لوله، وارد ستونی می‌شود که در سمت راست لوله فلزی در نظر گرفته‌ایم. لایه بعدی آب گرم نیز پس از طی لوله، همین فرایند را می‌پیماید. هنگامی که معادل حجم لوله فلزی آب گرم از سمت چپ آن وارد می‌شود، معادل آن آب با دمای کمتر از سمت راست خارج شده است. مقایسه دو حالت در شکل (۷۳-۹) نشان می‌دهد که در مدت زمانی که آب طول لوله را می‌پیماید، مقداری آب با حجم معادل لوله فلزی، از دمای  $\theta_1$  به دمای  $\theta_2$  می‌رسد.

$$Q = mc(\theta_1 - \theta_2) = \pi r^2 \ell \rho c (\theta_1 - \theta_2)$$

$$Q = 3 / 14 \times (0 / 04)^2 \times 0 / 8 \times 10^3 \times 4200 \times (60 - 45) = 253 kJ$$

$$t = \frac{0 / 8}{0 / 5} = 1 / 6 s \quad \frac{Q}{t} = \frac{253 \times 10^3}{1 / 6} = 158 \frac{kJ}{s}$$

ب) نمودار تغییرات دمای لوله در طول آن در شکل (۷۴-۹) رسم شده است.

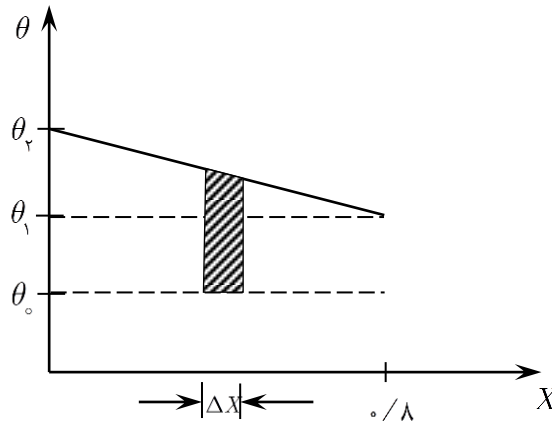
ج) طول کوچکی به اندازه  $\Delta x$  روی لوله در نظر می‌گیریم. گرمایی که از این قسمت از لوله به محیط داده می‌شود، مربوط به مساحت نواری به پهنای  $\Delta x$  و طول برابر با محیط لوله است، این گرما را  $\Delta Q$  می‌نامیم و داریم:

$$\Delta Q = u \Delta s = \alpha (\theta - \theta_0) 2\pi r \Delta x = 2\pi r \alpha (\theta - \theta_0) \Delta x$$

در عبارت بالا  $(\theta - \theta_0) \Delta x$  با مساحت نواری که در شکل (۷۴-۹) هاشور خورده، برابر است و گرمایی که از قسمت‌های دیگر لوله به محیط داده می‌شود، با مساحت نوارهای مجاور آن برابر است و گرمایی که از تمام طول لوله به محیط داده می‌شود با مساحت زیر تمام نمودار شکل (۷۴-۹) که یک دوزنقه است، متناسب است و داریم:

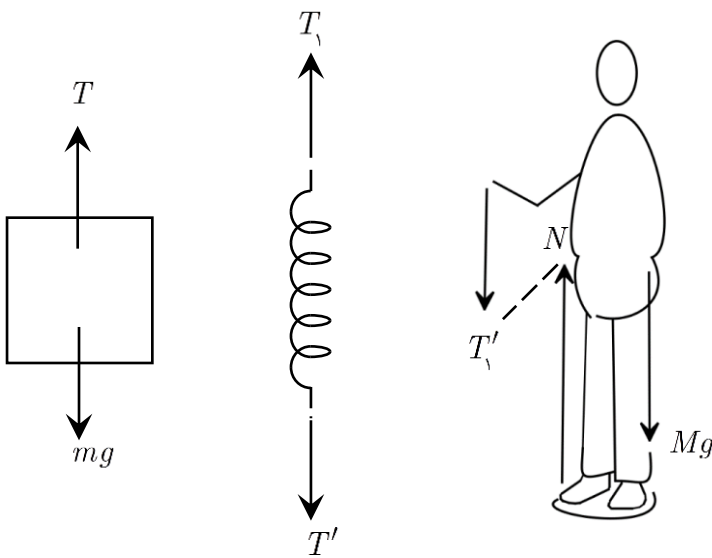
$$Q = 2\pi r \alpha \frac{(\theta_1 - \theta_0) + (\theta_2 - \theta_0)}{2} \ell$$

