جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش

دفترچه سوالات به همراه پاسخنامه تشریحی
مرحله دوم
چهارمین دوره‌ی المپیاد فیزیک سال ۱۳۹۹

تعداد سوالات		مدت آزمون (دقیقه)
سوالات چند گزینه‌ای	مساله‌های تشریحی	
--	۱۰	۲۰۰

توضیحات مهم

استفاده از ماشین حساب مجاز است.

تذکرات آزمون:

ضمن آرزوی موفقیت برای شما دانش‌پژوه گرامی، خواهشمند است قبل از پاسخ به سؤالات آزمون به موارد زیر توجه کنید:

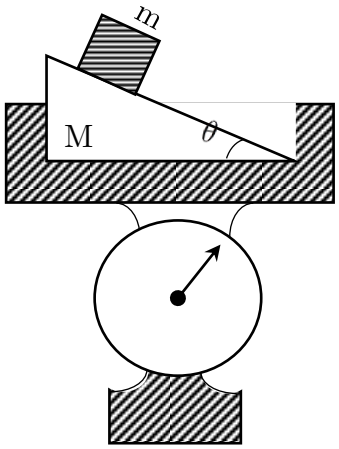
- این آزمون شامل **۱۰ مسأله تشریحی** و وقت آن **۲۰۰ دقیقه** است.
- نمره‌ی هر سوال در ابتدای آن نوشته شده است.
- استفاده از ماشین‌حساب در این آزمون مجاز است.
- همراه داشتن تلفن همراه (حتی خاموش) در طول زمان آزمون مجاز **نیست**.
- فقط داوطلبانی می‌توانند دفترچه‌ی سؤالات را با خود ببرند که تا پایان آزمون در جلسه حضور داشته باشند.
- جمع‌آوری و آماده‌سازی دفترچه‌ی سوالات این آزمون توسط **کمیته‌ی علمی ماخ** انجام شده است.

www.MAAKH.ir

کلیه حقوق این سوالات برای ماخ محفوظ است.

طرح از: آقای دکتر محمدی

۱- جسمی به جرم m روی سطح شیبداری به جرم M قرار دارد. سیستم را مطابق شکل (۴-۱) روی کفهٔ ترازوی فنری قرار داده‌ایم. به فرض آن‌که اصطکاک بین جسم و سطح شیب‌دار ناچیز باشد، ترازو چه عددی را برحسب m و M و θ نشان می‌دهد؟ (θ زاویهٔ سطح شیبدار با سطح افق است)

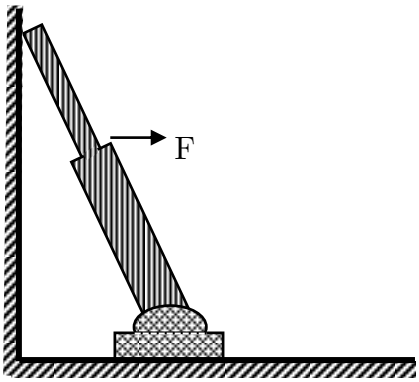


شکل (۴-۱)

طرح از: آقای شیوایی

۲- یک سر میله‌ای مطابق شکل (۴-۲) به زمین لولا شده و سر دیگرش به دیوار متکی است. قطر قسمت پهن‌تر میله دو برابر قطر قسمت باریک آن و جنس و طول دو قسمت یکسان است. حداقل نیروی افقی که به وسط میله وارد می‌شود چقدر باشد تا نیـــروی عکس‌العمل دیوار که بر میله وارد می‌شود صفر باشد.

وزن میله ۵۰ نیوتن، طول میله یک متر و زاویه امتداد میله با دیوار ۳۰ درجه است.

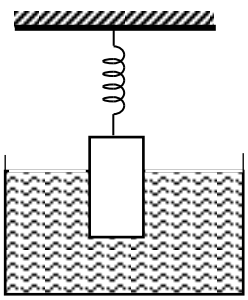


شکل (۴-۲)

طرح از: آقای ابوالحسنی

۳- مطابق شکل (۴-۳) استوانه‌ای فلزی به جرم M و به شعاع r و ارتفاع h توسط فنری با ثابت k که از بالای نقطهٔ ثابتی متصل است، درون مایعی با چگالی (جرم حجمی) ρ شناور است، به طوری که نصف ارتفاع آن داخل مایع است. چه وزنه‌ای باید روی استوانه قرار داد تا $\frac{۲}{۳}$ ارتفاع آن داخل مایع قرار گیرد.

$h = ۳۰cm, k = ۲N/m, \rho = ۱/۸ g/cm^۳, r = ۵cm, M = ۱kg$



شکل (۴-۳)

طرح از: آقای محمودزاده

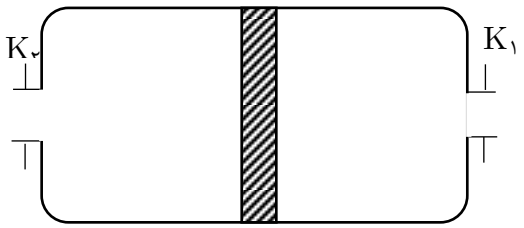
۴- شکل(۴-۴ الف) محفظهٔ استوانه شکلی را نشان می‌دهد که افقی است. در حالی که شیرهای k_1 و k_2 باز هستند، پیستونی به وزن w استوانه را به دو قسمت مساوی (هر یک به طول l) تقسیم کرده است. پیستون می‌تواند بدون اصطکاک در طول استوانه جابجا شود. شیرها را بسته و استوانه را در امتداد قائم نگه می‌داریم. (شکل ۴-۴ ب)

الف) پیستون چقدر جابجا می‌شود؟

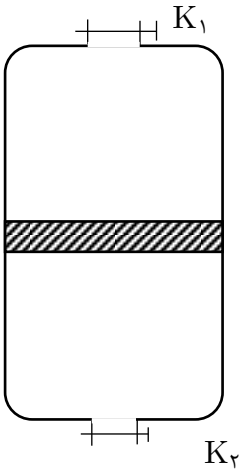
ب) در همین حال شیر پایینی k_2 را باز می‌کنیم. پیستون مجدداً نسبت به وضع اولیه‌اش چقدر جابجا می‌شود؟

ج) برای آنکه پس از باز کردن شیر پایینی، پیستون به ته ظرف سقوط نکند درباره وزن آن بحث کنید.

(فشار هوا در محل آزمایش p_0 و سطح مقطع پیستون A و دما ثابت فرض می‌شود)



شکل الف



شکل ب

شکل (۴-۴)

طرح از: آقای محمود زاده

۵- ۱/۵ لیتر آب $20^\circ C$ را با یک اجاق الکتریکی شامل دو مقاومت مشابه که به طور موازی بسته شد و به برق شهر متصل است گرما می‌دهیم. پس از ۱۵ دقیقه آب به جوش آمده و ۱۰۰ گرم آن به بخار تبدیل می‌شود.

