بنام خدا

جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش

دفترچه سوالات به همراه پاسخنامه تشریحی
مرحله دوم
بیست و پنجمین دوره‌ی المپیاد فیزیک سال ۱۳۹۰

تعداد سوالات		مدت آزمون (دقیقه)
سوالات چند گزینه‌ای	مساله‌های تشریحی	
-	۷	۲۱۰

توضیحات مهم

استفاده از ماشین حساب ممنوع است.

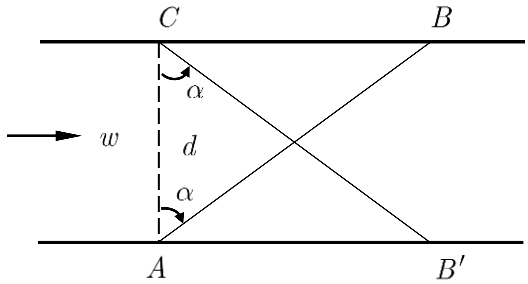
تذکرات آزمون:

ضمن آرزوی موفقیت برای شما دانش‌پژوه گرامی، خواهشمند است قبل از پاسخ به سؤالات آزمون به موارد زیر توجه کنید:

- این آزمون شامل **۷ مسئله‌ی تشریحی** و وقت آن **۲۱۰ دقیقه** است.
- نمره‌ی هر سوال در ابتدای آن نوشته شده است.
- استفاده از ماشین‌حساب در این آزمون مجاز است.
- همراه داشتن تلفن همراه (حتی خاموش) در طول زمان آزمون مجاز **نیست**.
- فقط داوطلبانی می‌توانند دفترچه‌ی سؤالات را با خود ببرند که تا پایان آزمون در جلسه حضور داشته باشند.
- آماده‌سازی پاسخنامه‌ی این آزمون توسط **ایرانفو، مرجع المپیاد فیزیک ایران** انجام شده است.
- جمع‌آوری و آماده‌سازی دفترچه‌ی سوالات این آزمون توسط **کمیته‌ی علمی ماخ** انجام شده است.

ایرانفو
مرجع المپیاد فیزیک ایران

۱- تندی جریان آب رودخانه‌ای به عرض d برابر مقدار ثابت w است. شخصی می‌خواهد با ترکیبی از دو مسیر مستقیم، که یکی مسیری است کـه با قایق روی آب طـی می‌کند و دیگری مسیری است که با دویدن در ساحل رودخانه طی می‌کنند، از نقطه‌ی A به نقطه‌ی C برود و دوباره به نقطه‌ی A برگردد. این شخص قادر است روی آب ساکن قایق را با تندی ثابت v براند $(v>w)$ و در ساحل با تندی ثابت u بدود.



اگر این شخص مسیر $A \to B \to C$ را برای رفت و مسیر $C \to B \to A$ را برای برگشت انتخاب کند:

آ) مدت زمان لازم برای رفتن از A به B برحسب w, v, d و α چقدر است؟

ب) مدت زمان لازم برای برگشت از B به A برحسب w, v, d و α چقدر است؟

پ) مدت زمان لازم برای حرکت از نقطه‌ی A و برگشت به آن چقدر است؟

ت) به ازای چه مقدار از α مدت زمان رفت و برگشت کمینه می‌شود؟

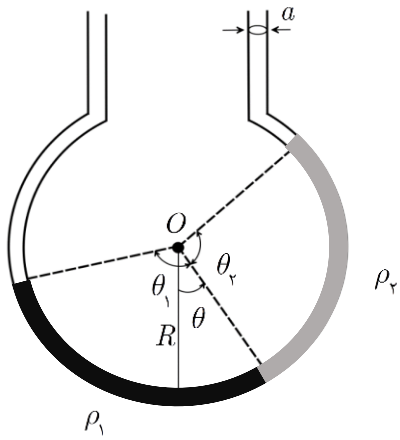
اگر این شخص مسیر $A \to B \to C$ را برای رفت و مسیر $C \to B' \to A$ را برای برگشت انتخاب کند.

ث) مدت زمان لازم برای حرکت از نقطه‌ی A و برگشت به آن چقدر است؟

ج) به ازای چه مقداری از α مدت زمان رفت و برگشت کمینه می‌شود؟ برای وجود این کمینه چه رابطه‌ای بین تندی‌ها باید وجود داشته باشد؟

چ) زمان کمینه چقدر است؟

۲- دو مایع مخلوط نشدنی و غیرچسبنده با جرم‌های حجمی ρ_1, ρ_2 مطابق شکل در لوله‌ای به شعاع R و سطح مقطع کوچک a ریخته شده‌اند. دو سر لوله باز و فشار هوا P_0 است. مقدارد و مایع با زاویه‌های θ_1, θ_2 مشخص شده است.



آ) در حالت تعادل (وقتی مایع ساکن است) زاویه‌ی θ_0 را برحسب پارامترهای داده شده بدست آورید.

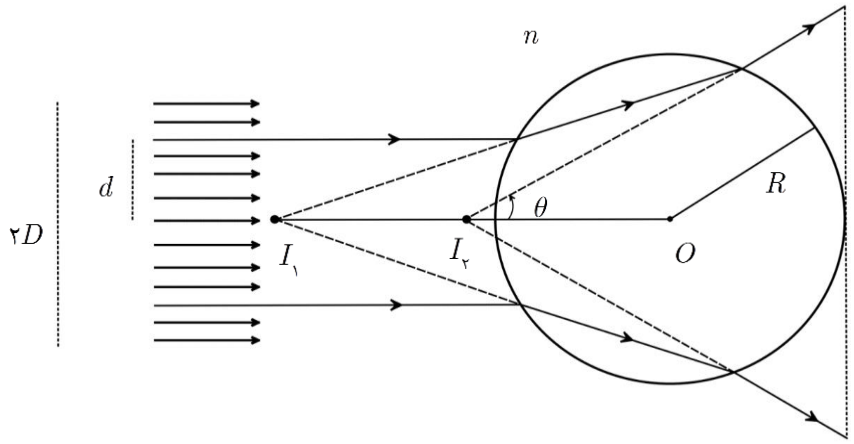
ب) فشار در محل تماس دو مایع با یکدیگر چقدر است؟

از یک طرف لوله مایع را از حالت تعادل θ_0 به مقدار بسیار جزیی منحرف و رها می‌کنیم.

پ) در وضعیتی که انحراف از حالت تعادل $\Delta\theta$ است $(\Delta\theta << 1rad)$ نیروی باز گرداننده در امتداد مماس بر لوله را تا مرتبه‌ی اول $\Delta\theta$ محاسبه کنید.

ت) زمان تناوب نوسان مایع داخل لوله را به دست آورید.

۳- یک حباب هوای کروی شکل به شعاع R و ضریب شکست 1 در یک محیط شفاف به ضریب شکست n در نظر بگیرید. یک دسته پرتو نور موازی به شدت I که مقطع آن دایره‌ای به قطر $2D$ است $(D / R / n)$ مطابق شکل به حباب می‌تابد.



آ) یک پرتو نور از این دسته را در نظر بگیرید که به فاصله d از محور تقارن دسته پرتو به حباب می‌تابد و پس از عبور از حباب وارد محیط با ضریب شکست n می‌شود. اگر زاویه‌ی انحراف نسبت به پرتو تابیده θ باشد، $\sin\theta$ برحسب d، R و n چقدر است؟

ب) اگر I_1, I_2 تصویرهایی باشند که پرتو مذکور در قسمت (آ) هنگام عبور از سطح سمت چپی و سطح سمت راستی حباب تشکیل می‌دهند، فاصله‌ی OI_1, OI_2 را برحسب D، R و n به دست آورید.

پ) با توجه به این که هر کدام از پرتوهای تابیده و عبور کننده ازحباب تصاویری همانند I_1, I_2 روی محور تقارن (محور افقی گذرنده از O) تشکیل می‌دهند، طول بازه‌ای را محاسبه کنید که تاصویر I_1, I_2 تمام پرتوهای موجود در دسته ورودی، روی محور تقارن تشکیل می‌دهند.

