جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش

دفترچه سوالات به همراه پاسخنامه تشریحی
مرحله دوم
سومین دوره‌ی المپیاد فیزیک سال ۱۳۹۸

تعداد سوالات		مدت آزمون (دقیقه)
سوالات چند گزینه‌ای	مساله‌های تشریحی	
--	۱۲	۱۸۰

توضیحات مهم

استفاده از ماشین حساب مجاز است.

تذکرات آزمون:

ضمن آرزوی موفقیت برای شما دانش‌پژوه گرامی، خواهشمند است قبل از پاسخ به سؤالات آزمون به موارد زیر توجه کنید:

- این آزمون شامل **۱۲ مسأله تشریحی** و وقت آن **۱۸۰ دقیقه** است.
- نمره‌ی هر سوال در ابتدای آن نوشته شده است.
- استفاده از ماشین‌حساب در این آزمون مجاز است.
- همراه داشتن تلفن همراه (حتی خاموش) در طول زمان آزمون مجاز **نیست**.
- فقط داوطلبانی می‌توانند دفترچه‌ی سؤالات را با خود ببرند که تا پایان آزمون در جلسه حضور داشته باشند.
- جمع‌آوری و آماده‌سازی دفترچه‌ی سوالات این آزمون توسط **کمیته‌ی علمی ماخ** انجام شده است.

www.MAAKH.ir

کلیه حقوق این سوالات برای ماخ محفوظ است.

طرح از: صمد زاده

۱- واکنش تشکیل آب از اکسیژن و ئیدروژن با آزاد ساختن انرژی گرمایی همراه است.

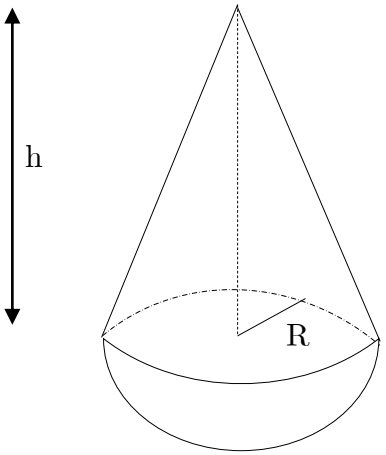
$$H_۲ + \frac{۱}{۲} o_۲ \rightarrow H_۲ o + \text{انرژی گرمایی}$$

اگر انرژی آزاد شده به ازای تشکیل یک مولکول گرم آب $۲ / ۸۷۵ \times ۱۰^۵$ ژول باشد، حداقل اختلاف پتانسیل لازم برای تجزیهٔ آب در عمل الکترولیز را تعیین کنید.

طرح از: آقای طالقانی

۲- به نیمکرهٔ توپر متجانسی مطابق شکل (۳-۱) به شعاع R ، مخروطی از همان جنس به شعاع قاعدهٔ R ، چسبیده است. ارتفاع مخروط (h) را برحسب R به قسمی پیدا کنید که اگر نیمکره را در هر وضعی روی سطح افقی قرار دهیم در حال تعادل باشد.

توضیح: مرکز ثقل نیمکره در $\frac{۳R}{۸}$ از مرکز کره ومرکز ثقل مخروط در $\frac{h}{۴}$ از سطح قاعده آن است.



شکل (۳-۱)

طرح از: آقای محمود زاده

۳- یک بطری شیشه‌ای در اختیار داریم که گنجایش درونی آن یک دسی متر مکعب و جرمش ۱۲۵ گرم است. چه حجمی از جیوه باید در درون بطری ریخت تا اگر در آن را با چوب پنبه‌ای به حجم ۸ سانتیمتر مکعب بسته و در آبی به جرم حجمی $۱ / ۰۲ \frac{g}{cm^۳}$ قرار دهیم، بطری و چوب پنبه کاملاً در آب فرو رفته و در حال تعادل باقی بماند، در صورتی که می‌دانیم نصف حجم چوب پنبه داخل دهانه بطری قرار می‌گیرد. جرم حجمی شیشه $۲ / ۵ \frac{g}{cm^۳}$ و جرم حجمی هوا $۱ / ۲ \frac{g}{Lit}$ و جرم حجمی جیوه $۱۳ / ۶ \frac{g}{cm^۳}$ است

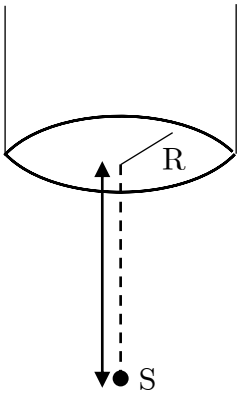
طرح از: آقای محمودزاده

۴- یک مکعب آلومینیومی به ضلع L سانتیمتر، درجیوه شناور است. اگر دما از $T_۱$ به $T_۲$ کلوین افزایش یابد، مکعب چقدر در جیوه پایین می‌رود؟ $\lambda_{AL}, \rho_{AL}, \rho_{Hg}$ (ضریب انبساط طولی آلومینیوم) و a_{Hg} (ضریب انبساط حجمی جیوه) معلوم است.

طرح از: آقای طالقانی

۵- منبع نقطه‌ای تولید انرژی گرمایی (s) را در اختیار داریم که در واحد زمان H کالری گرما به طور همسان به تمام نقاط فضا پخش می‌کند. به فاصلهٔ h از این منبع و بالای آن، مطابق شکل (۳-۲) ظرفی استوانه‌ای به شعاع قاعدهٔ r قرار می‌دهیم و در داخل آن مایعی به جرم m کیلوگرم ریخته و دماسنجی نیز داخل آن می‌گذاریم و در مدت t ثانیه دمای مایع از $T_۱$ به $T_۲$ می‌رسد. با فرض اینکه اتلاف

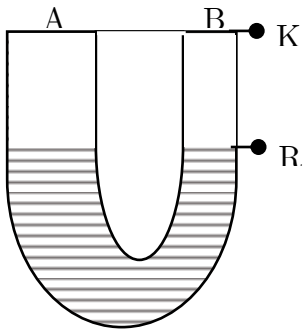
گرمایی ظرف H' کالری در واحد زمان باشد، گرمای ویژهٔ مایع را محاسبه کنید.