الف) اگر مقاومت‌ها را به طور متوالی به هم بسته و اجاق را به برق شهر متصل کنیم و همان ۱/۵ لیتر آب $20^\circ C$ را به مدت ۶۰ دقیقه گرما بدهیم چه می‌شود؟

ب) اگر اجاق تنها شامل یکی از آن مقاومت‌ها باشد چه مدت طول می‌کشد تا همان آب به وسیله اجاق به جوش آید؟

(جرم حجمی آب $20^\circ C$ برابر $1 g/cm^3$ ، دمای نقطه جوش آب $100^\circ C$ ، ظرفیت گرمایی ویژه آب $1 cal/g^\circ C$، گرمای نهان تبخیر آب $539 cal/g$ و اتلاف گرمایی اجاق ناچیز فرض می‌شود.)

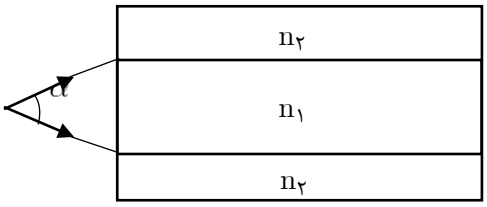
طرح از: آقایان پزشپور - محمودزاده

۶- پرتوهایی موازی با محور اصلی عدسی همگرایی به آن می‌تابند. در فاصلهٔ ۳۲ سانتیمتری طرف دیگر عدسی آینهٔ مقعری هم محور با عدسی، قرار دارد. فاصلهٔ کانونی عدسی چقدر باشد تا شعاع‌های باز تابنده از آینه در ۶ سانتیمتری عدسی یکدیگر را قطع کنند؟ شعاع آینهٔ مقعر $18 cm$ است.

(مسئله را برای دو حالت حل کرده و مسیر پرتوها را در دو حالت رسم کنید)

طرح از: مؤلف

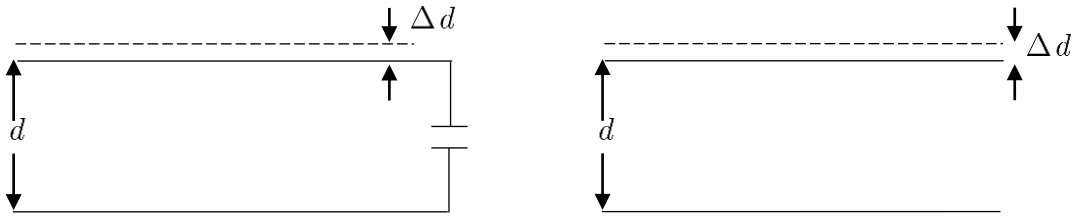
۷- یک رشته نوری *(Fiber optics)* مطابق شکل (۴-۵) از یک استوانهٔ شیشه‌ای به ضریب شکست $n_۱$ و یک غلاف شیشه‌ای به ضریب شکست $n_۲$ روی آن تشکیل شده است و داریم $n_۱ > n_۲$. یک منبع نور نقطه‌ای روی محور استوانهٔ مرکزی قرار دارد به‌طوری‌که زاویهٔ میان دو پرتو که به کناره‌های استوانهٔ مرکزی (دو نقطه روی قطر استوانه) می‌تابد α است. ثابت کنید برای آنکه نوری که وارد استوانهٔ مرکزی می‌شود از آن خارج نشده و در طول آن پیش برود، باید $\sin\frac{\alpha}{۲} \le \sqrt{n_۱^۲ - n_۲^۲}$ باشد.



شکل (۴-۵)

طرح از: مؤلف

۸- صفحات یک خازن مسطح به مساحت A مترمربع و فاصلهٔ d متر، دارای بار Q می‌باشند. در حالی که مطابق شکل (۴-۶ الف) صفحات خازن به منبعی وصل نیست، فاصلهٔ صفحات را به اندازهٔ Δd زیاد می‌کنیم. چه مقدار کار ($w_۱$) انجام داده‌ایم؟ بار دیگر همان خازن را (با فاصلهٔ صفحات اولیه) مطابق شکل (۴-۶ ب) به یک باتری وصل می‌کنیم به طوری که بار خازن همان مقدار Q باشد. در حالی که خازن به باتری وصل است، فاصلهٔ صفحات را به اندازه Δd زیاد می‌کنیم. تعیین کنید در حین تغییر فاصله صفحات، باتری چه کاری $(w_۲)$ انجام داده است؟ $w_۲ / w_۱$ را محاسبه کنید. در هر دو حالت $\Delta d << d$ است.

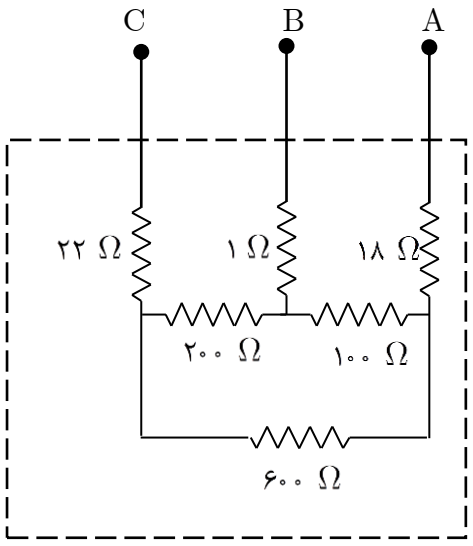


(ب) (الف)

شکل (۴-۶)

طرح از: آقای دکتر شیرزاد

۹- در جعبه‌ای تعدادی مقاومت مطابق شکل (۴-۷) به هم وصل و سه سر سیم A و B و C از آن خارج شده‌اند. اگر بین دو سر سیم‌های A و C اختلاف پتانسیل v ۲۴۰ برقرار کنیم، اختلاف پتانسیل بین دو سر سیم‌های A و B را به دست آورید.

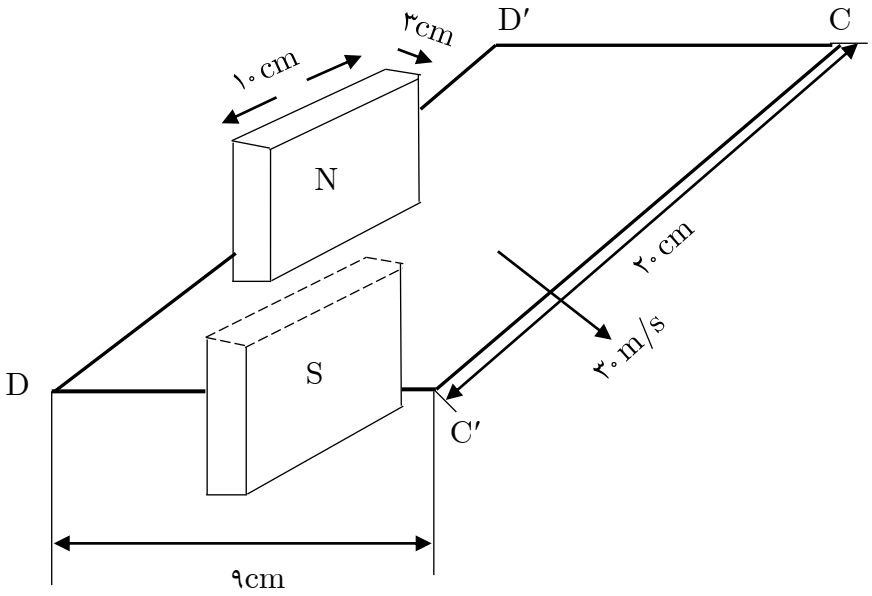


شکل (۴-۷)

www.MAAKH.ir

طرح از: آقای محمودزاده

۱۰- یک قاب فلزی مطابق شکل (۴-۸) از میان دو قطب یک آهن‌ربا با سرعت $۳۰\ m/s$ می‌گذرد. اگر میدان مغناطیسی ثابت و برابر $۰/۵\ T$ فرض شود، نمودار تغییرات نیروی محرکه القا شده در قاب را با محاسبهٔ کمیت‌های مورد لزوم به دقت رسم کنیـــد. مبدأ زمان را لحظهٔ ورود قاب به داخل میدان فرض کنید.