$$\alpha = \frac{158 \times 10^3}{3 / 14 \times 0. / 0.4(40 + 25) \times 0. / 8} = 24 / 1 \times 10^3 \frac{J}{m^2 ks}$$



شکل (۹-۷۴)

۳- در شکل (۹-۷۵) وزنه ۲ کیلوگرمی، فنر و شخصی که روی ترازوی فنری ایستاده است، هر کدام جداگانه رسم و نیروهای وارد به هر کدام نیز نشان داده شده است. الف) چون وزنه  $m$  در حال تعادل است برآیند نیروهای وارد بر آن باید صفر باشد. بر این وزنه، دو نیروی  $mg = 2 \times 10 N$  و نیروی کشش فنر  $T$  وارد می‌شود. پس  $T = 20 N$  خواهد بود. نیروی  $T'$  که عکس‌العمل نیروی  $T$  است و از وزنه به فنر وارد می‌شود نیز برابر با  $20 N$  خواهد بود. به سر دیگر فنر که در دست شخص است نیروی  $T_1$  از طرف شخص وارد می‌شود. چون فنر نیز به در حال تعادل است، باید  $T_1 = 20 N$  باشد. نیروی  $T'_1$  که بر دست شخص وارد شده است، عکس‌العمل نیروی  $T_1$  است و آشکار است که مقدار آن نیز باید  $20 N$  باشد. بر شخص ایستاده روی ترازوی فنری



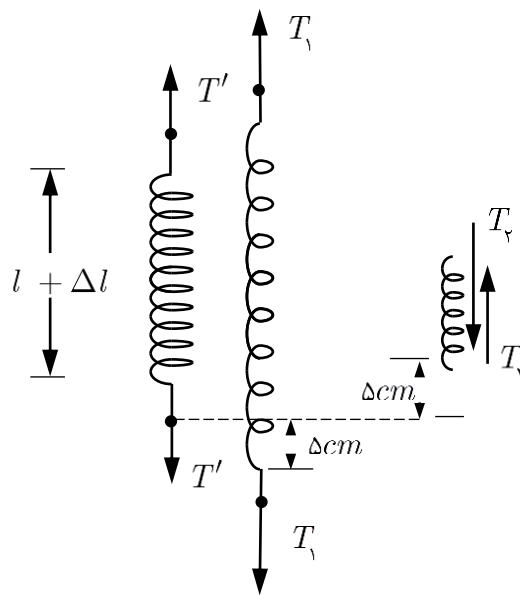
شکل (۹-۷۵)

نیروی وزن  $Mg$  و نیروی  $N$  از کف ترازو وارد می‌شود. چون شخص نیز در حال تعادل است داریم:

$$N = Mg + T'_1 = 50 \times 10 + 20 = 520 N$$

عکس‌العمل نیروی  $N$ ، نیروی  $N'$  است که شخص به کف ترازو وارد می‌کند و باید با نیروی  $N$  برابر باشد. عددی که ترازوی فنری نشان می‌دهد، همان مقدار  $N'$  است که به کف آن وارد می‌شود. بنابراین در این حالت ترازو عدد  $520 N$  را نشان می‌دهد.