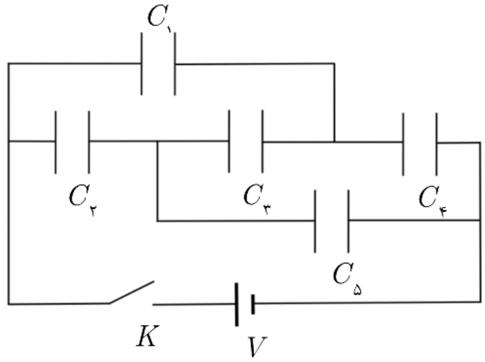
ت) با صرفنظر از بازتاب پرتوهای فرودی روی سطوح حباب شدت متوسط نور خروجی از حباب را روی سطح فرضی P (که عود بر دسته پرتو فرودی است) حساب کنید.

۴- پنج خازن به ظرفیت‌های C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 که قبل از بسته شدن کلید k بدون بار الکتریکی هستند در مداری مطابق شکل به همراه یک باتری قرار گرفته‌اند که اختلاف پتانسیل v را به دو سر مجموعه اعمال می‌کند. خازن‌ها را ایده‌آل در نظر بگیرید.

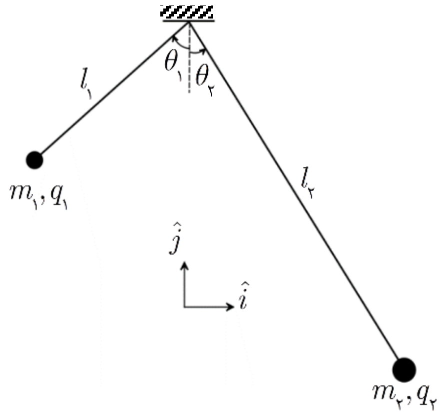
آ) پس از بسته شدن کلید k و شارژ خازن‌ها و قطع شدن جریان مدار، بار الکتریکی خازن‌های C_1, C_2 و C_3 را برحسب V و ظرفیت خازن‌ها به دست آورید.

ب) ظرفیت خازن معادل مدار را حساب کنید.

پ) چه شرطی بین ظرفیت خازن‌ها وجود داشته باشد تا پس از شارژ خازن‌ها و قطع شدن جریان مدار، بار الکتریکی روی خازن C_3 صفر شود.



۵- دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_2, q_1 که به ترتیب دارای جرم‌های m_2, m_1 هستند به دو انتهای نخ‌هایی به طول l_2, l_1 وصل شده‌اند. سر دیگر نخ‌ها به یک نقطه‌ی ثابت مطابق شکل زیر بسته شده‌اند به طوری که دو بار در اثر نیروهای وارد بر آنها در یک صفحه در حالت عادل می‌باشند. از جرم نخ‌ها صرفنظر کنید.



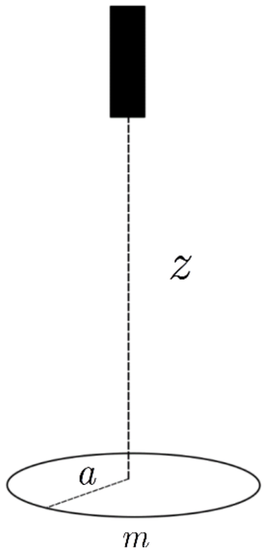
آ) شرط تعادل نیروها را در دو راستای $\hat{I}$ و $\hat{J}$ برحسب پارامترهای داده شده و نیز پارامترهای کمکی θ_2, θ_1 بنویسید.

ب) نسبت $\sin(\theta_1) / \sin(\theta_2)$ را برحسب پارامترهای داده شده به دست آورید.

پ) نیروی کشش نخ‌ها را برحسب وزن بارها و θ_2, θ_1 به دست آورید.

ت) برای محاسبه پارامترهای کمکی θ_2, θ_1 علاوه بر رابطه‌ای که در قسمت (ب) به دست می‌آید به رابطه‌ی دیگری بین θ_2, θ_1 نیاز است. اگر x را به صورت $x = \cos(\theta_1 + \theta_2)$ تعریف کنیم، x جواب معادله‌ی $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ است. ضرایب a ، b و c را برحسب پارامترهای داده شده به دست آورید.

۶- حلقه‌ای رسانا به جرم m ، شعاع a و مقاومت الکتریکی R روی سطح افقی میزی قرار دارد. آهنربایی را در فاصله‌ی $z\ (z >> a)$ بالای حلقه و روی محور آن در نظر بگیرید. با توجه به بزرگ بودن فاصله‌ی آهنربا از حلقه نسبت بـه ابـعاد حلـقه، می‌توانیم میـدان
مغناطیسی دورن حلقه را عمود بر سطح آن در نظر بگیریم. باتوجه به اینکه میدان مغناطیسی آهنربا در یک نقطه تابعی از فاصله‌ی آهنربا از آن نقطه است، مقدار آن را $f(z)$ و جهت آن را رو به بالا در نظر بگیرید.

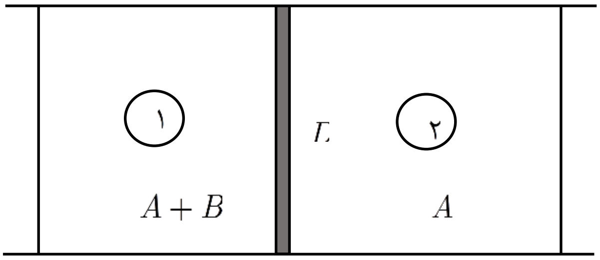


آ) اگر آهنربا را با سرعت v به سمت بالا حرکت دهیم، مقدار و جهت جریان القایی در حلقه را به دست آورید. (جهت مثبت جریان، جهتی است که در آن میدان مغناطیسی ایجاد شده توسط آن رو به بالاست). از میدان مغناطیسی حلقه نسبت به میدان مغناطیسی آهنربا صرفنظر کنید.

ب) با محاسبه‌ی توان اتلافی دراین سیستم، اندازه و جهت نیروی وارد بر حلقه ناشی از حرکت آهنربا را به دست آورید.

پ) با توجه به اینکه شتاب جاذبه روی سطح زمین(و روی میز) g است. حداقل اندازه سرعتی که باید آهنربا در فاصله‌ی z داشته باشد تا حلقه از روی میز بلند شود چقدر است؟ جهت سرعت باید به کدام سمت (پایین یعنی $v < 0$ یا بالا یعنی $v > 0$) باشد؟

۷- دستگاهی متشکل از دو ناحیه‌ی ۱ و ۲ توسط غشای نیمه‌تراوای D از هم جدا شده‌اند. ناحیه‌ی ۱ حاوی ماده‌ی A وماده‌ی B و ناحیه‌ی ۲ فقط حاوی ماده‌ی A است. غشای نیمه‌تراوا اجازه‌ی عبور ماده‌ی A از ناحیه‌ی ۱ به ۲ وبرعکس (از ناحیه ۲ به ۱) را می‌دهدولی اجازه عبور ماده‌ی B از ناحیه ۱ به ۲ را نمی‌دهد. دمای دو ناحیه را مقدار ثابت T وماده B را گاز کامل فرض کنید.



آ) اختلاف فشار ناحیه۱ و ۲ را برحسب غلظت مولی ماده‌ی B (تعداد مول‌های ماده‌ی B بر واحد حجم)، nB به دست آورید. (به این اختلاف فشار، فشار اسمزی می‌گویند.)

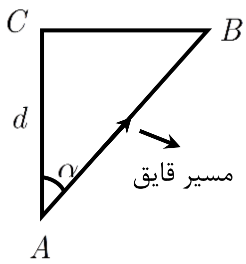
ب) می‌توان با کاهش حجم ناحیه‌ی ۱ و افزایش حجم ناحیه‌ی ۲ به اندازه‌ی ΔV ماده A را از ناحیه‌ی۱ به ۲ منتقل کرد. با فرض اینکه ΔV بسیار کوچک است به طوری که بتوان غلظت‌ها را در طول این فرایند ثابت فرض کرد کار لازم برای این علمیات چقدر است؟ (به این عملیات، اسمز معکوس گفته می‌شود.)