شکل (۴-۸)

«پاسخنامه‌ی تشریحی»

۱- در شکل (۴-۹) نیروهای وارد بر مکعب و سطح شیبدار نشان داده شده است.

برای نمایش بهتر نیروها، مکعب و سطح شیبدار جدا از هم رسم شده است. نیروهای وارد بر سطح شیبدار به ترتیب زیر است.

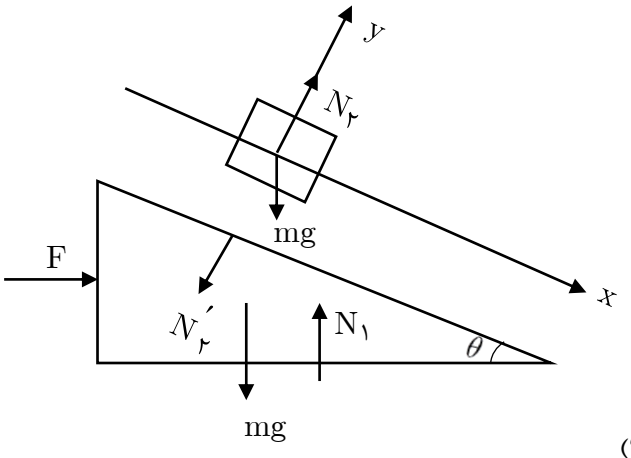
Mg وزن سطح شیبدار که از کرهٔ زمین بر سطح شیبدار وارد می‌شود.

$N_۱$ نیرویی که کف ترازو بر سطح شیبدار وارد می‌کند.

$N'_۲$ نیرویی که مکعب بر سطح شیبدار وارد می‌کند. چون مکعب وسطح شیبدار اصطکاک ندارند، نیرویی که این دو بر هم وارد می‌کنند، بر سطح تماس عمود است.

F نیرویی که بدنهٔ قائم کفهٔ ترازو بر سطح شیبدار وارد می‌کند.

نیروهای وارد بر مکعب چنین است.



شکل (۴-۹)

mg وزن مکعب که از طرف کرهٔ زمین بر مکعب وارد می‌شود.

$N_۲$ نیرویی که سطح شیبدار بر مکعب وارد می‌کند. این نیرو و $N'_۲$ کنش و واکنش هستند. چون مکعب روی سطح شیبدار به پایین می‌لغزد، در راستای محور y شتاب ندارد، یعنی

$$a_y = ۰ \rightarrow N_۲ - mg\cos\theta = ma_y = ۰$$

$$N_۲ = m_۲ g\cos\theta \qquad (۴-۱)$$

چون سطح شیبدار حرکت ندارد، باید برآیند نیروهای وارد بر آن در دو راستای افقی و قائم صفر باشد. پس داریم:

$$N_۱ - Mg - N'_۲\cos\theta = ۰ \qquad (۴-۲)$$

$$F - N'_۲\sin\theta = ۰ \qquad (۴-۳)$$

از طرفی داریم:

$$N_۲ = N'_۲ \qquad (۴-۴)$$

از رابطه‌های (۴-۱)، (۴-۲) و (۴-۴) داریم:

$$N_۱ = Mg + m_۲\,g\cos^۲\theta$$

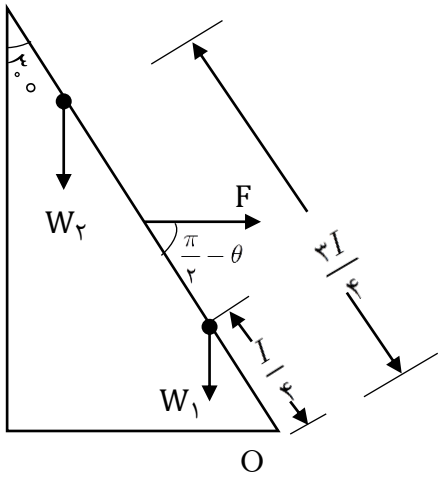
واکنش نیروی $N_۱$ ، نیرویی است که سطح شیبدار بر ترازو وارد می‌کند و آنچه ترازوی فنری نشان می‌دهد، همین نیرو است. چون اندازهٔ دو نیروی کنش و واکنش برابراند، پس عددی که ترازوی فنری نشان می‌دهد، همان $N_۱$ است.

۲- وزن قسمت پهن میله را $w_۱$ و قسمت باریک آن را $w_۲$ فرض می‌کنیم. چون قطر قسمت پهن دو برابر قسمت باریک است، و طول دو قسمت یکسان است حجم قسمت پهن چهار برابر باریک است. چون جنس دو قسمت یکسان است، پس وزن قسمت پهن میله نیز چهار برابر وزن قسمت باریک است.

$w_۱ = ۴w_۲$

چون وزن دو قسمت N ۵۰ است پس:

$w_۱ = ۴۰N$ $\quad$ $w_۲ = ۱۰N$



شکل (۴-۱۰)

در شکل (۴-۱۰) نیروهای وزن دو قسمت و نیروی F که به وسط میله وارد کرده‌ایم نشان داده شده است. از طرف لولا نیز بر میله وارد می‌شود ولی چون برای محاسبهٔ گشتاور، محل لولا را انتخاب می‌کنیم، این نیرو تأثیری ندارد. چون شرایطی که نیروی دیوار بر میله صفر است، مورد نظر می‌باشد، از طرف دیوار نیرویی بر میله وارد نشده است. چون میله در حال تعادل است، گشتاور نیروهای وارد بر میله نسبت به نقطهٔ o صفر است. داریم:

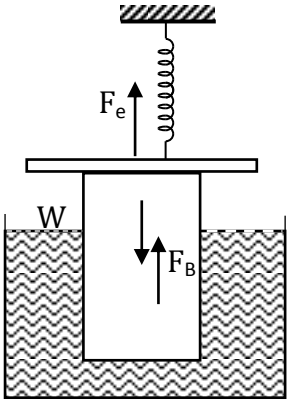
$$w_۲ \times \frac{۳}{۴}\sin\theta + w_۱ \times \frac{۱}{۴}\sin\theta - F\frac{۱}{۲}\cos\theta = ۰$$

$$\frac{۱۰ \times ۳}{۴} \times \frac{۱}{۲} + \frac{۴۰ \times ۱}{۴} \times \frac{۱}{۲} - \frac{F}{۲}\sqrt{\frac{۳}{۲}} = ۰$$

$$F = \frac{۳۵\sqrt{۳}}{۳}$$

۳- در حالت اول $\frac{h}{۲} = ۱۵cm$ از استوانهٔ فلزی در مایع شناور است. پس از گذاردن وزنه که وزن آن را w فرض می‌کنیم، $\frac{۲}{۳}h = ۲۰cm$ از استوانه داخل مایع شناور خواهد بود.