شکل (۳-۲)

طرح از: آقای محمود زاده

۶- ماخ دو لولهٔ هم طول A و B که سطح مقطع اولی ۵ سانتیمتر مربع و دومی یک سانتیمتر مربع است، مطابق شکل (۳-۳) بهم مربوط گردیده‌اند. انتهای لولهٔ A بسته شده و لولهٔ B دارای دو شیر k و R است. در ابتدا دو شیر بسته بوده و سطح جیوه در دو لوله یکسان و در لولهٔ B درست تا زیر شیر R می‌باشد. فشار هوای داخل لولهٔ A ، ۷۶ سانتیمتر جیوه و فشار هوای داخل لولهٔ B برابر p و طول ستون هوا در هر یک از دو لوله ۴۰ سانتیمتر است.



شکل (۳-۳)

الف) اگر شیر R را باز کنیم، سطح جیوه در لولهٔ B ، ۱۰ سانتیمتر پایین می‌آید. مقدار فشار P را محاسبه کنید.

ب) در حالی که شیر R باز است، شیر k را نیز باز می‌کنیم تا در نهایت سطح جیوه در دو لوله یکسان شود. تغییر جرم هوای لولهٔ B را در صورتی که فشار محیط یک اتمسفر و دما ثابت مانده باشد را محاسبه کنید.

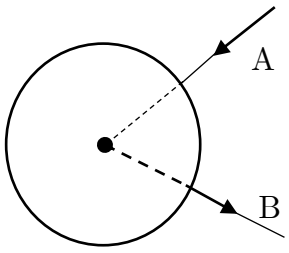
جرم حجمی هوا در شرایط داده شده ۰/۰۰۱۳ گرم بر سانتیمتر مکعب است.

طرح از: آقای شیوایی

۷- ماخ در لوله‌ای u شکل، مایعی به چگالی ρ قرار دارد. در یکی از شاخه‌ها قدری از یک مایع به چگالی ρ' بر روی مایع اولی می‌ریزیم، به طوری که مایع دوم روی مایع اول قرار می‌گیرد. با فرض اینکه دو مایع با یکدیگر مخلوط نشوند، فشار در کدامیک از نقاط همتراز A و B که به ترتیب در درون مایع اول و دوم قرار دارند بیشتر است؟

طرح از:

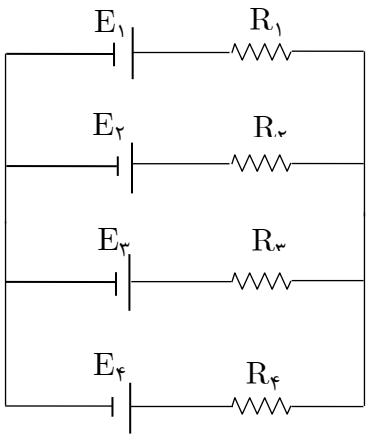
۸- مطابق شکل (۳-۴) جریان ثابت I توسط سیم بسیار طویل A وارد حلقهٔ هادی به شعاع a و مقاومت R گردیده و توسط سیم بسیار طویل B از آن خارج می‌گردد (امتداد دو سیم از مرکز حلقه می‌گذرد) میدان مغناطیسی را در مرکز حلقه به دست آورید.



شکل (۳-۴)

طرح از: آقای شیوایی

۹- مداری مطابق شکل (۳-۵) بسته شده است. اگر $E_۱ = ۱v$ ، $E_۲ = ۲v$ ، $E_۳ = ۳v$ ، $E_۴ = ۴v$ ، $R_۱ = ۱\Omega$ ، $R_۲ = ۲\Omega$ ، $R_۳ = ۳\Omega$ ، $R_۴ = ۴\Omega$ و مقاومت داخلی هر یک از باتری‌ها یک اهم باشد، شدت جریان الکتریکی را در هر یک از شاخه‌ها به دست آورید.



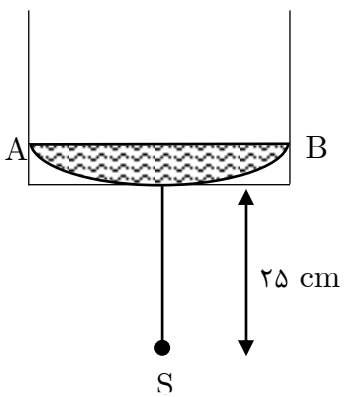
شکل (۳-۵)

طرح از: آقای دکتر محمدی

۱۰- واگنی به جرم $۱۰۰\,kg$ در عمق ۲۰ متری معدنی ساکن است. واگن بر روی ریلی به طول ۸۰ متر به وسیله کابل سبکی موازی با ریل کشیده می‌شود. برای کشیدن این واگن از موتوری بنزینی که دارای بازده ۲۰٪ است استفاده می‌شود. سرعت واگن به طور یکنواخت تغییر کرده و در بالای معدن به $۴m/s$ می‌رسد. اگر نیروی اصطکاک ۱۰٪ وزن واگن باشد، چه مقدار بنزین برای کشیدن آن به سطح زمین لازم است. از سوختن یک لیتر بنزین ۵×۱۰^۷ ژول انرژی آزاد می‌شود.

طرح از: آقای طالقانی

۱۱- ظرف استوانه‌ای شکل شیشه‌ای با ضریب شکست ۱/۶ که نه آن مطابق شکل (۳-۶) گود و شعاع انحنای آن ۱۰ سانتی‌متر است، در اختیار داریم. در زیر این ظرف و روی محور استوانه و به فاصلهٔ ۲۵ سانتیمتر از کف ظرف، منبع نورانی نقطه‌ای (s) قرار دارد. مایعی به ضریب شکست مجهول داخل ظرف می‌ریزیم تا داخل گودی را (تا سطح AB) پر کند. در اثر این عمل تصویری حقیقی از نقطهٔ نورانی به فاصله ۶۰ سانتیمتر از تصویر اولیهٔ آن به دست می‌آید. ضریب شکست مایع را به دست آورید.