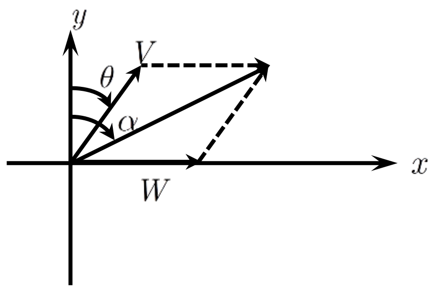
پ) اساس کار آب شیرین کن استفاده از اثر اسمز معکوس است. ماده‌ی A آب و ماده‌ی B نمک طعام است. یک مول نمک طعام با جرم مولی $۵۸g / mol$ وقتی در آب حل می‌شود تبدیل به یک مول یون کلر و یک مول یون سدیم می‌گردد، که برای سادگی آنها را گاز کامل فرض می‌کنیم. اگر چگالی نمک طعام محلول در آب شور ناحیه‌ی۱ حدود $۴۰g / Lit$ (مثلاً چگالی نمک آب خلیج‌فارس و فقط آن را حاوی نمک طعام در نظر بگیریم) و نیز اگر بازده دستگاه آب شیرین کن (برای تبدیل برق به کار) ۷۰٪ ودمای آب $۲۷^{\circ}C$ باشد برای تولید یک مترمکعب آب شیرین چند کیلووات ساعت برق مصرف می‌شود؟

ثابت جهانی گاز $R = ۸.۳J / mol.k$ و عدد آووگادرو $N_A = ۶.۰۲\times ۱۰^{۲۳}$ است.

«پاسخنامه‌ی تشریحی»

۱- ماخ آ)





θ: زاویه حرکت قایق نسبت به y از دید ناظر آب

α: زاویه حرکت قایق نسبت به y از دید ناظر ساکن

باتوجه به بردارهای سرعت:

$$\tan\alpha = \frac{V\sin\theta + w}{V\cos\theta} \rightarrow V\left[\cos\theta.\tan\alpha - \sin\theta\right] = w$$

$$\Rightarrow V\left[\frac{\sin\alpha.\cos\theta - \sin\theta\cos\alpha}{\cos\alpha}\right] = w \rightarrow V\sin(\alpha-\theta) = w\cos\alpha$$

$$\Rightarrow \sin(\alpha-\theta) = \frac{w}{v}\cos\alpha \Rightarrow \theta = \alpha - \sin^{-1}(\frac{w}{v}\cos\alpha)$$

$$\Rightarrow T_{AB} = \frac{d}{V\cos\theta}$$

$$\cos\theta = \cos\left[\alpha - \sin^{-1}(\frac{w}{v}\cos\alpha)\right] = \cos\alpha.\cos\left[\sin^{-1}(\frac{w}{v}\cos\alpha)\right] + \sin\alpha.\sin\left[\sin^{-1}(\frac{w}{v}\cos\alpha)\right]$$

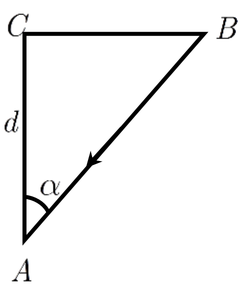
$$= \cos\alpha.\cos\left[\sin^{-1}(\frac{w}{v}\cos\alpha)\right] + \sin\alpha.\frac{w}{v}.\cos\alpha$$

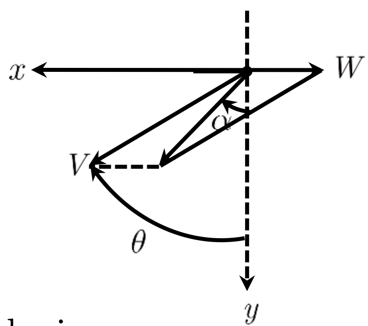
نکته $\beta = \sin^{-1}x \rightarrow \sin\beta = x \rightarrow \cos\beta = \sqrt{1-\sin^2\beta} = \sqrt{1-x^2}$

نکته $\Rightarrow \cos\theta = \cos\alpha.\sqrt{1-\frac{w^2}{v^2}\cos^2\alpha} + \frac{w}{v}\sin\alpha.\cos\alpha$

$$* \Rightarrow T_{AB} = \frac{d}{v\cos\theta} = \frac{d}{\cos\alpha\left[\sqrt{v^2 - w^2\cos^2\alpha} + w\sin\alpha\right]}$$

ب)





θ': زاویه حرکت قایق نسبت به y ازدید ناظر آب.

α: زاویه حرکت قایق نسبت به y از دید ناظرساکن

$$\tan\alpha = \frac{V\sin\theta' - w}{V\cos\theta'} \to w = V\left[\sin\theta' - \tan\alpha.\cos\theta'\right]$$

$$\to w\cos\alpha = V\sin(\theta'-\alpha) \to \theta' = \alpha + \sin^{-1}(\frac{w}{v}\cos\alpha)$$

$$T_{BA} = \frac{d}{v\cos\theta'}$$

$$\cos\theta' = \cos\left[\alpha + \sin^{-1}(\frac{w}{v}\cos\alpha)\right] = \cos\alpha.\cos + \left[\sin^{-1}(\frac{w}{v}\cos\alpha)\right]$$

$$-\sin\alpha.\sin\left[\sin^{-1}(\frac{w}{v}\cos\alpha)\right]$$

$$= \cos\alpha.\sqrt{1 - \frac{w^2}{v^2}\cos^2\alpha} - \sin\alpha\frac{w}{v}\cos\alpha$$

$$*T_{AB} = \frac{d}{v\cos\theta'} = \frac{d}{\cos\alpha\left[\sqrt{v^2 - w^2\cos^2\alpha} - w\sin\alpha\right]}$$

پ)

$$T_1 = T_{ABC} + T_{CBA} = \frac{2d\tan\alpha}{u} + T_{AB} + T_{BA}$$

$$T_{AB} + T_{BA} = \frac{d}{\cos\alpha}.\left[\frac{1}{\left[\sqrt{v^2 - w^2\cos^2\alpha} + w\sin\alpha\right]} + = \frac{1}{\left[\sqrt{v^2 - w^2\cos^2\alpha} - w\sin\alpha\right]}\right]$$

$$= \frac{d}{\cos\alpha}. = \frac{2\sqrt{v^2 - w^2\cos^2\alpha}}{v^2 - w^2\cos^2\alpha - w^2\sin^2\alpha} = \frac{2d}{v^2 - w^2} - \sqrt{\frac{v^2}{\cos^2\alpha} - w^2}$$

$$\Rightarrow T_1 = T_{ABC} + T_{CBA} = \frac{2d}{u}\tan\alpha + = \frac{2d}{v^2 - w^2}\sqrt{(v^2 - w^2) + v^2\tan^2\alpha}$$

ت) فرض کنیم $x = \tan\alpha$ در نتیجه مقدار T_1 برابر است با:

$$T_1 = Ax + B\sqrt{C + Dx^2}$$

که C,B,A و D مقادیر ثابت مثبت هستند که مشخص می‌باشند.

$$\frac{dT_1}{dx} = A + B\frac{1}{2}\frac{2Dx}{\sqrt{C + Dx^2}} = A + BD\frac{x}{\sqrt{C + Dx^2}}$$

مقدار α بین صفر تا $\frac{\pi}{2}$ است. چرا؟ پس مقدار $x = \tan\alpha$ همواره مثبت است. تابع T_1 نسبت به $\tan\alpha$ همواره صعودی است.