در شکل (۴-۱۱) تغییر نیروهای وارد بر استوانه نشان داده شده است. این نیروها به ترتیب زیر است.



شکل (۴-۱۱)

$W=mg$) وزن وزنه‌ای که روی استوانه قرار داده‌ایم.

F_B) تغییر نیروی ارشمیدس به علت افزایش حجم مایع جابه‌جا شده

F_e) تغییر نیروی فنر به دلیل افزایش طول فنر

$$F_B = \Delta h \times \pi r^2 pg = ۵ \times ۱۰^{-۲} \times ۳/۱۴ \times ۲۵ \times ۱۰^{-۴} \times ۱/۸ \times ۱۰^{۳} \times ۹/۸$$
$$F_B = ۶/۹۳N$$
$$F_e = k\Delta h = ۲ \times ۵ \times ۱۰^{-۲} = ۰/۱$$

چون استوانه قبل از گذاردن وزنه در حال تعادل بوده است و پس از گذاردن وزنه نیز در حال تعادل خواهد بود، مجموع نیروهای اضافه شده به استوانه، باید صفر باشد.

$$F_e + F_B - w = ۰$$
$$w = ۶/۹۳ + ۰/۱ = ۷/۰۳N$$
$$m = \frac{w}{g} = ۰/۷۱۷kg$$

۴- ماخ در ابتدا حجم دو محفظهٔ گاز با هم برابر است.

الف - در شکل (۴-۱۲) دو محفظهٔ گاز پس از جابه‌جایی پیستون نشان داده شده است.

داریم:

$$v_۱p_۱ = (\ell + d)Ap_۱ = \ell Ap_۰ \qquad (۵\text{-}۴)$$
$$v_۲p_۲ = (\ell - d)Ap_۲ = \ell Ap_۰ \qquad (۶\text{-}۴)$$

چون پیستون در حال تعادل است، میان فشار $p_۱$ و $p_۲$ ، رابطهٔ زیر برقرار است

$$p_۱ + \frac{w}{A} = p_۲ \qquad (۷\text{-}۴)$$

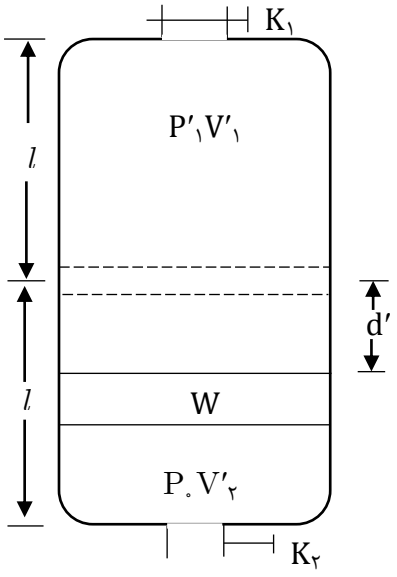
از رابطه (۴-۵) و (۴-۶) داریم:

$$(\ell + d)p_۱ = (\ell - d)p_۲ \qquad (۸\text{-}۴)$$

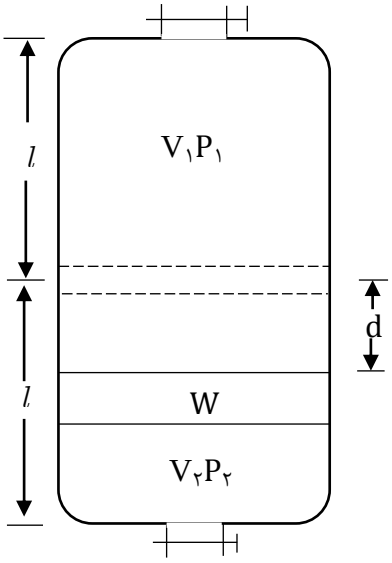
اگر $p_۲$ را از رابطهٔ (۴-۷) در رابطهٔ (۴-۸) قرار دهیم داریم:

$$(\ell + d)p_۱ = (\ell - d)\left[p_۱ + \frac{w}{A}\right] \qquad (۹\text{-}۴)$$

با قرار دادن $p_۱$ از رابطهٔ (۴-۵) در رابطهٔ (۴-۹) داریم:



شکل (۴-۱۳)



شکل (۴-۱۲)

www.MAAKH.ir

$$\ell p_{\circ} = (\ell - d)\left[\frac{\ell p_{\circ}}{\ell + d} + \frac{w}{A}\right]$$

$$\ell p_{\circ}(\ell + d) = (\ell - d)\left[\ell p_{\circ} + \frac{w}{A}(\ell + d)\right]$$

$$d^{۲} + \frac{\ell p_{\circ}}{w} d - \ell^{۲} = ۰$$

$$d = -\frac{\ell p_{\circ}}{w} \pm \sqrt{\frac{\ell^{۲} p_{\circ}^{۲} A^{۲}}{w^{۲}} + \ell^{۲}} \qquad (۱۰\text{-}۴)$$

چون در رابطه (۴-۱۰)، $\Delta > ۰$ است معادله همواره جواب دارد وچون باید $d>۰$ باشد، جواب قابل قبول چنین است.

$$d = \frac{\ell}{w}\left[\sqrt{p_{\circ}^{۲} A^{۲} + w^{۲}} - p_{\circ} A\right]$$

ب - پس از باز کردن شیر پایینی $k_{۲}$ ، فشار هوای محفظهٔ پایینی $p_{\circ}$ خواهد شد. در شکل (۴-۱۳) وضعیت حجم و فشار دو محفظه نشان داده شده است. داریم:

$$p_{۱}' v_{۱}' = p_{۱}')(I + d')A = p_{\circ} IA \qquad (۱۱\text{-}۴)$$

فشار گاز در محفظهٔ بالایی به اضافهٔ فشار حاصل از پیستون باید با فشار هوای خارج برابر باشد، یعنی:

$$p_{۱}' + \frac{w}{A} = p_{\circ} \qquad (۱۲\text{-}۴)$$

از دو رابطهٔ (۴-۱۱) و (۴-۱۲) داریم:

$$(p_{\circ} - \frac{w}{A})(\ell + d') = p_{\circ}\ell$$

$$\ell p_{\circ} - \ell\frac{w}{A} + \mathrm{d}'(\mathrm{p}_{\circ} - \frac{w}{A}) = p_{\circ}\ell$$

$$\mathrm{d}' = \frac{w\frac{\ell}{A}}{p_{\circ} - \frac{w}{A}} = \frac{w\ell}{p_{\circ}A - w}$$

ج - برای آنکه پس از باز کردن شیر پایینی پیستون به ته ظرف سقوط نکند، باید

$$d' < \ell \Rightarrow \frac{wl}{p_{\circ}A - w} < \ell$$

$$w < p_{\circ}A - w$$

$$w < \frac{p_{\circ}A}{۲}$$

۵- در حالی که مقاومت‌ها به طور موازی بسته شده‌اند، گرمای تولید شده در مدت ۱۵ دقیقه چنین است.