شکل (۳-۶)

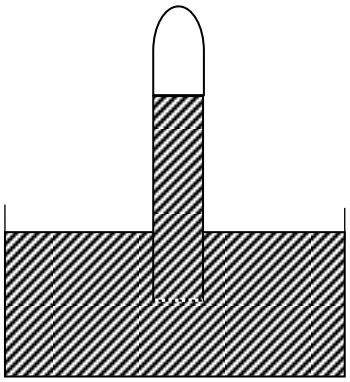
طرح از: آقای شیوایی

۱۲- مطابق شکل (۳-۷) لوله‌ای به طول یک متر به طور قائم و واژگون روی ظرفی پر از جیوه قرار دارد، به طوری که ۱۰ سانتیمتر از آن داخل جیوه است. بالای جیوه و در داخل لوله گاز نئون وجود دارد. ارتفاع ستون گاز ۱۶ سانتیمتر، فشار محیط یک اتمسفر و دمای محیط 27° است.

الف) اگر به آرامی لوله را ۲ سانتیمتر از جیوه خارج کنیم طول ستون جیوه در لوله چقدر خواهد شد؟

ب) در حالی که لوله در وضعیت قسمت (الف) است، تمامی دستگاه را به ارتفاع ۲ کیلومتری از سطح زمین که فشار هوا ۰/۸ اتمسفر است می‌بریم. در این صورت ارتفاع ستون جیوه از سر باز لوله ۶۷/۹ سانتیمتر می‌شود. دمای گاز نئون چقدر است؟

راهنمایی: سطح جیوه درون ظرف را ثابت فرض نمایید.



شکل (۳-۷)

«پاسخنامه‌ی تشریحی»

۱- فرض کنید حداقل اختلاف پتانسیل یک ظرف تجزیهٔ آب v ولت باشد. برای آنکه یک مولکول ئیدروژن آزاد شود، بار الکتریکی $۲e$ (e بار الکتریکی الکترون و مقدار آن $۱/۶\times۱۰^{-۱۹}$ کولون است) باید از این اختلاف پتانسیل بگذرد. در این صورت انرژی مصرف شده برای تجزیهٔ یک مولکول آب چنین است.

$$u = v\times ۲e$$

هنگامی که یک مولکول گرم آب تجزیه شود، N مولکول آب تجزیه شده است که $N = ۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}$ عدد آووگادرو است. بنابراین انرژی مصرف شده برای تجزیهٔ یک مولکول گرم آب چنین است.

$$U = Nu = ۲Nve$$

این انرژی معادل انرژی است که به هنگام تشکیل یک مولکول گرم آب آزاد می‌شود. در اینجا کل بار الکتریکی که از ظرف تجزیه گذشته، $۲eN$ است، بنابراین: $U = Qv$

$$m = \frac{A}{n}\times\frac{Q}{۹۶۵۰۰}$$

$$Q = \frac{m\times n\times ۹۶۵۰۰}{A}$$

اگر ئیدروژن را در نظر بگیریم، در تجزیهٔ یک مولکول گرم آب، برای Q داریم:

$$Q = \frac{۲\times۱\times۹۶۵۰۰}{۱} = ۱۹/۳\times۱۰^{۴} coul$$

$$U = Qv \Rightarrow v = \frac{U}{Q}$$

$$v = \frac{۲/۸۷۵\times۱۰^{۵}}{۱۹/۳\times۱۰^{۴}} = ۱/۴۹v$$

۲- هنگامی که جسم را از طرف نیمکره در هر وضعی روی سطح افقی قرار می‌دهیم، در حال تعادل می‌ماند، باید تعادل نیمکره و مخروط چسبیده به آن بی‌تفاوت باشد. در این صورت باید امتداد نیروی وزن در هر حالت از تکیه‌گاه بگذرد. از شکل (۳-۸) پیداست که خط قائمی که از محل تماس نیمکره با سطح افقی رسم شود، از مرکز نیمکره می‌گذرد. پس باید نیروی وزن نیمکره و مخروط از مرکز نیمکره وارد شود. یعنی مرکز ثقل جسم بر مرکز نیمکره منطبق باشد. اگر وزن نیمکره را $m_۱g$ و وزن مخروط را $m_۲g$ بگیریم داریم:

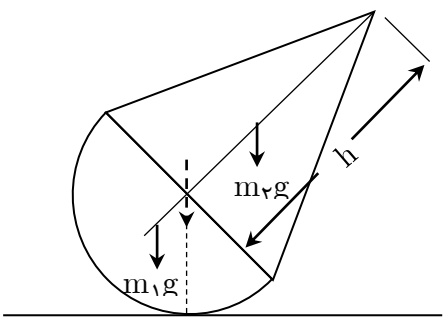
$$m_۱g = \frac{۲}{۳}\pi R^{۳}\rho g$$

$$m_۲g = \frac{h}{۳}\pi R^{۲}\rho g$$

اکنون با استفاده از برآیند دو نیروی موازی داریم:

$$\frac{۲}{۳}\pi R^{۳}\rho g\frac{۳}{۸}R = \frac{h}{۳}\pi R^{۲}\rho g\frac{h}{۴}$$

$$h = R\sqrt{۳}$$



شکل (۳-۸)

۳- ماخ حجم شیشهٔ به کار رفته در ساخت بطری چنین است.

