جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش

دفترچه سوالات به همراه پاسخنامه تشریحی
مرحله دوم
بیست و یکمین دوره‌ی المپیاد فیزیک سال ۱۳۸۶

تعداد سوالات		مدت آزمون (دقیقه)
سوالات چند گزینه‌ای	مساله‌های تشریحی	
–	۱۱	۲۴۰

توضیحات مهم

استفاده از ماشین حساب ممنوع است.

تذکرات آزمون:

ضمن آرزوی موفقیت برای شما دانش‌پژوه گرامی، خواهشمند است قبل از پاسخ به سؤالات آزمون به موارد زیر توجه کنید:

- این آزمون شامل **۱۱ مسئله‌ی تشریحی** و وقت آن **۲۴۰ دقیقه** است.
- نمره‌ی هر سوال در ابتدای آن نوشته شده است.
- استفاده از ماشین‌حساب در این آزمون مجاز است.
- همراه داشتن تلفن همراه (حتی خاموش) در طول زمان آزمون مجاز **نیست**.
- فقط داوطلبانی می‌توانند دفترچه‌ی سؤالات را با خود ببرند که تا پایان آزمون در جلسه حضور داشته باشند.
- جمع‌آوری و آماده‌سازی دفترچه‌ی سوالات این آزمون توسط **کمیته‌ی علمی ماخ** انجام شده است.

www.MAAKH.ir

کلیه حقوق این سوالات برای ماخ محفوظ است.

۱- ماخ یک دستگاه ترمودینامیکی را در نظر بگیرید که انرژی درونی آن فقط تابع دما است. ظرفیت گرمایی (گرمای ویژه ضرب در جرم) این دستگاه، در حجم ثابت C_V و در فشار ثابت C_P است. C_P و C_V ثابت‌اند.

الف) با استفاده از قانون اول ترمودینامیک، و در نظر گرفتن یک فرآیند مناسب، انرژی درونی این دستگاه در دمای T منهای انرژی درونی آن در دمای T_0 را حساب کنید.

فرآیندهای هم‌دما و بی‌درررویی را برای این دستگاه در نظر بگیرید که در نقطه شروع‌شان حجم و فشار و دما V_0 , P_0 , T_0 است. وقتی از این نقطه زیاد دور نشویم، در فرآیندهای هم‌دما

$$P = P_0\left[1 - a\ V - V_0\right]$$

و در فرآیندهای بی‌دررو

$$P = P_0\left[1 - b\ V - V_0\right]$$

که a و b ثابت‌هایی مثبت‌اند. این سه فرآیند را در نظر بگیرید. فرآیند ۱ هم‌فشار است و دستگاه از نقطه V_0 , P_0 , T_0 به نقطه V_1 , P_1 , T_1 می‌رود. فرآیند ۲ هم‌دما است و دستگاه از نقطه V_0 , P_0 , T_0 به نقطه V , P_2 , T_2 می‌رود. فرآیند ۳ بی‌دررو است و دستگاه از نقطه (V_0, P_0, T_0) به نقطه V , P_3 , T_3 می‌رود. V حجمی نزدیک به V_0 است. این رابطه را هم داریم که

$$\lim_{V\to V_0}\frac{T_1 - T_2}{T_2 - T_3} = \lim_{V\to V_0}\frac{P_1 - P_2}{P_2 - P_3}$$

ب) $\dfrac{T_1 - T_0}{V - V_0}$ را حساب کنید

ج) $\dfrac{T_3 - T_0}{V - V_0}$ را حساب کنید و $\lim\limits_{V\to V_0}\dfrac{T_3 - T_0}{V - V_0}$ را به‌دست آورید.

د) $\lim\limits_{V\to V_0}\dfrac{T_3 - T_0}{T_1 - T_0}$ را بر حسب a و b حساب کنید.

ه) $\dfrac{C_P}{C_V}$ را بر حسب a و b حساب کنید.