$$Q_{۱} = mc(\theta_{۲} - \theta_{۱}) + m'L = ۱۵۰۰ \times ۱(۱۰۰ - ۲۰) + ۱۰۰ \times ۵۳۹$$

$$Q_{۱} = ۱۷۳ / ۹ \times ۱۰^{۳} cal$$

اگر مقاومت هر کدام از دو سیم گرمکن را R و اختلاف پتانسیل برق شهر را v فرض کنیم، توان اجاق الکتریکی در حالتی که دو سیم گرمکن آن به طور موازی بسته شده‌اند، چنین است.

$$p_{۱} = ۲\frac{v^{۲}}{R} = \frac{Q_{۱}}{t_{۱}} = \frac{۱۷۳ / ۹ \times ۱۰^{۳}}{۹۰۰} = ۱۹۳ / ۱ cal / s$$

$$\frac{v^۲}{R} = ۹۶ / ۶cal / s$$

الف - هنگامی که سیم‌های گرمکن را به طور متوالی می‌بندیم، مقاومت آنها $۲R$ خواهد بود و توان در این حالت چنین است.

$$p_۲ = \frac{v^۲}{۲R} = ۴۸ / ۳cal / s$$

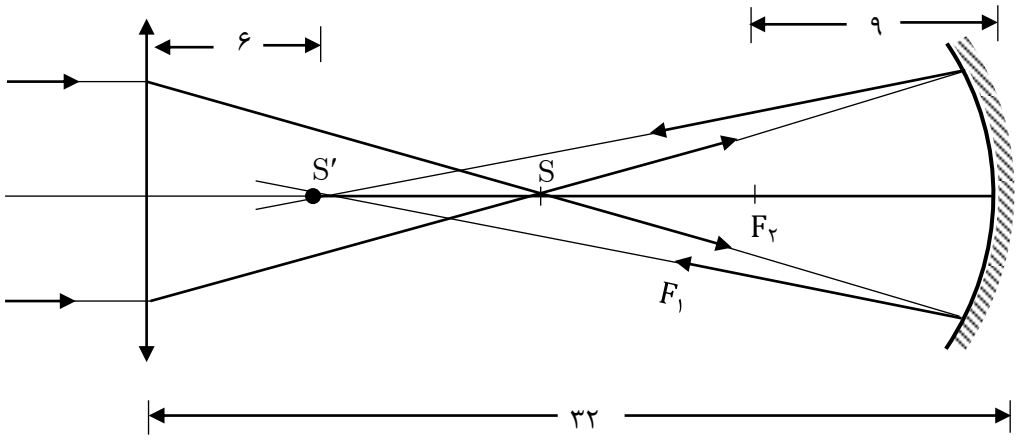
چون توان در این حالت چهار بار از حالت اول کوچکتر و زمان ۴ بار بزرگتر شده است، بنابراین انرژی مصرف شده معادل حالت اول است. پس آب به جوش آمده و همان $۱۰۰\ g$ از آن بخار خواهد شد.

ب - در حالتی که یکی از سیم‌های گرمکن در اجاق باشد، مقاومت آن R و توان آن $\frac{v^۲}{R}$ است. در این حالت داریم:

$$Q_۳ = p_۳ t_۳ = mc(\theta_۲ - \theta_۱)$$
$$۹۶ / ۶ \times t_۳ = ۱۵۰۰ \times ۱ \times (۱۰۰ - ۲۰)$$
$$t_۳ = ۱۲۴۲s = ۲۰ / ۷ \text{ دقیقه}$$

۶- پرتوهای موازی با محور عدسی در کانون آن جمع می‌شوند و آینهٔ مقعر از این نقطهٔ نورانی تصویری حقیقی می‌دهد. محل تشکیل این تصویر حقیقی می‌تواند در یکی از دو طرف عدسی و به فاصله ۶ سانتی‌متری آن باشد. در این حالت تصویر حقیقی نهایی میان عدسی و آینه است و در حالت دیگر خارج از فاصله آن دو است.

الف - در حالتی که تصویر حقیقی نهایی میان عدسی و آینه تشکیل شود، پرتوهای نور مانند شکل (۴-۱۴) است.



شکل (۴-۱۴)

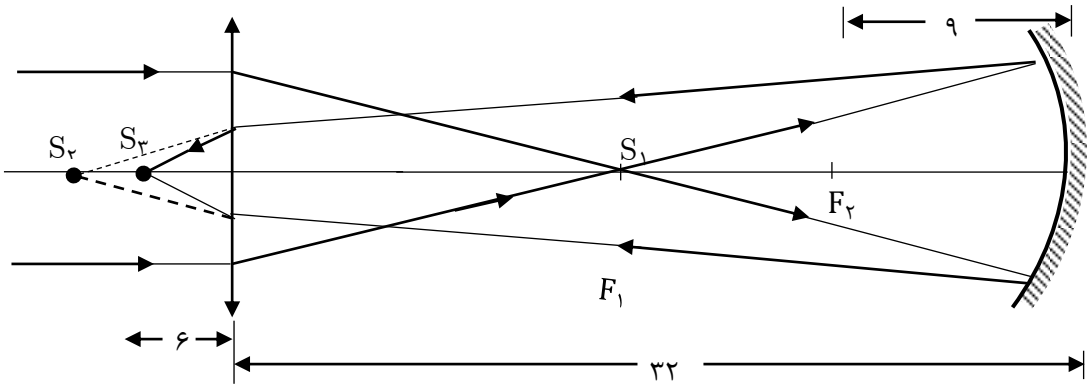
نقطهٔ نورانی s که در کانون عدسی است، در آینه به عنوان یک جسم حقیقی تصویری در s' می‌دهد. از شکل پیداست که

$$p = ۳۲ - f_۱$$
$$q = ۳۲ - ۶ = ۲۶$$

برای آینه داریم:

$$\frac{۱}{p} + \frac{۱}{q} = \frac{۱}{f_۱}$$
$$\frac{۱}{۳۲ - f_۱} + \frac{۱}{۲۶} = \frac{۱}{۹}$$
$$f_۱ = ۱۸ / ۸cm$$

ب - در این حالت مطابق شکل (۴-۱۵) آینه از نقطهٔ نورانی $s_۱$ تصویری می‌دهد (نقطهٔ $s_۲$ که در سمت دیگر عدسی قرار دارد. این تصویر به عنوان جسم مجازی برای عدسی عمل می‌کند و باید تصویر این جسم مجازی در عدسی، (نقطه $s_۳$) در فاصلهٔ ۶ سانتیمتری عدسی تشکیل شود.