$$v_g = \frac{mg}{\rho g} = \frac{۱۲۵}{۲/۵} = ۵۰cm^۳$$

بنابراین برای حجم بیرونی بطری داریم:

$$v_o = v_i + v_g = ۱۰۰۰ + ۵۰ = ۱۰۵۰cm^۳$$

هنگامی که در بطری را با چوب پنبه می‌بندیم، چون $۴cm^۳$ از حجم چوب پنبه بیرون می‌ماند، حجم خارجی بطری در بسته چنین است:

$$v = v_o + ۴ = ۱۰۵۴cm^۳$$

و چون نیمی از چوب پنبه داخل بطری است، حجم داخلی آن چنین است:

$$v = v_i - ۴ = ۹۹۶cm^۳$$

برای آنکه بطری در بستهٔ محتوی مقداری جیوه، در آب به حال تعادل بماند، باید نیروی ارشمیدس برابر نیروی وزن باشد. اگر حجم جیوه را v_{Hg} بگیریم، داریم:

$$v\rho_w g = m_g g + v_c\rho_c\rho_{Hg}g + v_{Hg}\rho_{Hg}g + v_a\rho_a g$$

در رابطهٔ بالا $v_c\rho_c$ جرم چوب پنبه و $v_a p_a$ جرم هوای بالا جیوه است.

$$۱۰۵۴\times ۱/۰۲ = ۱۲۵ + ۸\times ۰/۲۵ + v_{Hg}\times ۱۳/۶ + (۹۹۶ - v_{Hg})\times ۱/۰۳\times ۱۰^{-۳}$$
$$۱۰۷۵ = ۱۲۵ + ۲ + ۱۳/۶v_{Hg} - ۰/۰۰۱۳v_{Hg} + ۱/۲۹۴$$
$$v_{Hg} = ۶۹/۶۲cm^۳$$

۴- ماخ فرض می‌کنیم در دمای $T_۱$ ، ارتفاعی از مکعب آلومینیومی که درون جیوه است $h_۱$ باشد. در این صورت داریم:

$$\rho_{Hg}gh_۱L^۲ = m_{Al}g = L^۳\rho_{Al}g$$
$$h_۱ = \frac{\rho_{Al}}{\rho_{Hg}}L \qquad (۱\text{-}۳)$$

در دمای $T_۲$ ، چگالی جیوه و ابعاد مکعب آلومینیومی تغییر می‌کند ولی جرم آن ثابت است فرض می‌کنیم تفاوت دما ΔT و ارتفاع $h_۲$ از مکعب درون جیوه باشد در این دما داریم:

$$\frac{\rho_{Hg}}{(۱ + a_{Hg}\Delta T)}h_۲\left[L(۱ + \lambda_{Al}\Delta T)\right]^۲ g = m_{Al}g$$

$$\frac{\rho_{Hg}}{(۱ + a_{Hg}\Delta t)}h_۲L^۲(۱ + ۲\lambda_{Al}\Delta T) = m_{Al} \qquad (۲\text{-}۳)$$

از تقسیم رابطهٔ (۳-۲) بر (۳-۱) داریم:

$$\frac{h_۲(۱ + ۲\lambda_{Al}\Delta T)}{h_۱(۱ + a_{Hg}\Delta T)} = ۱$$

$$h_۲ = h_۱\frac{۱ + a_{Hg}\Delta T}{۱ + ۲\lambda_{Al}\Delta T} = \frac{\rho_{Al}}{\rho_{Hg}}L\frac{۱ + a_{Hg}\Delta T}{۱ + ۲\lambda_{Al}\Delta T}$$

$$\Delta h = h_۲ - h_۱ = L\frac{\rho_{Al}}{\rho_{Hg}}\left[\frac{۱ + a_{Hg}\Delta T}{۱ + ۲\lambda_{Al}\Delta T} - ۱\right]$$

$$\Delta h = L\frac{\rho_{Al}}{\rho_{Hg}}\left[\frac{(a_{Hg}-۲\lambda_{Al}}{۱+۲\lambda_{Al}\Delta T}\Delta T\right]$$

۵- انرژی منبع، به سطح کره‌ای به شعاع R می‌رسد و بخشی از آن که به سطح یک عرقچین کروی می‌رسد، به ظرف داده می‌شود. انرژی داده شده به عرقچین کروی را $H_۱$ می‌نامیم. داریم:

$$H_۱ = H \times \frac{\text{مساحت کره}}{\text{مساحت عرقچین کروی}}$$

$$H_۱ = H \times \frac{۲\pi R(R-h)}{۴\pi R^۲} = \frac{R-h}{۲R}H$$

از شکل (۳-۹) پیداست که:

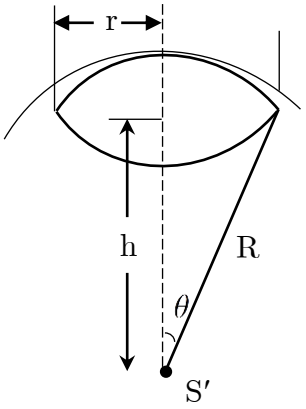
$$R = \sqrt{h^۲ + r^۲}$$

$$H_۱ = \frac{\sqrt{h^۲ + r^۲} - h}{۲\sqrt{h^۲ + r^۲}}H$$

بخشی از انرژی داده شده به ظرف در مدت t صرف بالا بردن دما و بخش دیگری تلف شده است داریم:

$$H_۱ t = MC(T_۲ - T_۱) + H't$$

$$C = \left[\frac{(\sqrt{h^۲ + r^۲} - h)Ht}{۲\sqrt{h^۲ + r^۲}} - H't\right]\frac{۱}{M(T_۲ - T_۱)}$$



شکل (۳-۹)

۶- وضعیت لوله پس از باز کردن شیر R در شکل (۳-۱۰) نشان داده شده است. چون سطح مقطع لولهٔ A پنج برابر سطح مقطع لولهٔ B است، پس با ۱۰ cm پایین آمدن جیوه در لولهٔ B ، جیوه در لولهٔ A تنها ۲ cm بالا می‌رود.