ب) هنگامی که وزنه پایین کشیده شده و رها می‌شود، وزنه در دو طرف حالت تعادل نوسان می‌کند. در این حالت حداکثر طول فنر  $5 cm$  از طول حالت تعادل بیشتر و حداقل طول آن  $5 cm$  کمتر از طول حالت تعادل خواهد بود. (در شکل ۹-۷۶) طول فنر در سه حالت تعادل، بیشترین و کمترین نشان داده شده است. ابتدا طول فنر را در حالت تعادل به دست می‌آوریم. در حالت تعادل نیرویی که به فنر وارد می‌شود با وزن وزنه برابر است. داریم:



شکل (۹-۷۶)

$$mg = k\Delta l_0 \Rightarrow \Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{20}{400} = 0.05m$$

در حالی که وزنه به پایین ترین جا رسیده است، افزایش طول فنر نسبت به حالت عادی و نیروی کشش  $T_1$  چنین است.

$$\Delta l_1 = \Delta l_0 + 0.05 = 0.05 + 0.05 = 0.1m$$

$$T_1 = k\Delta l_1 = 400 \times 0.1 = 40N$$

اکنون با استفاده از آنچه در قسمت (الف) توضیح داده شد، می توان  $N$ ، نیرویی را که کف باسکول به شخص وارد می کند و در نتیجه عددی که باسکول نشان می دهد به دست آورد. داریم:

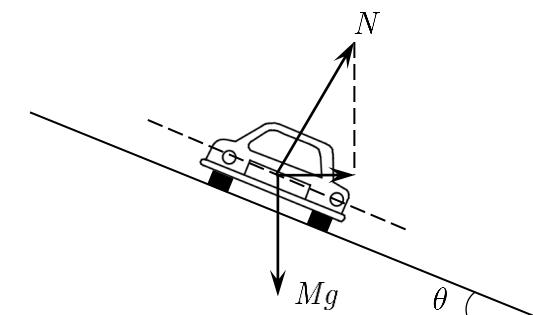
$$N = Mg + T_1 = 50 \times 1 + 40 = 90N$$

هنگامی که وزنه به بالاترین جا می رسد، برای افزایش طول فنر نسبت به حالت تعادل و نیروی کشش  $T_2$  داریم:

$$\Delta l_2 = \Delta l_0 - 0.05 = 0.05 - 0.05 = 0$$

$$T_2 = k\Delta l_2 = 0$$

در این حالت فنر طول عادی خود را دارد و نیروی کشش آن صفر است. بنابراین به دست شخص هم از طرف فنر نیرویی وارد نمی شود. در نتیجه ترازوی فتری در این حالت وزن عادی شخص یعنی  $Mg = 50N$  را نشان می دهد.



شکل (۹-۷۷)

ابتدا شرایطی را در نظر می گیریم که نیروی اصطکاک جاده در عرض آن صفر باشد. نیروهای وارد بر اتومبیل در شکل (۹-۷۷) نشان داده شده است. شتاب اتومبیل در راستای قائم صفر است و نتیجه می شود:

$$N \cos \theta = Mg$$

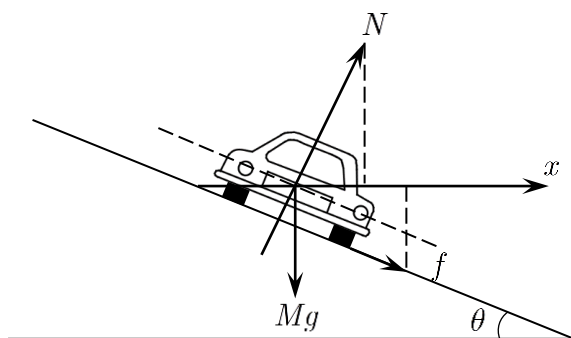
در راستای افقی شتاب اتومبیل  $\frac{v^2}{r}$  است و مؤلفه افقی  $N$ ، این شتاب را به وجود می آورد، داریم:

$$N \sin \theta = M \frac{v^2}{r}$$

از تقسیم دو رابطه بر هم نتیجه می شود:



$$\operatorname{tg} \theta = \frac{v^r}{rg}$$



شکل (۷۸-۹)

در یک جاده ساخته شده  $r$ ،  $g$  و  $\theta$  مشخص است و قابل تغییر نیست. در نتیجه تنها در سرعت معینی که از رابطه بالا به دست می‌آید، نیروی اصطکاک در عرض جاده صفر است. اگر جاده واقعاً بدون اصطکاک باشد، مثلاً جاده یخ بسته باشد، جز با سرعتی که از رابطه بالا به دست می‌آید، نمی‌توان قوس جاده را پیمود و سرعت کمتر یا بیشتر از آن اتومبیل را از جاده منحرف خواهد کرد. در عمل ضریب اصطکاک صفر نیست و می‌توان با سرعتی کمتر و یا بیشتر از آنچه از رابطه بالا به دست می‌آید در جاده حرکت کرد. چنانچه سرعت بیشتر شود، شتاب جانب مرکز نیز بیشتر خواهد شد و شتاب بیشتر به نیروی جانب مرکز بیشتری نیاز دارد. بنابراین علاوه بر