شکل (۴-۱۵)

در عدسی $q_۱ = ۶cm$ است و داریم:

$$\frac{۱}{-p_۱} + \frac{۱}{۶} = \frac{۱}{f_۱}$$

$$p_۱ = \frac{۶f_۱}{f_۱ - ۶}$$

چون تصویر $s_۱$ در آینهٔ مقعر، یعنی $s_۲$ ، برای عدسی جسم مجازی است، در رابطهٔ بالا $\frac{۱}{-p_۱}$ گذارده شده است تا $p_۱$ صرفاً اندازهٔ فاصله $s_۲$ از عدسی باشد. $s_۲$ تصویر $s_۱$ در آینه است و برای آینه داریم:

$$p_۲ = ۳۲ - f_۱$$

$$q_۲ = ۳۲ + p_۱ = \frac{۶f_۱}{f_۱ - ۶} + ۳۲ = \frac{۳۸f_۱ - ۱۹۲}{f_۱ - ۶}$$

$$\frac{۱}{p_۲} + \frac{f_۱ - ۶}{۳۸f_۱ - ۱۹۲} = \frac{۱}{۹}$$

$$p_۲ = \frac{۹(۳۸f_۱ - ۱۹۲)}{۲۹f_۱ - ۱۳۸} = \frac{۳۴۲f_۱ - ۱۷۲۸}{۲۹f_۱ - ۱۳۸}$$

$$f_۱ = ۳۲ - p_۲ = ۳۲ - \frac{۳۴۲f_۱ - ۱۷۲۸}{۲۹f_۱ - ۱۳۸} = \frac{۵۸۶f_۱ - ۲۶۸۸}{۲۹f_۱ - ۱۳۸}$$

$$۲۹f_۱^۲ - ۷۲۴f_۱ + ۲۶۸۸ = ۰$$

$$f_۱ = ۲۰ / ۴cm$$

۷- در شکل (۴-۱۶) استوانهٔ شیشه‌ای و غلاف آن که رشته نوری را می‌سازند نشان داده شده است. برای آن که بتوان مسیر پرتو نور را مشخص کرد، باریکهٔ نور را به نقطه‌ای که با غلاف فاصله دارد، تاباندهایم ولی در عمل پرتو نور به مرز تماس استوانه با غلاف می‌تابد. برای شکست نور در ابتدای رشته داریم:

$$\sin\frac{\alpha}{۲} = n_۱ \sin\beta \qquad (۱۳-۴)$$

www.MAAKH.ir

نوری که وارد استوانه می‌شود، با زاویه و تابش γ به مرز تماس استوانه با غلاف بر می‌خورد.
چون زاویهٔ β و γ متمم یکدیگرند، رابطهٔ (۴-۱۳) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\sin\frac{\alpha}{۲}=n_۱\cos\gamma=n_۱\sqrt{۱-\sin^۲\gamma} \qquad (۱۴\text{-}۴)$$

اگر قرار باشد نور در استوانه محصور بماند و وارد غلاف نشود، باید زاویهٔ γ از زاویهٔ حد C بیشتر باشد. داریم:

$$\gamma\geq C$$
$$\sin\gamma\geq \sin C \qquad (۱۵\text{-}۴)$$

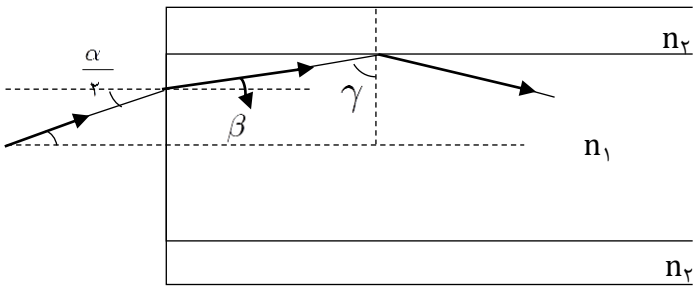
اگر در رابطهٔ (۴-۱۴) به جای $\sin\gamma$ ، مقدار $sinC$ را قرار دهیم از رابطهٔ (۴-۱۵) پیداست که کمیت زیر رادیکال بزرگتر شده است، پس:

$$\sin\frac{\alpha}{۲}\leq n_۱\sqrt{۱-\sin^۲ C} \qquad (۱۶\text{-}۴)$$

از طرفی داریم: $$\sin C=\frac{n_۲}{n_۱} \qquad (۱۷\text{-}۴)$$

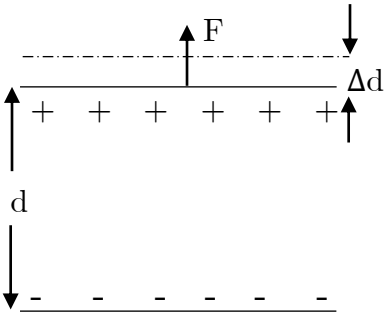
اگر به جای $sinC$ مقدار آن را از رابطهٔ (۴-۱۷) در رابطهٔ (۴-۱۶) قرار دهیم داریم:

$$\sin\frac{\alpha}{۲}\leq n_۱\sqrt{۱-\frac{n_۲^۲}{n_۱^۲}}$$
$$\sin\frac{\alpha}{۲}\leq \sqrt{n_۱^۲-n_۲^۲}$$

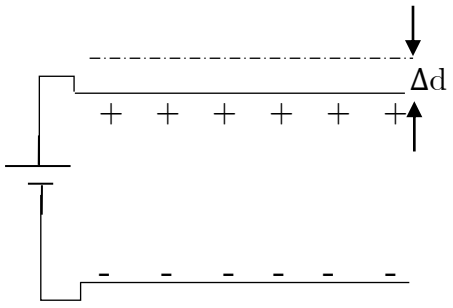


شکل (۴-۱۶)

۸- هنگامی که صفحات خازن به باتری وصل نیست، بار خازن در تغییر فاصلهٔ صفحات ثابت می‌ماند. در شکل (۴-۱۷) صفحات خازن قبل از تغییر فاصله، نشان داده شده است. آشکار است که برای زیاد کردن فاصلهٔ صفحات، باید یک عامل خارجی با کردن نیرو به یکی از صفحات،
آن را جابه‌جا کند و در این جابه‌جایی کار انجام دهد. کار انجام شده توسط عامل خارجی در این جابه‌جایی، به افزایش انرژی خازن می‌انجامد.



شکل (۴-۱۷)



شکل (۴-۱۸)

www.MAAKH.ir

انرژی خازن در حالت اول $U_۱ = \frac{Q^۲}{۲C} = \frac{Q^۲ d}{۲\varepsilon_۰ A}$

تغییر انرژی خازن در حالت اول $\Delta U_۱ = \frac{Q^۲}{۲\varepsilon_۰ A}\Delta d = w_۱$ (۱۸-۴)

در حالت اول تنها فاصلهٔ صفحات تغییر می‌کند و بنابراین تغییر انرژی مربوط به آن است.

در حالت دوم باتری به خازن متصل می‌ماند. در این صورت اختلاف پتانسیل دو سر خازن ثابت می‌ماند و چون ظریت خازن به علت تغییر فاصلهٔ صفحات، تغییر می‌کند، بار خازن نیز تغییر می‌کند. وضعیت خازن در این حالت در شکل (۴-۱۸) نشان داده شده است. داریم:

$$Q = CV = \frac{\varepsilon_۰ A}{d} v \qquad (۱۹\text{-}۴)$$

با افزایش d ، بار خازن کم می‌شود. به عبارت دیگر مقداری از بارهای خازن به باتری بر می‌گردد. تغییر بار خازن را می‌توان با استفاده از رابطه (۴-۱۹) به دست آورد. داریم:

$$\Delta Q = -\frac{\varepsilon_۰ A}{d^۲} v\Delta d \qquad (۲۰\text{-}۴)$$

علامت منفی در رابطهٔ (۴-۲۰) نشان دهنده کم شدن بار خازن است. هنگامی که باتری خازن را پر می‌کند، باتری انرژی به خازن می‌دهد، یعنی باتری کارمثبت انجام می‌دهد. هنگامی که فرایند عکس رخ می‌دهد، یعنی بار از خازن خالی شده و به باتری می‌رود، باتری انرژی دریافت می‌کند، یعنی کار منفی انجام می‌دهد. چون اختلاف پتانسیل دو سر باتری ثابت است، کار انجام شده در اثر عبور بار ΔQ از این اختلاف پتانسیل، با توجه به تعریف اختلاف پتانسیل از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.