الف - برای هوای لولهٔ A در دو حالت قبل و بعد از باز کردن شیر R داریم:

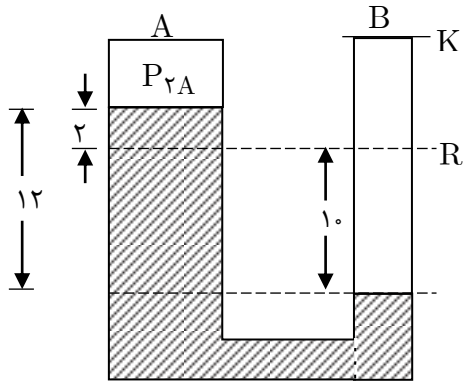
$$P_{۱A}V_{۱A} = P_{۲A}V_{۲A}$$

$$۴۰ \times S_A \times ۷۶ = P_{۲A} \times S_A \times ۳۸$$

$$P_{۲A} = \frac{۴۰ \times ۷۶}{۳۸} = ۸۰ cmHg$$

برای هر لولهٔ B در دو حالت داریم:

$$P_{۱B}V_{۱B} = P_{۲B}V_{۲B}$$
$$P \times S_B \times ۴۰ = (۸۰ + ۱۲) \times S_B \times ۵۰$$
$$P = \frac{۹۲ \times ۵۰}{۴۰} = ۱۱۵ cmHg$$



شکل (۳-۱۰)

ب - وقتی شیر k نیز باز می‌شود، فشار لولهٔ B به دلیل ارتباط با هوای خارج دارای فشار یک جو یعنی $۷۶ cmHg$ می‌شود و در نتیجه جیوه در لولهٔ A و B به سطح اولی بر می‌گردد. حجم هوای لولهٔ B را در این حالت $V_{۳B}$ فرض می‌کنیم. داریم:

$$P_{۲B}V_{۲B} = P_{۳B}V_{۳B}$$
$$۹۲ \times ۱ \times ۵۰ = ۷۶ \times V_{۳B}$$
$$V_{۳B} = \frac{۹۲ \times ۵۰ \times ۱}{۷۶} = ۶۰ / ۵ cm^۳$$

برای جرم هوای خارج شده داریم:

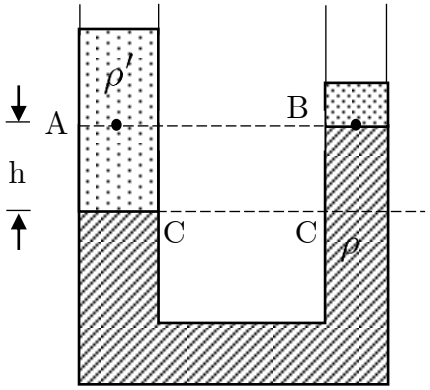
$$\Delta m_B = \rho \Delta V_B = ۱ / ۳ \times ۱۰^{-۳}(۶۰ / ۵ - ۴۰) = ۲۶ / ۶۵ \times ۱۰^{-۳} g$$

۷- در شکل (۳-۱۱) وضعیت لولهٔ ∪شکل نشان داده شده است. یک سطح افقی در محل تماس دو مایع در نظر می‌گیریم. چون زیر این سطح مایع یکسانی در دو لوله وجود دارد، پس فشار در این سطح در دولوله یکسان است. دو نقطهٔ A و B را که در یک سطح افقی هستند، یعنی همترازند در دو لوله در نظر می‌گیریم، آشکار است که فاصلهٔ این دو نقطه از سطح C یکسان است. با توجه به شکل داریم:

$$P_A - P_C = \rho' gh$$
$$P_B - P_C = \rho gh$$
$$P_A - B_B = gh(\rho' - \rho)$$

چون مایع دوم روی مایع اول قرار گرفته است، پس $\rho' < \rho$ است. در نتیجه داریم:

$$P_A < P_B$$



شکل (۳-۱۱)

۸- مطابق شکل (۳-۱۲) مقاومت دو قسمت حلقه را $R_۱$ و $R_۲$ و جریان آنها را $I_۱$ و $I_۲$ فرض می‌کنیم. چون دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ میان دو نقطهٔ C و D به طور موازی بسته شده‌اند، داریم:

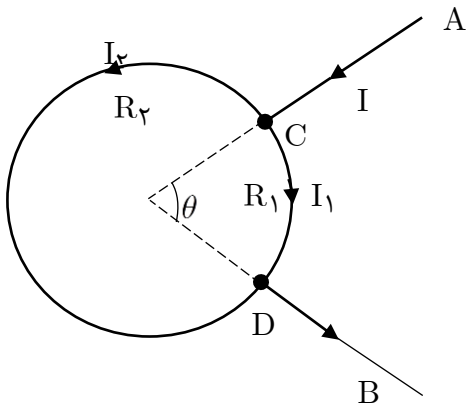
$$I = I_۱ + I_۲$$
$$I_۱R_۱ = I_۲R_۲$$

با حل دو معادلهٔ بالا برای $I_۱, I_۲$ مقادیر زیر به دست می‌آید.

$$I_۱ = \frac{R_۲}{R_۱ + R_۲} I$$
$$I_۲ = \frac{R_۱}{R_۱ + R_۲} I$$

اگر مقاومت کل حلقه را R فرض کنیم، چون مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ به نسبت طول دو قسمت حلقه است، داریم:

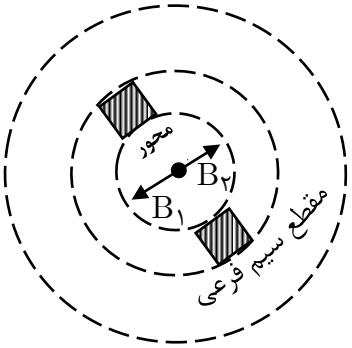
$$R_۱ = \frac{\theta}{۲\pi} R \qquad R_۲ = \frac{۲\pi - \theta}{۲\pi} R$$
$$\frac{I_۱}{I_۲} = \frac{R_۲}{R_۱} = \frac{۲\pi - \theta}{\theta} \qquad (۳\text{-}۳)$$



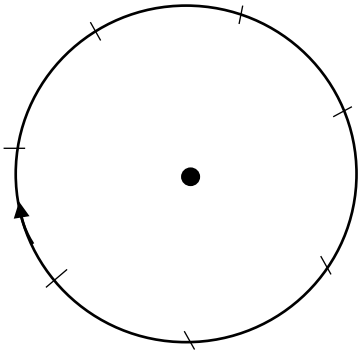
شکل (۳-۱۲)