$$\to \frac{dT_1}{dx} = 0$$

پس حداقل آن در کمترین مقدار $\tan\alpha$ به دست می‌آید. $\tan\alpha = 0$

$$\Rightarrow \alpha = ۰ \xrightarrow{\tan\alpha = ۰} T_{۱\min} = \frac{۲d}{\sqrt{v^۲ - w^۲}}$$

ث) با توجه به تقارن مسیرهای ABC و $CB'A$ که مانند هم و یکسان هستند پس:

$$T_۲ = T_{ABC} + T_{CB'A}$$
$$T_{ABC} = T_{CB'A} \to T_۲ = ۲T_{ABC}$$
$$\Rightarrow T_۲ = ۲\frac{d\tan\alpha}{u} + \frac{d}{\cos\alpha\left[\sqrt{v^۲ - w^۲\cos^۲\alpha} + w\sin\alpha\right]}$$

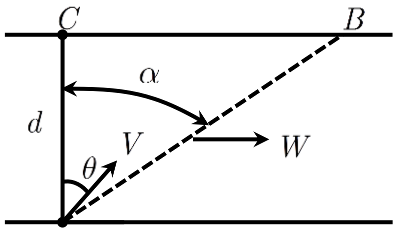
$$T_۲ = ۲d\left[\frac{\tan\alpha}{u} + \frac{۱}{\cos\alpha\left[\cos\alpha\sqrt{\frac{v^۲}{\cos^۲\alpha} - w^۲\cos^۲\alpha} + w\sin\alpha\right]}\right]$$

پاسخ ساده شده قسمت ث برحسب $\tan\alpha$

$$= ۲d\left[\frac{\tan\alpha}{u} + \frac{۱ + \tan^۲\alpha}{\cos\alpha\left[\sqrt{(v^۲ - w^۲) + v^۲\tan^۲\alpha} + w\tan\alpha\right]}\right]$$

ج) برای حل این قسمت، اگر بخواهیم از رابطه بدست آمده از قسمت «ث» استفاده کنیم و مشتق بگیریم و مساوی صفر قرار دهیم و.... احتمالاً وقت آزمون به پایان رسیده است!!!

زمان طی مسیر از A به B و از B به C را برحسب زاویه θ(زاویه سرعت قایق نسبت به خط عمود بر جریان رودخانه) محاسبه می‌کنیم.



$$T_{AB} = \frac{d}{v\cos\theta}, T_{BC} = \frac{(v\sin\theta + w)\frac{d}{v\cos\theta}}{u}$$

توجه کنید که مقدار BC، برابر اسبت با سرعت افقی حرکت قایق ضربدر زمان لازم برای عبور از رودخانه.

$$\to T_{ABC} = \frac{d}{v\cos\theta} + \frac{(v\sin\theta + w)}{u} = \frac{d}{v\cos\theta}(۱ + \frac{w}{u} + \frac{v\sin\theta}{u})$$
$$\to T_۲ = T_{ABC} + T_{CB'A} = \frac{۲d}{v}(۱ + \frac{w}{u}).\frac{۱}{\cos\theta} + \frac{۲d}{u}\tan\theta$$
$$\frac{dT_۲}{d\theta} = ۰ \Rightarrow \frac{۲d}{v}(۱ + \frac{w}{u})\frac{(-۱)(-\sin\theta)}{\cos^۲\theta} + \frac{۲d}{u}\frac{۱}{\cos^۲\theta} = ۰$$

$$\Rightarrow \frac{۲d}{\cos^۲\theta}\left[\frac{۱}{u}+\frac{\sin\theta}{v(۱+\frac{w}{u})}\right]=۰ \Rightarrow \sin\theta=\frac{-v(۱+\frac{w}{u})}{u}$$

شرط وجود جواب: $-\frac{\pi}{۲}\le\theta\le\frac{\pi}{۲}\Rightarrow -۱\le\sin\theta\le ۱$

$$-۱\le\frac{-v(۱+\frac{w}{u})}{u}\Rightarrow ۱\ge\frac{v}{u}(۱+\frac{w}{u})$$

برای به دست آوردن مقدار α مربوط به کمینه زمان، ازقسمت آ کمک می‌گیریم:

$$\sin(\alpha-\theta)=\frac{w}{v}\cos\alpha$$

$$\begin{cases}\sin\theta=\frac{-v}{u}(۱+\frac{w}{u})\\ \Rightarrow \cos\theta=\sqrt{۱-\left[\frac{v}{u}(۱+\frac{w}{u})\right]}\end{cases}$$

$$\Rightarrow \sin\alpha.\cos\theta-\cos\alpha.\sin\theta=\frac{w}{v}\cos\alpha$$

$$\Rightarrow \sin\alpha.\cos\theta=\cos\alpha(\frac{w}{v}+\sin\theta)\Rightarrow \tan\alpha=\frac{\frac{w}{v}+\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$\Rightarrow \tan\alpha=\frac{\frac{w}{v}-\frac{v}{u}(۱+\frac{w}{u})}{\left[۱-(\frac{v}{u}(۱+\frac{w}{u})^۲\right]^{\frac{۱}{۲}}}$$

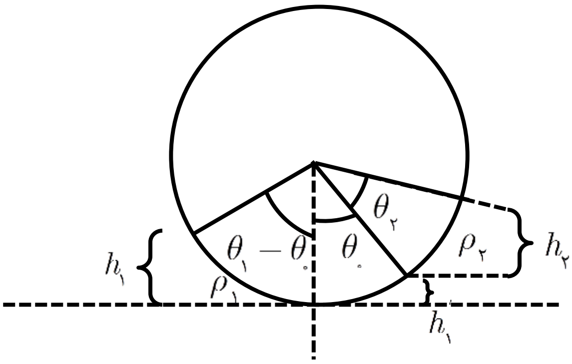
چ) مقدار $T_۲$ مینیمم را با استفاده از زاویه θ محاسبه می‌کنیم:

$$\mathrm{T}_۲=\frac{۲d}{v\cos\theta}(۱+\frac{w}{u}+\frac{v}{u}\sin\theta)=\frac{۲d}{v}.\frac{۱+\frac{w}{u}-\frac{v^۲}{u^۲}(۱+\frac{w}{u})}{\sqrt{۱-\frac{v^۲}{u^۲}(۱+\frac{w}{u})^۲}}$$

$$\Rightarrow \mathrm{T}_{۲\min}=\frac{۲d}{v}.\frac{۱+\frac{w}{u}-\frac{v^۲}{u^۲}(۱+\frac{w}{u})}{\left[۱-\frac{v^۲}{u^۲}(۱+\frac{w}{u})^۲\right]^{\frac{۱}{۲}}}$$

۲- ماخ آ) با توجه به اینکه فشار در سطح آزاد هر دو طرف برابر با $P_۰$ است، پس:

$$P_۱h_۱=P_۱h'_۱+P_۲h_۲$$



با توجه به هندسه شکل و دایره:

$$h_1 = R\left[1-\cos(\theta_1-\theta_0)\right]$$
$$h_1' = R\left[1-\cos\theta_0\right]$$
$$h_2 = R\left[\cos\theta_0-\cos(\theta_2+\theta_0)\right]$$
$$\Rightarrow \rho_1-\rho_1\cos(\theta_1-\theta)_0 = \rho_1-\rho_1\cos\theta_0+\rho_2\cos\theta)_0-\rho_2\cos(\theta_2+\theta_0)$$

بعد از بسط دادن $\cos(\theta_1-\theta_0)$ و $\cos(\theta_2+\theta_0)$ و ساده کردن رابطه بالا:

$$\Rightarrow \tan\theta_0 = 2\frac{\rho_1\sin^2(\frac{\theta_1}{2})-\rho_2\sin^2(\frac{\theta_2}{2})}{\rho_1\sin\theta_1+\rho_2\sin\theta_2}$$

یا

$$\tan\theta_0 = \frac{\rho_1(1-\cos\theta_1)-\rho_2(1-\cos\theta_2)}{\rho_1\sin\theta_1+\rho_2\sin\theta_2}$$

ب)

$$P = P_0+\rho_2 g h_2 = P_0+\rho_1 g(h_1-h_1')$$
$$P_0+\rho_2 gR\left[\cos\theta_0-\cos(\theta_2+\theta_0)\right]$$

با توجه به اینکه مقدار $\tan\theta_0$ در قسمت آ معلوم است، مقدار P در نقطه مماس به دست آید.