مؤلفه افقی نیروی  $N$ ، نیروی اصطکاک در عرض جاده و به طرف مرکز نیز در ایجاد چنین شتابی مؤثر است. در شکل (۷۸-۹) نیروهای وارد بر اتومبیل در این حالت مشخص شده است. نیروها را در دو راستای افقی و قائم تجزیه می‌کنیم. داریم:

$$N \sin \theta + f \cos \theta = M \frac{v_h^r}{r}$$

$$N \cos \theta - Mg - f \sin \theta = 0$$

اگر دو رابطه بالا را بر هم تقسیم کنیم داریم:

$$\frac{N \sin \theta}{N \cos \theta} = \frac{M \frac{V_h^r}{r} - f \cos \theta}{Mg + f \sin \theta}$$

$$Mg \sin \theta + f \sin^2 \theta = M \cos \theta \frac{v_h^r}{r} - f \cos^2 \theta$$

$$Mg \sin \theta + f = M \cos \theta \frac{v_h^r}{r}$$

چون بیشترین مقدار سرعت مورد نظر است، از آخرین رابطه پیداست که باید  $f$  نیز به بیشترین مقدار خود، یعنی  $\mu N$  برسد. اکنون در دو رابطه اصلی به جای  $f$  مقدار  $\mu N$  را قرار داده و  $V_{\max}$  را به دست می‌آوریم. داریم:

$$N \sin \theta + \mu N \cos \theta = M \frac{V_{\max}^r}{r}$$

$$N \cos \theta - Mg - \mu N \sin \theta = 0$$

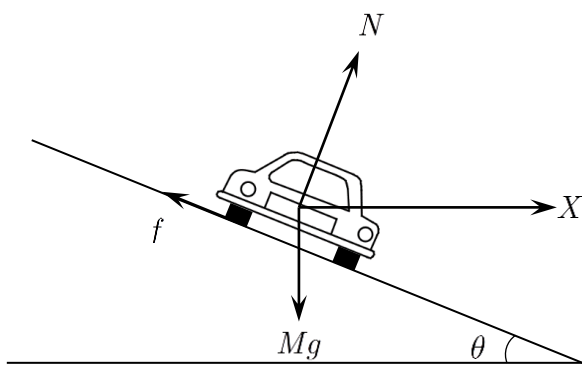
از رابطه اول داریم:

$$N = \frac{M \frac{V_{\max}^r}{r}}{\sin \theta + \mu \cos \theta}$$

مقدار  $N$  را در رابطه دوم قرار می‌دهیم.

$$Mg = \frac{M \frac{V_{\max}^r}{r}}{\sin \theta + \mu \cos \theta} (\cos \theta - \mu \sin \theta)$$

$$V_{\max}^r = rg \frac{\sin \theta + \mu \cos \theta}{\cos \theta - \mu \sin \theta}$$



شکل (۷۹-۹)

هنگامی که سرعت کمتر از مقداری باشد که شرایط بدون اصطکاک ایجاب می‌کند، شتاب جانب مرکز و در نتیجه نیروی جانب مرکز باید کمتر شود. در این حالت باید نیروی اصطکاک به نحوری باشد که از مؤلفه افقی نیروی  $N$  بکاهد. در شکل (۹-۷۹) نیروهای وارد بر اتومبیل در این حالت رسم شده است. پس از تجزیه نیروهای وارد بر اتومبیل در دو راستای قائم و افقی داریم:

$$N \sin \theta - f \cos \theta = M \frac{V_{\ell}^2}{r}$$

$$N \cos \theta + f \sin \theta - Mg = 0$$

با تقسیم دو رابطه بالا بر هم نتیجه می‌شود:

$$Mg \sin \theta = M \frac{V_{\ell}^2}{r} \cos \theta + f$$

چون کمترین سرعت ممکن مورد نظر است، از آخرین رابطه پیداست که باید  $f$  بیشترین مقدار خود یعنی  $\mu N$  را داشته باشد. اکنون در روابط اصلی به جای  $f$  مقدار  $\mu N$  را قرار می‌دهیم و  $V_{\min}$  را محاسبه می‌کنیم. داریم:

$$N \sin \theta - \mu N \cos \theta = M \frac{V_{\min}^2}{r}$$

$$N \cos \theta + \mu N \sin \theta - Mg = 0$$

از رابطه اول داریم:

$$N = \frac{M \frac{V_{\min}^2}{r}}{\sin \theta + \mu \cos \theta}$$

$$\frac{M \frac{V_{\min}^2}{r}}{\sin \theta + \mu \cos \theta} (\cos \theta - \mu \sin \theta) = Mg$$

$$V_{\min}^2 = rg \frac{\sin \theta - \mu \cos \theta}{\cos \theta + \mu \sin \theta}$$

۵- مدار مورد نظر در شکل (۹-۸۰) رسم شده است به علت شار مغناطیسی متغیر با زمان که از حلقه‌ها می‌گذرد، در هر کدام نیروی محرکه‌ای القا می‌شود. چون میدان مغناطیسی عمود بر صفحه مدار است، شار  $\phi_1$  و  $\phi_2$  که از مدار سمت راست و سمت چپ می‌گذرد، به ترتیب زیر است:

$$\phi_1(t) = (\mathcal{F}a^2)B(t)$$

$$\phi_2(t) = (\mathcal{R}a^2)B(t)$$

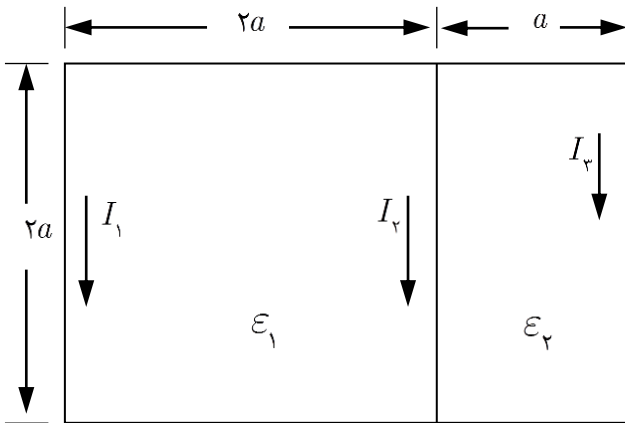
نیروی محرکه القایی در دو حلقه به ترتیب زیر است:

$$\varepsilon_1 = \frac{d\phi_1}{dt} = \mathcal{F}a^2 \frac{dB}{dt}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{d\phi_2}{dt} = \mathcal{R}a^2 \frac{dB}{dt}$$

چون در زمان  $t > T$  میدان مغناطیسی ثابت است، نیروی محرکه القایی تنها در زمان  $t \leq T$  در مدارها وجود دارد و جریان‌های مدار نیز تنها در این بازه زمانی وجود دارد.

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= \mathcal{F}a^2 \times \mathcal{R}kt = \mathcal{R}ka^2 t \\ \varepsilon_2 &= \mathcal{R}a^2 \times \mathcal{R}kt = \mathcal{F}ka^2 t \end{aligned} \right\} t \leq T$$



شکل (۹-۸۰)

اکنون می‌توان با استفاده از قانون‌های کیرشهف، معادله‌های اختلاف پتانسیل و جریان‌ها را نوشت.