چون دو سیم راست A و B از مرکز دایره می‌گذرند، فاصلهٔ این نقطه از محور دو سیم صفر است. اگر از رابطهٔ میدان مغناطیسی سیم راست، یعنی $B = k\frac{I}{d}$ استفاده کنیم، ظاهراً میدان مغناطیسی دو سیم راست در مرکز دایره بینهایت خواهد شد، ولی این طور نیست. برای یافتن میدان مغناطیسی حاصل از سیم‌های راست، به بحث دقیق‌تری نیازمندیم. هر یک از سیم‌های راست را می‌توانیم مرکب از تعداد زیادی سیم راست فرعی که پهولی هم قرار گرفته‌اند بدانیم. از هر کدام از سیم‌های فرعی بخشی از جریان I می‌گذرد. (در شکل (۳-۱۳) مقطع دو تا از این سیم‌های فرعی که در دو طرف محور سیم اصلی قرار دارد، و مشابه یکدیگرند نشان داده شده است. هر کدام از این دو سیم فرعی روی نقاط محور سیم اصلی یک میدان مغناطیسی به وجود می‌آورد که چون جهت جریان در هر دوی آنها یکی است، میدان‌های مغناطیسی آنها در دو جهت مخالف هم است. چون جریان دو سیم فرعی نیز به دلیل یکسانی مقطع با هم برابر است، میدان‌های مغناطیسی آن‌ها هم اندازه است و در نتیجه برآیند میدان مغناطیسی حاصل از این دو سیم فرعی صفر است. این نتیجه را می‌توان برای هر دو سیم فرعی دیگر به دست آورد و بنابراین میدان مغناطیسی سیم اصلی روی نقاط محورش صفر است. به این ترتیب دو سیم راست A و B در مرکز حلقه میدان مغناطیسی به وجود نمی‌آورند. اکنون باید میدان مغناطیسی دو قطعه دایره را در مرکز حلقه محاسبه کنیم. میدان مغناطیسی در مرکز یک حلقهٔ کامل به شعاع a از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$B = \frac{\mu_۰ I}{۲a}$$



شکل (۳-۱۳)



شکل (۳-۱۴)

در شکل (۳-۱۴) یک حلقه که جریان I از آن می‌گذرد نشان داده شده است. این حلقه به چند قسمت مساوی تقسیم شده است. از تقارن شکل پیداست که میدان‌های مغناطیسی که توسط هر یک ازقطعه‌ها در مرکز حلقه ایجاد می‌شود، مشابه هم هستند. بنابراین میدان مغناطیسی حاصل از یک حلقهٔ کامل، برآیند میدان‌های مغناطیسی حاصل از قطعه‌های حلقه است. مثلاً اگر حلقه را به ۴ ربع دایره تقسیم کنیم، میدان مغناطیسی حاصل از هر کدام، یک چهارم میدان مغناطیسی حلقه است. در نتیجه میدان هر یک از دو قطعهٔ شکل (۳-۱۲) را می‌توان متناسب با طول کمان آن قطعه چنین نوشت:

میدان مغناطیسی کمان کوچکتر $B_۱ = \frac{\theta}{۲\pi}\frac{\mu_۰ I_۱}{۲a}$

میدان مغناطیسی کمان بزرگتر $B_۲ = \frac{۲\pi-\theta}{۲\pi}\frac{\mu_۰ I_۲}{۲a}$

از تقسیم دو رابطهٔ بالا داریم:

$$\frac{B_۱}{B_۲} = \frac{\theta}{۲\pi-\theta}\frac{I_۱}{I_۲}$$

با استفاده از رابطهٔ (۳-۳) داریم:

$$\frac{B_۱}{B_۲} = \frac{\theta}{۲\pi-\theta}\frac{۲\pi-\theta}{\theta} = ۱$$

بنابراین اندازهٔ میدان‌های حاصل از دو کمان حلقه، با هم برابر است. از طرفی چون جهت میدان $B_۱$ به طرف داخل صفحه و جهت میدان $B_۲$ به طرف خارج صفحه است(به شکل (۳-۱۲) نگاه کنید)، پس برآیند دو میدان $B_۱$ و $B_۲$ صفر است. به این ترتیب میدان مغناطیسی در مرکز حلقه وجود ندارد.

۹- مدار مورد نظر در شکل (۳-۱۵) نشان داده شده است. همان طور که پیشتر گفته شد، در هر حلقه، جریان معینی را در یک جهت دلخواه در نظر می‌گیریم و مجموع اختلاف پتانسیل‌ها را دور یک حلقه می‌نویسیم. در این مدار سه حلقه و در نتیجه سه جریان وجود دارد. اگر

حلقه‌ها را در جهت جریان دور بزنیم داریم:

$$E_۱ + E_۲ = I_۱(r+R_۱) + (R_۲+r)(I_۱-I_۲)$$
$$۰ = E_۲ + (r+R_۲)(I_۲-I_۱) + (R_۳+r)(I_۲-I_۳) + E_۳$$
$$E_۳ + E_۴ = (r+R_۳)(I_۳-I_۲) + (r+R_۴)I_۳$$