پ) فرض کنید به اندازه $\Delta\theta$ طرف ۱ را به سمت پایین فشار می‌دهیم:

$$\Delta P = \left[\rho_2 H_2+\rho_1 H_1'-\rho_1 H_1\right]g$$
$$H_2 = R\left[\cos(\theta_0-\Delta\theta)-\cos(\theta_2+\theta_0+\Delta\theta)\right]$$
$$H_1 = R\left[1-\cos(\theta_1-\theta_0-\Delta\theta)\right]$$
$$H_1' = R\left[1-\cos(\theta_0+\Delta\theta)\right]$$

با بسط دادن روابط بالا و فرض اینکه $\cos\Delta\theta \simeq 1$ و $\sin(\Delta\theta)\simeq\Delta\theta$

$$H_2 = R\left[\cos\theta_0-\sin\theta_0\Delta\theta-\cos(\theta_2+\theta_0)+\sin(\theta_2+\theta_0).\Delta\theta\right]$$
$$= R(\cos\theta_0-\cos(\theta_2+\theta_0))+\mathrm{R}\left[\sin(\theta_2+\theta_0)-\sin\theta_0\right]\Delta\theta$$
$$H_1 = R\left[1-\cos(\theta_1-\theta_0)-\sin(\theta_1-\theta_0)\Delta\theta\right] = R(1-\cos(\theta_1-\theta_0))-R\sin(\theta_1-\theta_0)\Delta\theta$$
$$H_1' = R(1-\cos\theta_0+\sin\theta_0\Delta\theta) = R(1-\cos\theta_0)+R\sin\theta_0\Delta\theta$$

$$\Rightarrow \begin{cases} H_2 = h_2 + R\left[\sin(\theta_2 + \theta_0) - \sin\theta_0\right].\Delta\theta \\ H_1 = h_1 - R\sin(\theta_1 - \theta_0).\Delta\theta \\ H_1' = h_1' + R\sin\theta_0.\Delta\theta \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta P = R.\Delta\theta.\left[\rho_2\sin(\theta_2 + \theta_0) - \rho_2\sin\theta_0 + \rho_1\sin(\theta_1 - \theta_0) + \rho_1\sin\theta_0\right]$$

$$= R\Delta\theta.\left[\rho_2\sin\theta_2\cos\theta_0 + \rho_2\cos\theta_2.\sin\theta_0 - \rho_2\sin\theta_0\right.$$
$$\left.\rho_1\sin\theta_1\cos\theta_0 - \rho_1\cos\theta_1.\sin\theta_0 + \rho_1\sin\theta_0\quad\right]$$

$$= R\Delta\theta.\left[\begin{matrix}\rho_1\sin\theta_0\left[-1\cos\theta_1\right] - \rho_2\sin\theta_0\left[1 - \cos\theta_2\right] + \cos\theta_0(\rho_1\sin\theta_1 \\ +\rho_2\sin\theta_2\cos\theta_0 + \rho_2\cos\theta_2.\sin\theta_0 - \rho_2\sin\theta_2\end{matrix}\right]$$

$$= R.\Delta\theta.(\rho_1\sin\theta_1 + \rho_2\sin\theta_2)\cos\theta_0 1 - \left[\tan\theta_0\frac{\rho_1(1 - \cos\theta_1) - \rho_2(1 - \cos\theta_2)}{\rho_1\sin\theta_1 + \rho_2\sin\theta_2}\right]$$

$$\Delta P = R.\Delta\theta.(\rho_1\sin\theta_1 + \rho_2\sin\theta_2)\cos\theta_0\left[1 + \tan^2\theta_0\right]$$

$$= R\Delta\theta(\rho_1\sin\theta_1 + \rho_2\sin\theta_2)\frac{1}{\cos\theta_0}$$

با نوشتن معادله نیرو:

$$= \Delta Pa = \frac{R(\rho_1\sin\theta_1 + \rho_2\sin\theta_2)}{\cos\theta_0}a\Delta\theta$$

ت)

$$-\Delta Pa = (\rho_1\theta_1 + \rho_2\theta_2)\mathrm{Ra}(\ddot{\Delta\theta})$$

$$\Rightarrow -R\frac{(\rho_1\sin\theta_1 + \rho_2\sin\theta_2}{\cos\theta_0}a\Delta\theta = (\rho_1\theta_1 + \rho_2\theta_2)Ra(\ddot{\Delta\theta})$$

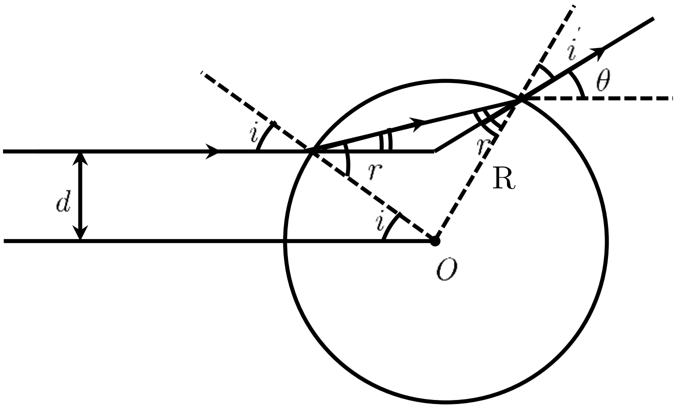
$$\Rightarrow (\ddot{\Delta\theta}) + (\frac{\rho_1\sin\theta_1 + \rho_2\sin\theta_2}{\rho_1\theta_1 + \rho_2\theta_2})\frac{1}{\cos\theta_0}.\Delta\theta = 0$$

$$\Rightarrow \mathrm{w}^2 = \frac{\rho_1\sin\theta_1 + \rho_2\sin\theta_2}{\rho_1\theta_1 + \rho_2\theta_2}.\frac{1}{\cos\theta_0}\ ,\qquad w = \frac{2\pi}{T}$$

با جایگذاری مقدار $\cos\theta_0$ از رابطهٔ : $\frac{1}{\cos\theta_0}\sqrt{1 + \tan^2\theta_0}$ و روابط $\omega = \frac{2\pi}{T}$ مقداردوره تناوب به دست می‌آید:

$$\mathrm{T} = 2\pi\left[\frac{\rho_1\theta_1 + \rho_2\theta_2}{\left[(\rho_1\sin\theta_1 + \rho_2\sin\theta_2)^2 + (\rho_1(1 - \cos\theta_1) + \rho_2(1 - \cos\theta_2)^2\right]^{\frac{1}{2}}}\right]^{\frac{1}{2}}$$

۳- ماخ آ)



$$\sin i = \frac{d}{R}$$

$$\left.\begin{aligned} n\sin i &= \sin r \\ \sin r &= n \sin i' \end{aligned}\right\} i' = i$$

$$\theta = ۲(r-i) \rightarrow \sin\theta = \sin\left[۲(r-i)\right] = \sin(۲r-۲i)$$

$$\sin\theta = \sin ۲r.\cos ۲i - \cos ۲r.\sin ۲i$$

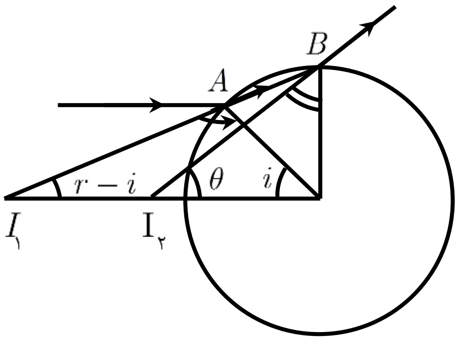
$$۲\,\mathrm{sinr}\,.\cos r.(۱-۲\sin^۲ i) - ۲\sin i.\cos i.(۱-۲\sin^۲ r)$$

$$= ۲n\sin i\sqrt{۱-n^۲\sin^۲ i}.(۱-۲\sin^۲ i) - ۲\sin i\sqrt{۱-\sin^۲ i}(۱-۲n^۲\sin^۲ i)$$

$$= ۲\sin i\left[n\sqrt{۱-n^۲\sin^۲ i}(۱-۲\sin^۲ i) - \sqrt{۱-\sin^۲ i}(۱-۲n^۲\sin^۲ i)\right]$$

$$\sin\theta = ۲\frac{d}{R}\left[n\sqrt{۱-\frac{n^۲d^۲}{R^۲}}(۱-\frac{۲d^۲}{R^۲}) - \sqrt{۱-\frac{d^۲}{R^۲}}.(۱-\frac{۲n^۲d^۲}{R^۲})\right]$$