$$\epsilon_1 = \mathcal{E}a\lambda I_1 - 2a\lambda I_2 = \lambda ka^2 t$$

$$\epsilon_2 = 2a\lambda I_2 - \mathcal{E}a\lambda I_3 = 4ka^2 t$$

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$3I_1 - I_2 = 4 \frac{k}{\lambda} at$$

$$I_2 - 2I_3 = 2 \frac{k}{\lambda} at$$

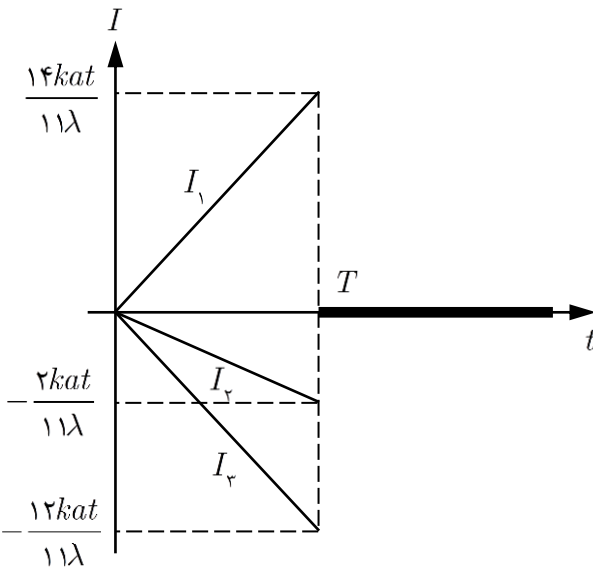
$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

از حل سه معادله بالا برای جریان‌ها، مقادیر زیر به دست می‌آید:

$$I_1 = \frac{14 kat}{11 \lambda}$$

$$I_2 = -\frac{2 kat}{11 \lambda}$$

$$I_3 = \frac{12 kat}{11 \lambda}$$



شکل (۹-۸۱)

همان‌طور که قبلاً توضیح داده شد بعد از زمان  $t=T$ ، نیروهای محرکه القایی و در نتیجه جریان در شاخه‌های مدار صفر است. نمودار تغییرات جریانها با زمان در شکل (۹-۸۱) نشان داده شده است.

در اینجا تذکر این نکته ضروری است که چون جریان‌هایی که از مدارهای می‌گذرد، تابع زمان است، میدان مغناطیسی حاصل از این جریان نیز تابعی از زمان است. (این میدان مغناطیسی نباید با میدان مغناطیسی خارجی اشتباه شود) شاری که سبب این میدان مغناطیسی از مدار می‌گذرد با زمان تغییر می‌کند و علاوه بر نیروهای محرکه  $\epsilon_1$  و  $\epsilon_2$  که به دست آمد، نیروی محرکه‌ای متناسب با مشتق جریان‌های الکتریکی نسبت به زمان به وجود می‌آورد. بنابراین جریان‌های مدار، مجموع این جریان‌ها با جریان‌هایی که به دست آوردیم، خواهد بود. در راه حلی که ارائه شد، از قسمت دوم جریان‌های الکتریکی چشم‌پوشی کردیم.

خازن مورد نظر در شکل (۹-۸۲) نشان داده شده است. با قرار دادن صفحه فلزی نازک هر کدام با ظرفیت  $2C$  به دست می‌آید، زیرا فاصله صفحات این خازن‌های جدید، نسبت به خازن قبلی نصف شده است.

دو صفحه خازن ۱ دارای بارهای  $Q_1$  و  $Q_2$  است. این بارها باید اندازه یکسان و علامت مخالف هم داشته باشند. دو صفحه خازن ۲ نیز بارهای  $Q_3$  و  $Q_4$  دارد که همان رابطه میان آنها برقرار است. بنابراین دو معادله زیر از این ملاحظات به دست می‌آید.

$$Q_1 = -Q_2$$

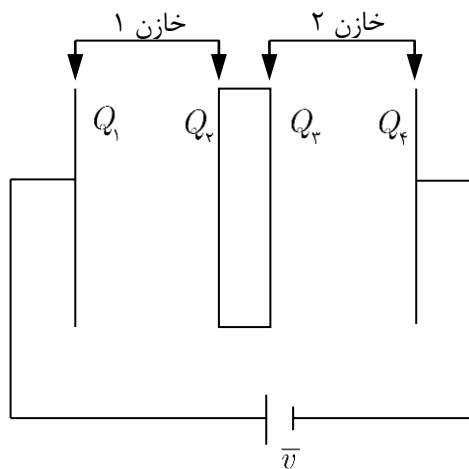
$$Q_3 = -Q_4$$

چون بار الکتریکی تیغه فلزی باید همان مقدار قبلی یعنی  $Q$  باشد، داریم:  $Q_1 + Q_2 = Q$  مجموع اختلاف پتانسیل دو خازن باید با  $V$  برابر باشد پس:

$$\frac{Q_1}{2C} = \frac{Q_2}{2C} = V \Rightarrow Q_1 + Q_2 = 2CV$$

از چهار معادله بالا می‌توان بارهای  $Q_1$  تا  $Q_4$  را به دست آورد. نتیجه به شرح زیر است:

$$Q_1 = CV - \frac{Q}{2} \quad Q_2 = \frac{Q}{2} - CV \quad Q_3 = CV + \frac{Q}{2} \quad Q_4 = -CV - \frac{Q}{2}$$



شکل (۸۲-۹)

۷- در شکل (۸۳-۹) خط دید که از ستاره می‌گذرد و صفحه

گردش ستاره ۲ به دور ستاره ۱ نشان داده شده است. بر صفحه گردش ستاره ۲ به دور ستاره ۱ خطی عمود کرده‌ایم و  $l$  نامیده‌ایم و با خط دید زاویه  $i$  می‌سازد. صفحه‌ای را که از خط دید و خط  $l$  ساخته می‌شود صفحه دید می‌نامیم که بر صفحه کاغذ منطبق است.

الف) هنگامی که ستاره ۲ در صفحه دید قرار دارد برای ناظر مرکز دو ستاره کمترین مقدار را دارد که در شکل با  $\delta$  نشان داده شده است (هنگامی که خط واصل میان مرکز ستاره‌ها، عمود بر صفحه دید باشد، برای ناظر مرکز دو ستاره بیشترین مقدار را دارد) همان طور که از شکل پیداست، اگر  $\delta$  از  $2r$  بزرگتر باشد هیچ‌گاه ستاره ۲ در گردش به دور ستاره ۱، قسمتی از آن را نخواهد پوشاند. بنابراین داریم:

$$\delta = R \cos i > 2r$$

گرفت رخ نمی‌دهد

$$\delta = R \cos i < 2r$$

گرفت جزئی رخ می‌دهد

$$\delta = R \cos i = 0 \Rightarrow i = \frac{\pi}{2}$$

گرفت کلی رخ می‌دهد

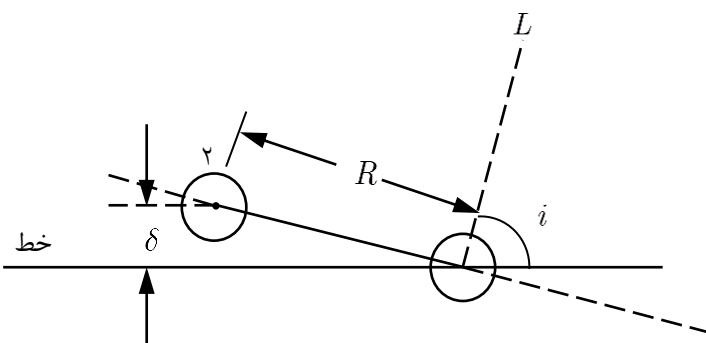
ب) در شکل (۸۴-۹) وضعیت ستاره‌ها به نحوی نشان داده شده است که حالت گرفت جزئی رخ می‌دهد هنگامی که خط واصل میان مرکز

ستاره‌ها در صفحه دید قرار گیرد، ستاره ۲ بخشی از ستاره ۱ را خواهد پوشاند. اگر این مساحت را  $S$  بنامیم، از ستاره ۲ شدت  $I_2$

$$\text{و از ستاره ۱ شدت } I_1 \left(1 - \frac{S}{\pi r^2}\right) \text{ دیده خواهد شد.}$$

هنگامی که خط واصل میان مرکز دو ستاره بر صفحه دید عمود باشد دو ستاره به فاصله  $R$  از یکدیگر دیده شده و هیچ قسمتی از یکدیگر را