کار باتری در تغییر بار خازن $w_۲ = V\Delta Q = -\frac{\varepsilon_۰ A}{d^۲} v^۲ \Delta d$

$$w_۲ = -\frac{(\varepsilon_۰ A)^۲ v^۲}{d^۲ \varepsilon_۰ A}\Delta d = -\frac{Q^۲}{\varepsilon_۰ A}\Delta d$$

$$\frac{w_۲}{w_۱} = -۲$$

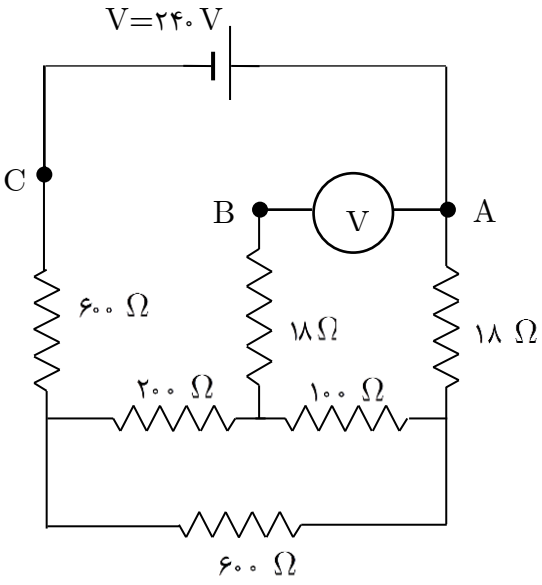
در این حالت نیز عامل خارجی که فاصلهٔ صفحات را زیادتر می‌کند، باید کار انجام دهد که با حالت قبل یکسان است. اما در این حالت این کار به اضافهٔ مقداری از انرژی خازن که کمتر می‌شود، مجموعاً به باتری برگردانده می‌شود که همان $w_۲$ است.

۹- مقاومت‌های درون جعبه در شکل (۴-۱۹) نشان داده شده است. در بهترین حالت، مقاومت درونی ولتمتر، بسیار زیاد است و در نتیجه می‌توان آن را بی‌نهایت فرض کرد. در این صورت جریانی که از ولتمتر می‌گذرد بسیار ناچیز است و می‌توان آن را صفر فرض کرد.

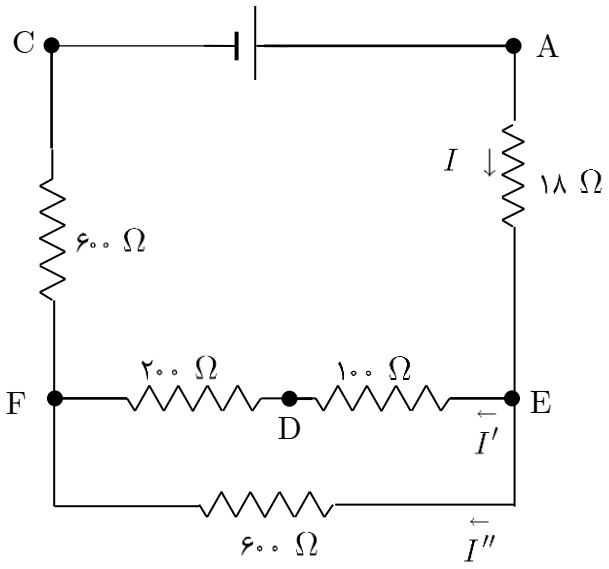
بنابراین از مقاومت ۱۵Ω جریانی نمی‌گذرد. بر این اساس دو نقطهٔ B و D اختلاف پتانسیلی ندارند و به اجای اختلاف پتانسیل دو نقطهٔ A و B ، می‌توان اختلاف پتانسیل دو نقطهٔ A و D را محاسبه کرد.

مدار معادل در شکل (۴-۲۰) نشان داده شده است. معادل دو مقاومت ۱۰۰ و ۲۰۰ اهمی که به طور متوالی بسته شده‌اند، ۳۰۰ اهم است. این مقاومت با مقاومت ۶۰۰ اهمی به طور موازی بسته شده است و معادل آنها چنین است.

$$\frac{۱}{R} = \frac{۱}{۶۰۰} + \frac{۱}{۳۰۰} \rightarrow R = ۲۰۰\Omega$$



شکل (۴-۱۹)

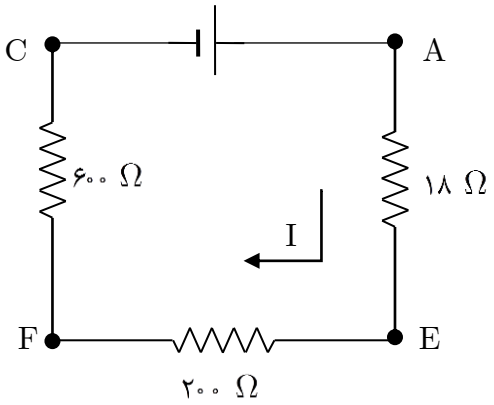


شکل (۴-۲۰)

مدار معادل با این مقاومت‌ها در شکل (۴-۲۱) رسم شده است. جریانی که از مدار می‌گذرد چنین است.

$$۱ = \frac{v}{\sum R}$$

$$= \frac{۲۴۰}{۲۲ + ۲۰۰ + ۱۸} = ۱A$$



شکل (۴-۲۱)

برای اختلاف پتانسیل دو نقطهٔ E و F از شکل (۴-۲۱) داریم:

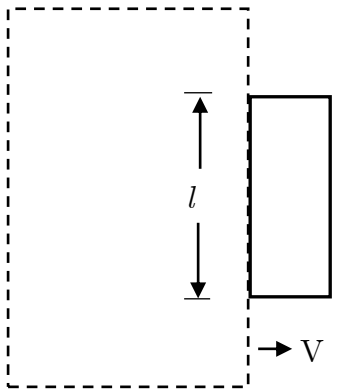
$$v_{EF} = ۲۰۰ \times ۱ = ۲۰۰v$$

۱۰- در شکل (۴-۲۲) موقعیت قطب‌های آهنربا هنگامی که قاب فلزی وارد میدان مغناطیسی می‌شود، نشان داده شده است. از هنگامی که کنارهٔ راست قاب به لبهٔ چپ میدان مغناطیسی می‌رسد، تا زمانی که کناره راست قاب از لبهٔ راست میدان مغناطیسی می‌گذرد، شار مغناطیسی که از سطح قاب عبور می‌کند، در حال افزایش است. این زمان از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

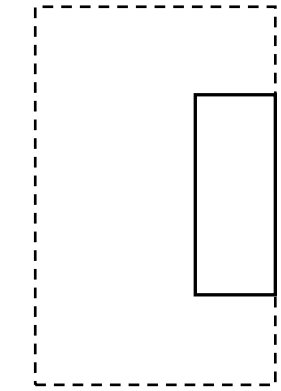
$$t_۱ = \frac{d}{v} = \frac{۰/۰۳}{۳۰} = ۱۰^{-۳}s$$