ب)



$$A = \pi - r \quad , \quad B = i$$

با استفاده از قانون سینوس‌ها

$$\frac{R}{\sin(r-i)} = \frac{OI_۱}{\sin(\pi-r)} \Rightarrow OI_۱ = R.\frac{\sin r}{\sin(r-i)}$$

$$\frac{R}{\sin\theta} = \frac{OI_۲}{\mathrm{sini}} \Rightarrow OI_۲ = R.\frac{\mathrm{sini}}{\sin\theta}$$

$$OI_۱ = \frac{nR}{\sqrt{n^۲-(\frac{nd}{R})^۲} - \sqrt{۱-(\frac{nd}{R})^۲}}$$

$$OI_۲ = \frac{R\frac{d}{R}}{\frac{d}{R} - \left[(۱-\frac{۲d^۲}{R^۲})\sqrt{۱-(\frac{n^۲d^۲}{R^۲})}.n - (۱-\sqrt{(۱-\frac{۲n^۲d^۲}{R^۲})}\sqrt{۱-\frac{d^۲}{R^۲}}\right]}$$

$$\Rightarrow OI_2 = \frac{R}{2}\cdot\frac{1}{n(1-\frac{2d^2}{R^2})\sqrt{1-(\frac{nd}{R})}-(1-\sqrt{(1-\frac{2n^2d^2}{R^2})}\sqrt{1-\frac{d^2}{R^2}}}$$

پ)

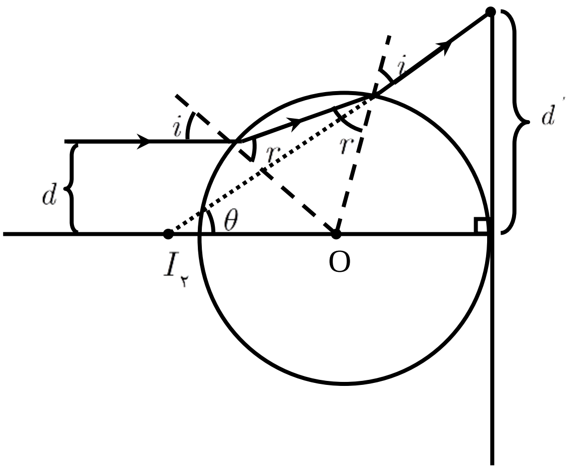
$$OI_{2\min} = \frac{nR}{\sqrt{n^2-(\frac{nD}{R})^2}-\sqrt{1-(\frac{nD}{R})^2}} \quad \text{و} \quad OI_{1\max} = \frac{nR}{n-1}$$

$$OI_{2\min} = \frac{R}{2}\frac{1}{n(1-\frac{2D^2}{R^2})\sqrt{1-(\frac{n^2D^2}{R^2})}-(1-\frac{2n^2D^2}{R^2})\sqrt{1-\frac{D^2}{R^2}}} \quad OI_{2\max} = \frac{R}{2(n-1)}$$

ت)

$$I\pi D^2 = \bar{I}\pi . {d'_{\max}}^2$$

$$\Rightarrow \bar{I} = I(\frac{D}{d'_{\max}})^2$$



مقدار d' با استفاده از هندسه شکل به دست می‌آید.

$$d' = \tan\theta\left[R + OI_2\right] = \tan\theta\left[R + R\frac{\sin i}{\sin\theta}\right]$$

$$\Rightarrow d' = R\tan\theta\left[1+\frac{\sin i}{\sin\theta}\right] = R\tan\theta\left[1+\frac{d}{R\sin\theta}\right]$$

$$= R\tan\theta + \frac{d}{\cos\theta}$$

با توجه به هندسه شکل و همچنین رابطهٔ به دست آمده برای d' ، مشخص است که به ازای $d = D$ ،$(\theta_{\max})$ مقدار d' نیز حداکثر می‌شود.

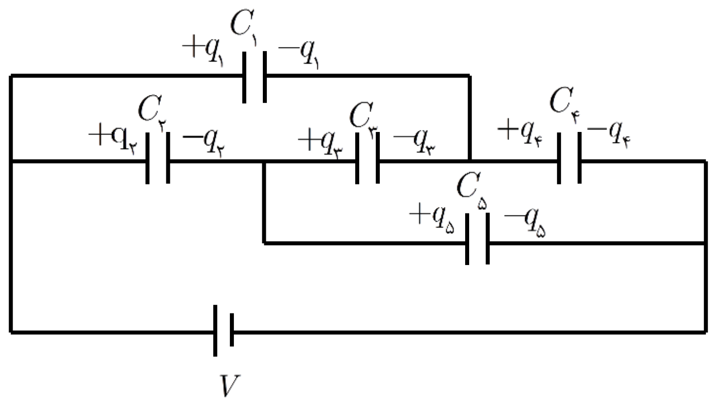
$$d'_{\max} = R\tan\theta_{\max} + \frac{D}{\cos\theta_{\max}} = \frac{D}{\cos\theta_{\max}}\left[1+\frac{R}{D}\sin\theta_{\max}\right]$$

$$\Rightarrow d'_{max} = D\frac{1+\frac{R}{D}\sin\theta_{max}}{\sqrt{1-\sin^2\theta_{max}}} \quad (1)$$

$$\sin\theta_{max} = 2\frac{D}{R}\left[n\sqrt{1-\frac{n^2D^2}{R^2}(1-\frac{2D^2}{R^2})}-\sqrt{1-\frac{D^2}{R^2}}\sqrt{(1-\frac{2n^2d^2}{R^2})}\right] \quad (2)$$

$$\bar{I} = \mathrm{I}(\frac{D}{d_{max}})^2$$

ماخ ۴-



آ) باید ۵ معادله و ۵ مجهول زیر حل شود!

$$q = CV \Rightarrow V = \frac{q}{C}$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{q_1}{C_1} &= \frac{q_2}{C_2}+\frac{q_3}{C_3}\\ \frac{q_5}{C_5} &= \frac{q_3}{C_3}+\frac{q_4}{C_4}\\ \frac{q_1}{C_1} &= \frac{q_2}{C_2}+\frac{q_5}{C_5}\end{aligned}\right\}$$ قانون حلقه (جمع ولتاژها)

$$\left.\begin{aligned}-q_1+q_4-q_3 &= 0\\ -q_2+q_5+q_3 &= 0\end{aligned}\right\}$$ پایستگی بار:

$$(4) \Rightarrow q_4 = q_1+q_3 \qquad\qquad (5) \Rightarrow q_5 = q_2-q_3$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2}+\frac{q_3}{C_3}\\ \frac{q_2-q_3}{C_5} = \frac{q_3}{C_3}+\frac{q_1+q_3}{C_4}\\ V = \frac{q_2}{C_2}+\frac{q_2-q_3}{C_5}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\frac{q_1}{C_1}-\frac{q_2}{C_2}-\frac{q_3}{C_3} = 0\\ \frac{q_1}{C_4}-\frac{q_2}{C_5}+(\frac{1}{C_3}+\frac{1}{C_5}+\frac{1}{C_4})q_3 =\\ (\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_5})q_2+\frac{q_3}{C_5} = V\end{cases}$$