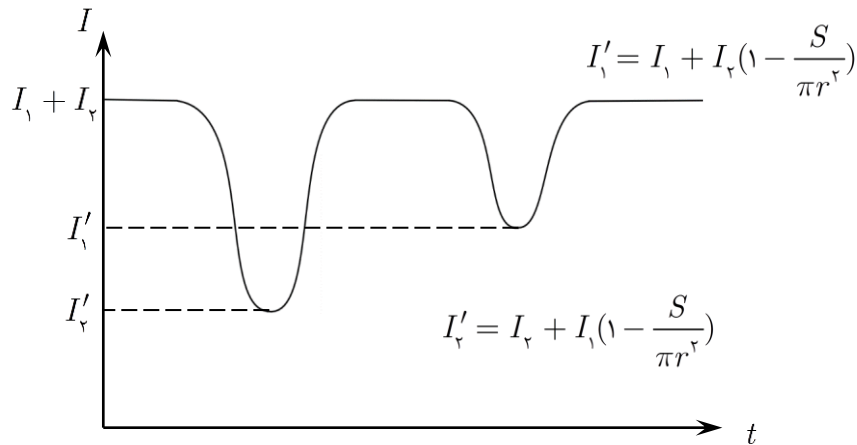
نخواهد پوشاند. بنابراین از هر دو ستاره تمام شدت یعنی  $I_1 + I_2$  دیده خواهد شد.



شکل (۸۴-۹)

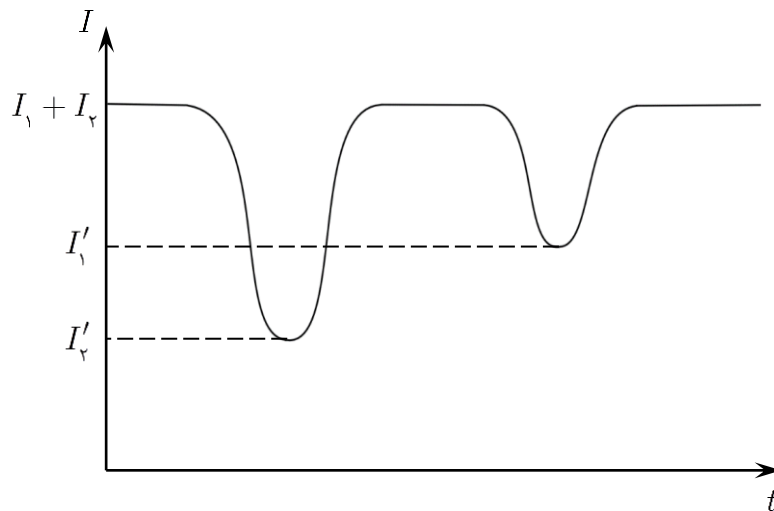
هنگامی که مجدداً خط واصل میان مراکز ستاره‌ها روی صفحه دید قرار می‌گیرد، قسمتی از ستاره ۲ توسط ستاره ۱ پوشانده می‌شود و در این حالت از ستاره ۱ تمام شدت و از ستاره ۲  $I_2(1 - \frac{S}{\pi r_2^2})$  به چشم می‌رسد. با گردش ستاره ۲، دوباره خط واصل میان مراکز ستاره‌ها عمود بر خط دید قرار می‌گیرد و شدت  $I_1 + I_2$  به چشم خواهد رسید؛ با این توضیحات نمودار تغییرات شدت ستاره‌ها در حالت گرفت جزئی مانند شکل (۸۵-۹) خواهد بود.

$$I'_1 = I_1 + I_2(1 - \frac{S}{\pi r_2^2})$$



شکل (۸۵-۹)

ج) در حالت گرفت کلی، گاهی ستاره ۱ تمام ستاره ۲ و گاهی ستاره ۲ تمام ستاره ۱ را می‌پوشاند در این حالت‌ها تنها شدت  $I_1$  و یا  $I_2$  دیده خواهد شد. در مواقعی مانند گرفت جزئی، هیچ یک از دو ستاره یکدیگر را نمی‌پوشانند. بنابراین نمودار تغییرات شدت مانند شکل (۸۶-۹) خواهد بود.



شکل (۸۶-۹)