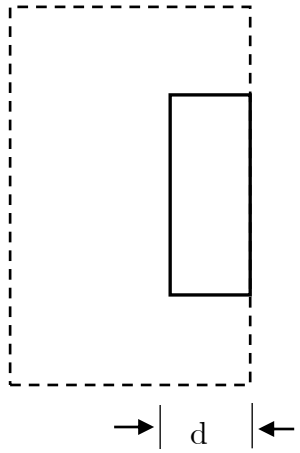
در این مدت نیروی محرکهٔ القایی چنین است:

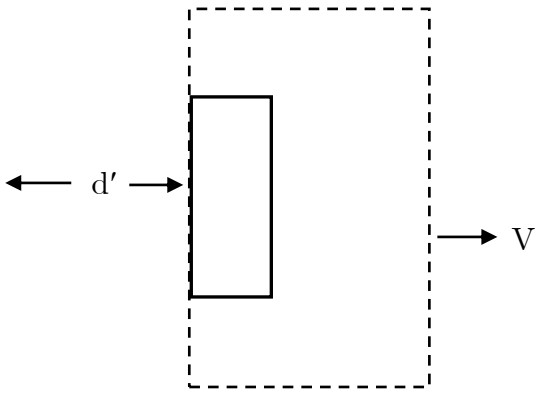
$$E_۱ = BLV = ۰/۵ \times ۰/۱ \times ۳۰ = ۱/۵v$$



شکل (۴-۲۲)







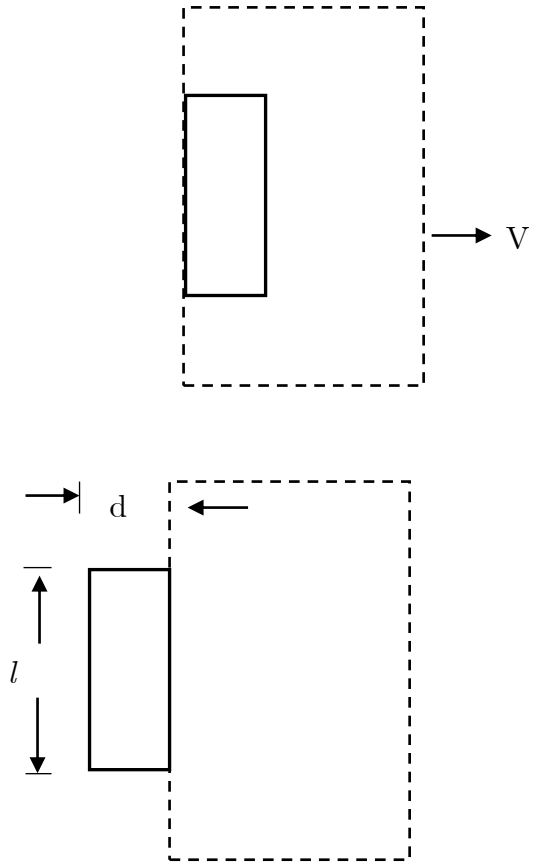
شکل (۴-۲۳)

در شکل (۴-۲۳) موقعیت آهنربا هنگامی که تمام مساحت میدان مغناطیسی توسط قاب پوشیده شده است، نشان داده شده است. از هنگامی که کنارهٔ راست قاب از لبهٔ سمت راست میدان مغناطیسی می‌گذرد، تا زمانی که کنارهٔ چپ قاب به لبهٔ چپ میدان می‌رسد، شارمغناطیسی که از سطح قاب می‌گذرد ثابت است و بنابراین در این مدت نیروی محرکهٔ القایی صفر است. این مدت با توجه به شکل (۴-۲۳) از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.

$$t_۲ = \frac{d'}{v} = \frac{۰/۰۶}{۳۰} = ۲ \times ۱۰^{-۳} s$$

در شکل (۴-۲۴) موقعیت قطب‌های آهنربا هنگامی که قاب از میدان مغناطیسی بیرون می‌رود، نشان داده شده است. از هنگامی که کنارهٔ سمت چپ قاب به لبهٔ سمت چپ میدان مغناطیسی می‌رسد، تا زمانی که کنارهٔ سمت چپ قاب، به لبهٔ سمت راست میدان مغناطیسی می‌رسد، شار مغناطیسی که از سطح قاب می‌گذرد، در حال کاهش است. این زمان با توجه به شکل (۴-۲۴) از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$t_۳ = \frac{d}{v} = \frac{۰/۰۳}{۳۰} = ۱۰^{-۳} s$$

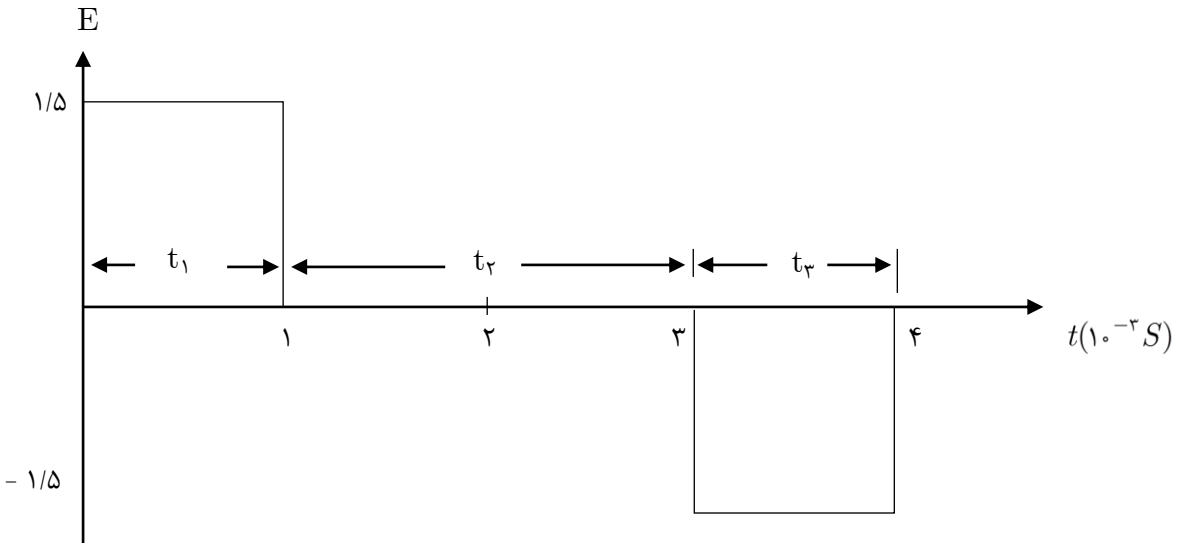


شکل (۴-۲۴)

در این مدت نیروی محرکهٔ القایی چنین است.

$$E_۲ = BLV = ۰/۵ \times ۰/۱ \times ۳۰ = ۱/۵$$

آشکار است که نیروی محرکهٔ $E_۱$ که با افزایش شار مغناطیسی از سطح قاب به وجود می‌آید، در خلاف جهت نیروی محرکهٔ القایی $E_۲$ است که در اثر کاهش شار مغناطیسی به وجود می‌آید. نمودار تغییرات نیروی محرکه در شکل (۴-۲۵) نشان داده شده است.



شکل (۴-۲۵)