باحل ۳ معادله و ۳ مجهول به دست آمده، مقدار q_3, q_2, q_1 به دست می‌آید:

$$q_1=\left[\frac{C_2C_4+C_3C_4+C_3C_5+C_4C_5}{C_1C_2+C_1C_3+C_1C_5+C_2C_3+C_2C_4+C_3C_4+C_3C_5+C_4C_5}\right].C_1V$$

$$q_2=\left[\frac{C_1C_5+C_3C_4+C_3C_5+C_4C_5}{C_1C_2+C_1C_3+C_1C_5+C_2C_3+C_2C_4+C_3C_4+C_3C_5+C_4C_5}\right].C_2V$$

$$q_3=\left[\frac{C_2C_4-C_1C_5}{C_1C_2+C_1C_3+C_1C_5+C_2C_3+C_2C_4+C_3C_4+C_3C_5+C_4C_5}\right].C_3V$$

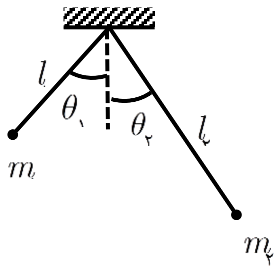
ب)

$$(q_1+q_2)=C_eV$$

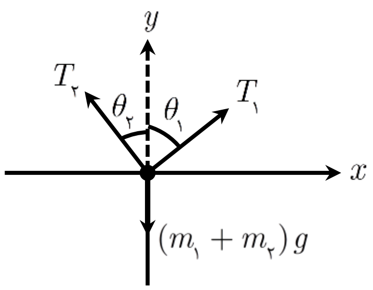
$$\Rightarrow C_e=\frac{q_1+q_2}{V}$$

پ)

$$q_3=0\Rightarrow C_1C_5=C_2C_4$$



۵- آ)

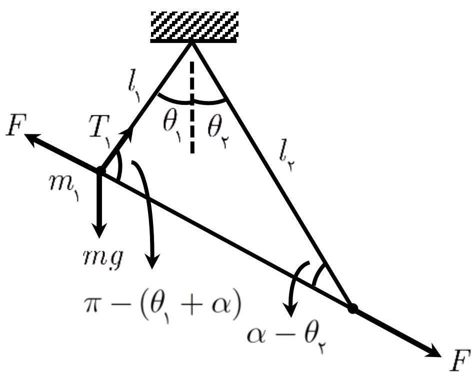


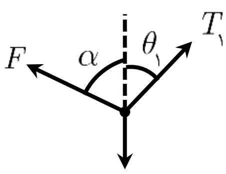
روش اول : نیروی های خارجی وارد شده به مجموع دوبار را در نظر می‌گیریم:

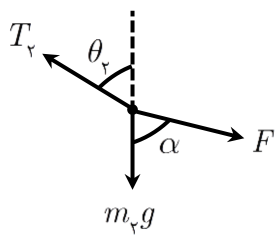
$$\hat{i}:T_1\sin\theta_1-T_2\sin\theta_2=0$$

$$\hat{j}:T_1\cos\theta_1+T_2\cos\theta_2-(m_1+m_2)g=0$$

روش دوم: نیروی کولن بین بارها را در نظر گرفته و برای هر یک از بارها معادله تعادل نیرو را می‌نویسیم.







$$\hat{i} : T_1 \sin\theta_1 - F\sin\alpha = 0 \qquad F\sin\alpha - T_2\sin\theta_2 = 0$$

$$\hat{j} : T_1\cos\theta_1 + F\cos\alpha - m_1 g = 0\,, \qquad T_2\cos\theta_2 - F\cos\alpha - m_2 g = 0$$

ب)

$$(1) T_1\sin\theta_1 - T_2\sin\theta_2 = 0 \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}$$

$$(2) \frac{m_1 g}{\sin(\alpha+\theta_1)} = \frac{T_1}{\sin(\pi-\alpha)}\,, \frac{m_2 g}{\sin(\pi-\alpha+\theta_2)} = \frac{T_2}{\sin\alpha} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{m_1}{m_2} - \frac{\sin(\alpha-\theta_2)}{\sin(\alpha+\theta_1)}$$

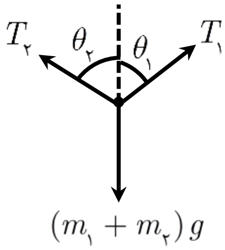
$$(3) \frac{\ell_1}{\sin(\alpha-\theta_2)} = \frac{\ell_2}{\sin(\pi-\alpha-\theta_1)} \Rightarrow \frac{\ell_1}{\ell_2} = \frac{\sin(\alpha-\theta_2)}{\sin(\alpha+\theta_1)}$$

با ترکیب سه معادله به دست آمده از قانون سینوس‌ها:

$$\Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1} = \frac{m_1}{m_2}\cdot\frac{\sin(\alpha-\theta_2)}{\sin(\alpha+\theta_1)} = \frac{m_1}{m_2}\frac{\ell_1}{\ell_2} \Rightarrow \frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1} = \frac{m_1\ell_1}{m_2\ell_2}$$

پ)

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{m_1\ell_1}{m_2\ell_2}$$



قانون سینوس‌ها:

$$\frac{(m_1+m_2)}{\sin(\theta_1+\theta_2)} = \frac{T_1}{\sin(\pi-\theta_2)} = \frac{T_2}{\sin(\pi-\theta_1)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} T_1 = \dfrac{(m_1+m_2)\,\mathrm{g}}{\sin(\theta_1+\theta_2)}.\sin\theta_2 \\ T_2 = \dfrac{(m_1+m_2)\,\mathrm{g}}{\sin(\theta_1+\theta_2)}.\sin\theta_1 \end{cases}$$

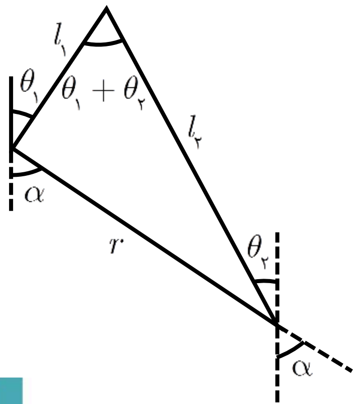
ت) با استفاده از هندسه شکل و تعادل نیروها و قانون سینوس‌ها:

$$\frac{\gamma}{\sin(\theta_1+\theta_2)} = \frac{\ell_1}{\sin(\alpha-\theta_2)} = \frac{\ell_2}{\sin(\alpha-\theta_1)}$$

$$\frac{F}{\sin\theta_1} = \frac{m_1 g}{\sin(\alpha+\theta_1)}$$

$$\frac{F}{\sin\theta_2} = \frac{m_2 g}{\sin(\alpha-\theta_2)}$$

$$\Rightarrow \frac{\gamma}{F} = \frac{\sin\theta_1}{\sin(\theta_1+\theta_2)} = \frac{\ell_2}{m_1 g}\,, \quad \Rightarrow \frac{\gamma}{F} = \frac{\sin\theta_2}{\sin(\theta_1+\theta_2)} = \frac{\ell_2}{m_2 g}$$



$$\Rightarrow (\frac{\gamma}{F})^2 = \frac{\sin\theta_1 . \sin\theta_2}{\sin^2(\theta_1+\theta_2)} = \frac{\ell_1\ell_2}{m_1 m_2 g^2}, \quad \frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}\frac{m_1\ell_1}{m_2\ell_2}$$