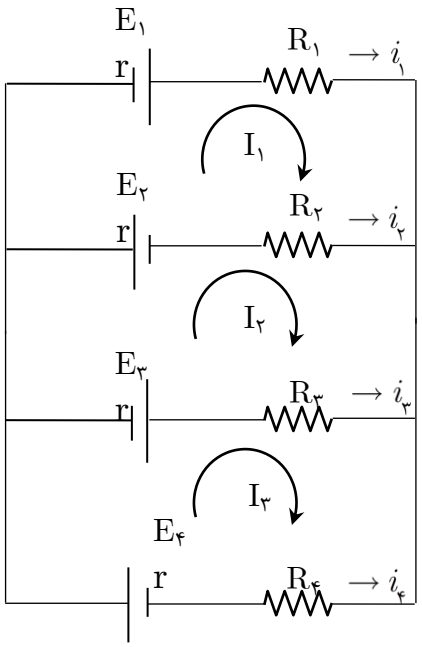
مقدار کمیت‌های معلوم را در معادله‌های بالا قرار می‌دهیم و داریم:

$$۳ = ۲I_۱ + ۳(I_۱ - I_۲)$$
$$۰ = ۲ + ۳(I_۲ - I_۱) + ۴(I_۲ - I_۳) + ۳$$
$$۷ = ۴(I_۳ - I_۲) + ۵I_۳$$
$$۳ = ۵I_۱ - ۳I_۲$$
$$۵ = ۳I_۱ - ۷I_۲ + ۴I_۳$$
$$۷ = -۴I_۲ + ۹I_۳$$

$$I_۱ = \frac{۴۵}{۷۷} \qquad I_۲ = -\frac{۲}{۷۷} \qquad I_۳ = \frac{۵۹}{۷۷}$$

اگر جریان‌های در مقاومت‌های $R_۱, R_۲, R_۳$ و $R_۴$ را به ترتیب با $i_۱, i_۲, i_۳$ و $i_۴$ نشان دهیم داریم:

$$i_۱ = I_۱ = \frac{۴۵}{۷۷} \qquad i_۲ = I_۲ - I_۱ = -\frac{۴۷}{۷۷}$$
$$i_۳ = I_۳ - I_۲ = \frac{۶۱}{۷۷} \qquad i_۴ = -I_۳ = -\frac{۵۹}{۷۷}$$



شکل (۳-۱۵)

۱۰- واگن و نیروهای وارد بر آن در شکل (۳-۱۶) نشان داده شده است. شتاب واگن را می‌توان از جابه‌جایی و سرعت نهایی آن به دست آورد.

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲ax$$
$$۴^۲ - ۰ = ۲a \times ۸۰$$
$$a = ۰/۱ m/s^۲$$

این شتاب حاصل نیروهای وارد بر واگن در راستای ریل است. با استفاده از قانون دوم نیوتن داریم:

$$F - f - mg\sin\alpha = ma$$
$$F - ۰/۱mg - \frac{۲۰}{۸۰}mg = m \times ۰/۱$$
$$F = ۰/۱ \times ۱۰۰ \times ۱۰ + ۰/۲۵ \times ۱۰۰ \times ۱۰ + ۰/۱ \times ۱۰۰$$
$$F = ۳۶۰N$$

کار نیروی موتور برای کشیدن واگن چنین است:

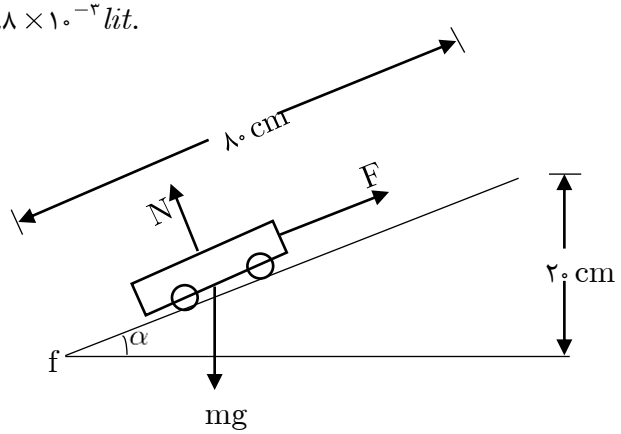
$$w = Fx = ۳۶۰ \times ۸۰ = ۲۸ / ۸kj$$

چون بازده موتور ٪۲۰ است، انرژی مصرف شده برای موتور، U چنین است.

$$w = ۰ / ۲U \rightarrow U = ۵w = ۱۴۴kj$$

اگر حجم بنزین مصرفی را v فرض کنیم داریم:

$$v = \frac{۱۴۴ \times ۱۰^{۳}}{۵ \times ۱۰^{۷}} = ۲ / ۸۸ \times ۱۰^{-۳} lit.$$



شکل (۳-۱۶)

۱۱- ماخ ته ظرف استوانه‌ای شکل شیشه‌ای، مانند یک عدسی واگرا عمل می‌کند. فاصلهٔ کانونی این عدسی چنین است:

$$\frac{۱}{f} = (n - ۱)(\frac{۱}{R_۱} + \frac{۱}{R_۲}) = (۱ / ۵ - ۱)(\frac{۱}{\infty} + \frac{۱}{-۱۰})$$

$$f = -\frac{۱۰۰}{۶}$$

در رابطهٔ بالا چون یک طرف عدسی گود است، شعاع انحنای آن با علامت منفی گذارده شده است. این عدسی واگرا ازمنبع نورانی (s) تصویری می‌دهد که محل آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.

$$\frac{۱}{p} + \frac{۱}{q} = \frac{۱}{f}$$

$$\frac{۱}{۲۵} + \frac{۱}{q} = -\frac{۶}{۱۰۰} \rightarrow q = -۱۰cm$$

علامت منفی در فاصلهٔ تصویر، نشان می‌دهد که تصویر s در عدسی شیشه‌ای مجازی است.

مایعی که در گودی ته ظرف ریخته شده است، مانند یک عدسی همگرا عمل می‌کند. برای فاصلهٔ کانونی این عدسی داریم:

$$\frac{۱}{f'} = (n' - ۱)(\frac{۱}{R'_۱} + \frac{۱}{R'_۲}) = (n' - ۱)(\frac{۱}{۱۰} - \frac{۱}{\infty})$$

$$\frac{۱}{f'} = \frac{(n' - ۱)}{۱۰}$$

از شکل (۳-۱۷) پیداست که تصویر مجازی s' که توسط عدسی شیشه‌ای تشکیل می‌شود، برای عدسی همگرای ساخته شده از مایع، مانند یک جسم حقیقی عمل می‌کند و تصویری از آن تشکیل می‌شود. محل تصویر نهایی چنین است.