۲- ماخ یک استوانه را در نظر بگیرید که با یک دیواره نفوذپذیر به دو بخش تقسیم شده است. در انتهای هر بخش یک پیستون هست که با آن می‌شود حجم آن بخش را تنظیم کرد. در این استوانه مقدار ثابتی گاز هست، که با جابه‌جا کردن پیستون‌ها می‌تواند از یک طرف به طرف دیگر برود. حجم طرف چپ دیواره را با V_1، و حجم طرف راست دیواره را با V_2 نمایش می‌دهیم. فشار گاز در طرف چپ مقدار ثابت P_1، و در طرف راست مقدار ثابت P_2 می‌ماند. همه فرآیندها بدون تبادل گرما با بیرون انجام می‌شوند.

الف) حجم طرف چپ از V_1 به $V_1 + \Delta V_1$ ، و حجم طرف راست از V_2 به $V_2 + \Delta V_2$ می‌رسد. تغییر انرژی درونی گاز چه‌قدر است؟

ب) وقتی همه گاز در طرف چپ است، حجم طرف چپ V_i و انرژی درونی گاز U_i است. وقتی همه گاز به طرف راست رفته است، حجم طرف راست V_f و انرژی درونی گاز U_f است. U_f را بر حسب U_i، V_i، V_f، P_1 حساب کنید.

ج) فرض کنید معادله حالت گاز

$$PV = P_0V_0 + A\ V - V_0\ + B\ T - T_0$$

و رابطه انرژی درونی با حجم و دما

$$U = U_0 + D\ V - V_0\ + F\ T - T_0$$

است، که V_0، P_0، T_0، U_0، A، B، D، F ثابت‌اند. برای فرآیند بخش قبل دمای گاز را وقتی همه گاز دز طرف چپ است با T_i و وقتی همه گاز در طرف راست است با T_f نشان می‌دهیم. T_f را بر حسب T_i ، V_i ، V_f و ثابت‌هایی که در معادله حالت و انرژی درونی وارد شده‌اند حساب کنید.

۳- یک استوانه با مساحت مقطع σ و جرم M مقید است روی یک خط (محور x) حرکت کند. محور این استوانه هم همان محور x است. این استوانه با ذره‌هایی ریز به جرم m برخورد می‌کند، که به موازات محور x حرکت می‌کنند. m بسیار کوچک‌تر از M است. این ذره‌ها به‌طور یکنواخت پراکنده شده‌اند و تعدادشان تقسیم بر حجم n است. سرعت نیمی از این ذره‌ها s ، و سرعت نیمی دیگر $-s$ است. s مقداری مثبت است و جهت مثبت (برای تعیین علامت سرعت) را هم‌جهت محور گرفته‌ایم.

الف) فرض کنید استوانه ساکن است و از تغییر سرعت آن در اثر برخورد چشم بپوشید. طی زمان T، چند برخورد بین استوانه و ذره‌هایی که هم‌جهت با محور حرکت می‌کنند رخ می‌دهد؟

ب) فرض کنید سرعت استوانه V است و از تغییر سرعت آن در اثر برخورد چشم بپوشید. تعداد برخوردهای این استوانه طی زمان T با ذره‌هایی که هم‌جهت با محور x حرکت می‌کنند را با N^+ و تعداد برخوردهای این استوانه طی زمان T با ذره‌هایی که بر خلاف جهت محور x حرکت می‌کنند را با N^- نمایش می‌دهیم. با این فرض که $|V| < s$، N^+ و N^- را حساب کنید.

اگر استوانه با سرعت V به یکی از این ذره‌ها با سرعت u برخورد کند، سرعت استوانه تغییر می‌کند و $V + \delta V$ می‌شود، که

$$\delta V = \frac{2m}{M}(u - V)$$

ج) سرعت استوانه پس از هر برخورد تغییر می‌کند. پس V در طرف راست عبارت بالا متغیر است. از این تغییر طی مدت T چشم بپوشید. مقدارهای N^+ و N^- از بخش پیش را به‌کار ببرید و تغییر سرعت استوانه طی زمان T را حساب کنید.