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}, r^2 = \ell_1^2 + \ell_2^2 - 2\ell_1\ell_2\cos(\theta_1+\theta_2), x = \cos(\theta_1+\theta_2)$$

$$\Rightarrow (\frac{\gamma^3}{kq_1q_2})^2 = \frac{\ell_1\ell_2}{m_1m_2g^2}.\frac{1-x^2}{\frac{m_1\ell_1}{m_2\ell_2}.\sin^2\theta_1}$$

$$\Rightarrow (\gamma^2)^3 = (\frac{kq_1q_2.\ell_2}{m_1 g})^2.\frac{1-x^2}{\sin^2\theta_1}$$

$$\Rightarrow (\ell_1^2+\ell_2^2-2\ell_1\ell_2\,\mathrm{x})^3 = (\frac{kq_1q_2.\ell_2}{m_1 g})^2.\frac{1-x^2}{\sin^2\theta_1}$$

حال کافی است $\sin^2\theta_1$ را برحسب x محاسبه کنیم:

$$\mathrm{x} = \cos(\theta_1+\theta_2) = \cos\theta_1\cos\theta_2 - \sin\theta_1\sin\theta_2$$

$$\Rightarrow \mathrm{x} = \sqrt{1-\sin^2\theta_1}.\sqrt{1-\sin^2\theta_2} - \sin\theta_1.\sin\theta_2, \ \sin\theta_2 = \frac{m_1\ell_1}{m_2\ell_2}\sin\theta_1$$

$$\Rightarrow \left[x + \frac{m_1\ell_1}{m_2\ell_2}\sin^2\theta_1\right]^2 = (1-\sin^2\theta_1).(1-(\frac{m_1\ell_1}{m_2\ell_2})^2\sin^2\theta_1)$$

$$\Rightarrow \mathrm{x}^2 + (\frac{m_1\ell_1}{m_2\ell_2})^2\sin^4\theta_1 + 2\frac{m_1\ell_1}{m_2\ell_2}\mathrm{x}.\sin^2\theta_1 = 1-\sin^2\theta_1 - (\frac{m_1\ell_1}{m_2\ell_2})^2\sin^2\theta_1 + (\frac{m_1\ell_1}{m_2\ell_2})^2\sin^4\theta_1)$$

$$\Rightarrow \sin^2\theta_1\left[1 + 2\frac{m_1\ell_1}{m_2\ell_2}\mathrm{x} + (\frac{m_1\ell_1}{m_2\ell_2})^2\right] = (1-x^2)$$

با جایگذاری رابطه به دست آمده در رابطه قبلی، رابطه‌ی برحسب x و پارامترهای معلوم مسئله بدست می‌آید:

$$\Rightarrow (\ell_1^2+\ell_2^2-2\ell_1\ell_2\,\mathrm{x})^3 = (\frac{kq_1q_2.\ell_2}{m_1 g})^2.\left[1 + 2\frac{m_1\ell_1}{m_2\ell_2}\mathrm{x} + (\frac{m_1\ell_1}{m_2\ell_2})^2\right]$$

$$\Rightarrow 8\ell_1^3\ell_2^3\left[\frac{\ell_1^2+\ell_2^2}{2\ell_1\ \ell_2} - x\right]^3 = (\frac{kq_1q_2}{g})^2.\frac{\ell_2^2}{m_1^2}\left[1 + 2\frac{m_1\ell_1}{m_2\ell_2}\mathrm{x} + (\frac{m_1\ell_1}{m_2\ell_2})^2\right]$$

$$\Rightarrow (\frac{\ell_1^2+\ell_2^2}{2\ell_1\ \ell_2})^3 - x^3 - 3(\frac{\ell_1^2+\ell_2^2}{2\ell_1\ \ell_2})^2 x + 3(\frac{\ell_1^2+\ell_2^2}{2\ell_1\ \ell_2})\mathrm{x}^2$$

$$= (\frac{kq_1q_2}{2\ell_1\ell_2 g})^2\left[\frac{\ell_1}{2\ell_2 m_2^2} + \frac{\ell_2}{2\ell_1 m_1^2} + \frac{x}{m_1 m_2}\right]$$

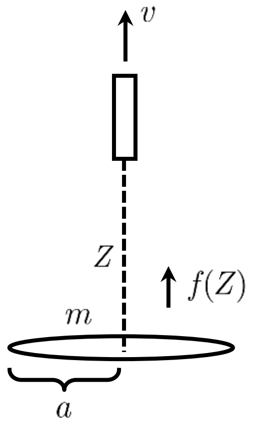
با مرتب کردن عبارت بالا برحسب جملات x مقادیر a و b و c به ترتیب زیر به دست می‌آید:

$$a = \frac{-3(\ell_1^2+\ell_2^2)}{2\ell_1\ell_2}$$

$$b = ۳(\frac{\ell_۱^۲ + \ell_۲^۲}{۲\ell_۱\ell_۲})^۲ + \frac{۱}{m_۱m_۲}(\frac{kq_۱q_۲}{۲\ell_۱\ell_۲ g})$$

$$c = (\frac{kq_۱q_۲}{۲\ell_۱\ell_۲ g})^۲.(\frac{\ell_۱}{۲\ell_۲ m_۲^۲} + \frac{\ell_۲}{۲\ell_۱ m_۱^۲}) - (\frac{\ell_۱^۲ + \ell_۲^۲}{۲\ell_۱\ell_۲})^۳$$

۶- ماخ آ)



$$\phi = \pi a^۲ f(\text{z})$$

$$\varepsilon = \left|\frac{d\phi}{dt}\right| = \pi a^۲.\frac{df(z)}{dt}$$

$$\frac{df}{dt} = \frac{dz}{dt}.\frac{df}{dz} = v\frac{df}{dz}$$

$$\left.\begin{array}{l} \Rightarrow \varepsilon = \pi a^۲ v\dfrac{df}{dt} \\ \varepsilon = RI \end{array}\right\} I = (\frac{\pi a^۲ v}{R}).\frac{df}{dz}$$

ب)

$$RI^۲ = FV \Rightarrow F = \frac{RI^۲}{V} \Rightarrow \text{F} = \frac{\pi^۲ a^۴ V}{R}.(\frac{df}{dz})^۲$$

جهت نیرو رو به بالا است.

پ)

$$\text{mg} \le \text{F} \Rightarrow \text{mg} \le \frac{\pi^۲ a^۴}{R}\text{V}.(\frac{df}{dz})^۲$$

$$\Rightarrow \text{V} \ge \frac{mgR}{(\pi a^۲\frac{df}{dz})^۲} = V_{\min}$$

جهت سرعت آهنربا باید به سمت بالا باشد.(چرا؟)

۷- ماخ آ) $N_۳$: تعداد مول ، V : حجم

$$P_B V = N_B RT$$

$$\Rightarrow P_B = \frac{N_B}{V}RT \Rightarrow P_B = n_B RT$$

ب)

$$W = P_B \Delta V \to W = n_B RT.\Delta V$$

پ)

$$N_a Cl \to Na^+ + Cl^-$$

تعداد مول نمک موجود در یک مترمکعب آب $= \frac{۴۰ \times ۱۰^۳}{۵۸} = ۶۸۹.۷\frac{mol}{m^۳}$

$$\left.\begin{array}{l} = ۴۰\dfrac{gr}{lit} = ۴۰\times ۱۰^{۳}\dfrac{gr}{m^{۳}} \\ = ۵۸\dfrac{gr}{mol} \end{array}\right\}$$

با توجه به واکنش تجزیه نمک، از یک مول، دو مول یون گازی به دست می‌آید:

$$\Rightarrow n_B = ۱۳۷۹.۴\frac{mol}{m^{۳}} \quad \Delta V = ۱m^{۳}$$

$$\Rightarrow W = ۱۳۷۹.۴\times ۸.۳\times(۲۷+۲۷۳)\times ۱ = ۳.۴۳\times ۱۰^{۶}j$$

$$۱kw.hr = ۱۰۰۰\times ۳۶۰۰ = ۳.۶\times ۱۰^{۶}j$$

$$\Rightarrow W = \frac{۳.۴۳}{۳.۶}\simeq ۰.۹۵kwh \xrightarrow{۷۰\%} W = \frac{۰/۹۵}{۰/۷} = ۱.۳۶kw.hr$$