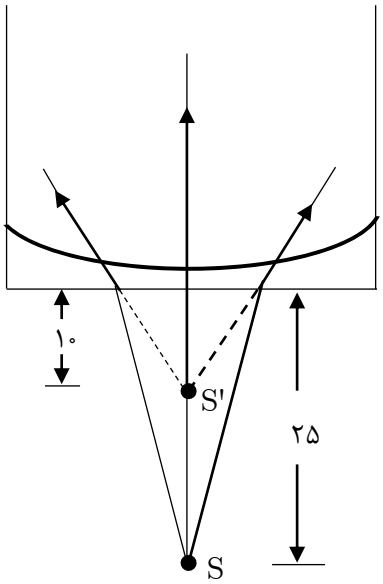
$$\frac{۱}{p'} + \frac{۱}{q'} = \frac{۱}{f'}$$

در شکل (۳-۱۸) تصویر s' در عدسی همگرا، نشان داده شده است. از این شکل پیداست که

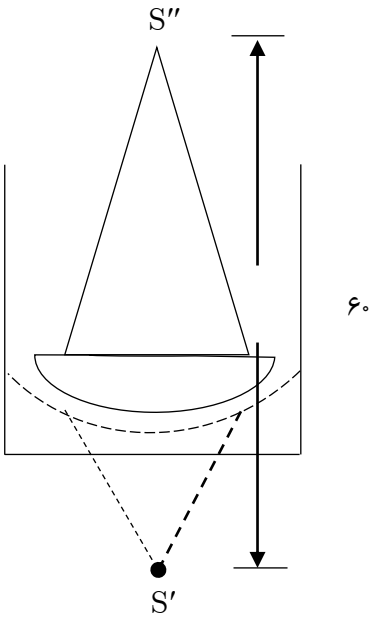
$$q' = ۶۰ - ۱۰ = ۵۰cm$$
$$\frac{۱}{۱۰} + \frac{۱}{۵۰} = \frac{n' - ۱}{۱۰}$$

پس داریم:

$$\frac{n' - ۱}{۱۰} = \frac{۶}{۵۰}$$
$$n' = ۲/۲$$



شکل (۳-۱۷)



شکل (۳-۱۸)

۱۲ ماخ در شکل (۳-۱۹) شرایط اولیهٔ گاز نئون نشان داده شده است.

الف - وضعیت لوله را وقتی که آن را $۲cm$ از جیوه خارج می‌کنیم، در شکل (۳-۲۰) نشان داده شده است.

با توجه به شکل (۳-۱۹) داریم:

$$p_۰ = ۷۶ = p_۱ + ۷۴$$
$$p_۱ = ۲cmHg$$

با توجه به شکل (۳-۲۰) داریم:

$$p_۰ = ۷۶ = p_۲ + (۹۲ - h_۲)$$
$$p_۲ = h_۲ - ۱۶cmHg$$

برای گاز نئون در دو حالت داریم:

$$p_۱ \times ۱۶ = P_۲ h_۲$$
$$۲ \times ۱۶ = (h_۲ - ۱۶)h_۲$$
$$h_۲ - ۱۶h_۲ - ۳۲ = ۰$$

جواب قابل قبول معادلهٔ بالا $h_۲ = ۱۷/۸cm$ است. ارتفاع جیوه در لوله چنین است:

$$h' = ۱۰۰ - ۱۷/۸ = ۸۲/۸cm$$

فشار گاز در این حالت $p_۲ = ۱۷/۸ - ۱۶ = ۱/۸cmHg$ است.

www.MAAKH.ir

ب- وضعیت لوله در ارتفاع ۲ کیلومتری در شکل (۳-۲۱) نشان داده شده است. فشار گاز نئون در این حالت چنین است.

$$p_۳ + (۶۷/۹ - ۸) = ۰/۸p_۰ = ۰/۸ \times ۷۶$$

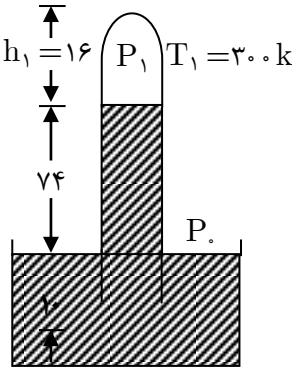
$$p_۳ = ۶۰/۸ - ۵۹/۹ = ۰/۹cmHg$$

دو حالت اول و سوم گاز با رابطهٔ زیر به هم مربوط است.

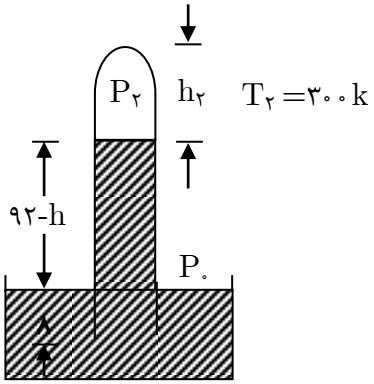
$$\frac{p_۲h_۳}{T_۳} = \frac{p_۲h_۲}{T_۲}$$

$$T_۳ = \frac{p_۳h_۳}{p_۱h_۱}T_۱$$

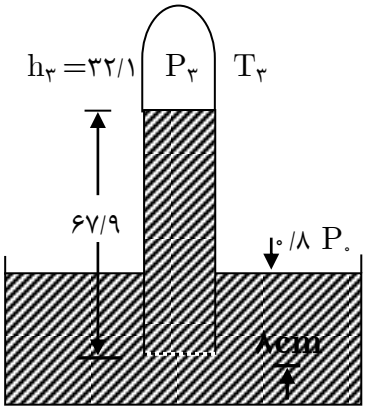
$$T_۳ = \frac{۰/۹ \times ۳۲/۱}{۱/۸ \times ۱۷/۸} \times ۳۰۰ = ۲۷۰/۵^\circ k$$



شکل (۳-۱۹)



شکل (۳-۲۰)



شکل (۳-۲۱)