۴- این مسئله یک مدل بسیار ساده شده برای رسانندگی الکتریکی است. یک الکترون به جرم m و بار q در یک شبکه بلور حرکت می‌کند. حرکت این الکترون را فقط در یک راستا x در نظر می‌گیریم. فرض می‌کنیم الکترون به مدت T با سرعت v_0 حرکت می‌کند، بعد برخورد می‌کند و سرعتش $-v_0$ می‌شود، به مدت T به حرکت با این سرعت ادامه می‌دهد، باز برخورد می‌کند و سرعتش v_0 می‌شود و این فرآیند ادامه می‌یابد. از زمان برخورد در برابر T چشم بپوشید. این در حالتی است که میدان الکتریکی خارجی وجود ندارد. فرض کنید اگر یک میدان الکتریکی خارجی در راستای x اعمال شود (که تصویر آن در این راستا E است) زمان حرکت بین دو برخورد تغییر نمی‌کند و در نتیجه هر برخورد این است که اگر سرعت پیش از برخورد $\pm v_0 + u$ باشد، سرعت پس از برخورد $\mp v_0 + \alpha u$ می‌شود، که α یک مقدار ثابت است. بین هر دو برخورد، نیروی وارد بر الکترون فقط ناشی از میدان الکتریکی بیرونی است.

فرض کنید سرعت الکترون درست پس از یک برخورد $v_0 + \Delta v$ است. این برخورد را برخورد صفر می‌نامیم.

الف) سرعت الکترون درست پیش از برخورد بعدی (برخورد یک) را حساب کنید.

ب) سرعت الکترون درست پس از برخورد یک را حساب کنید.

ج) سرعت الکترون درست پیش از برخورد دو را حساب کنید.

د) سرعت الکترون درست پس از برخورد دو را حساب کنید.

ه) Δv چه‌قدر باشد تا سرعت الکترون درست پس از برخورد دو با سرعت الکترون درست پس از برخورد صفر برابر باشد؟

و) با فرض این‌که چنین باشد سرعت متوسط ذره از برخورد صفر تا برخورد دو را حساب کنید (منظور از سرعت متوسط، جابه‌جایی تقسیم بر زمان است).

۵- یک لایه از یک ماده شفاف بین صفحه‌های $y = 0$ و $y = x\tan\alpha$ است، که α، β و D ثابت‌اند و D مثبت است. ضریب شکست این لایه n نزدیک به یک است، چنان‌که $n = 1 + s$ و s بسیار کوچک‌تر از یک است. یک باریکه نور از چپ روی محور x حرکت می‌کند و به لایه می‌خورد. این باریکه روی صفحه‌های ورودی و خروجی لایه می‌شکند.

الف) زاویه باریکه درون لایه با محور x را حساب کنید.

ب) زاویه باریکه خارج شده از لایه با محور x را حساب کنید.

راهنمایی: اگر ε مقداری کوچک باشد داریم

$$\sin(a+\varepsilon) = \sin a + \varepsilon\cos a \quad , \quad \cos(a+\varepsilon) = \cos a - \varepsilon\sin a$$

$$(1+\varepsilon)^{u}(1+\varepsilon)^{v} = 1+u+v\ \varepsilon$$

۶- یک دونده روی یک پیست می‌دود که از یک بخش مستقیم به‌طول L و یک نیم‌دایره به‌طول x ساخته شده است. سرعت دونده در بخش مستقیم V و در بخش نیم‌دایره‌ای x v است، که

$$v(x) = \frac{Vx^2}{x^2+b^2}$$

و b یک ثابت مثبت است.

الف) زمان حرکت را حساب کنید.

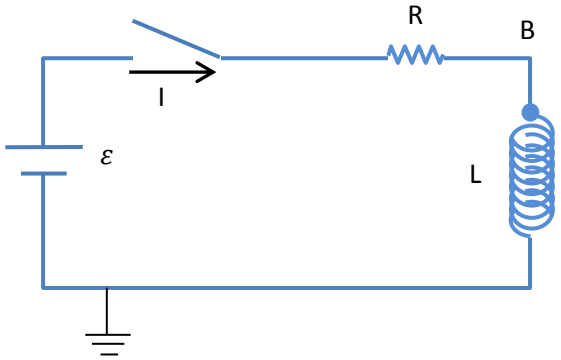
ب) متوسط اندازه سرعت (مسافت پیموده شده تقسیم بر زمان) را حساب کنید.

ج) x را چنان حساب کنید که زمان حرکت کمینه شود.

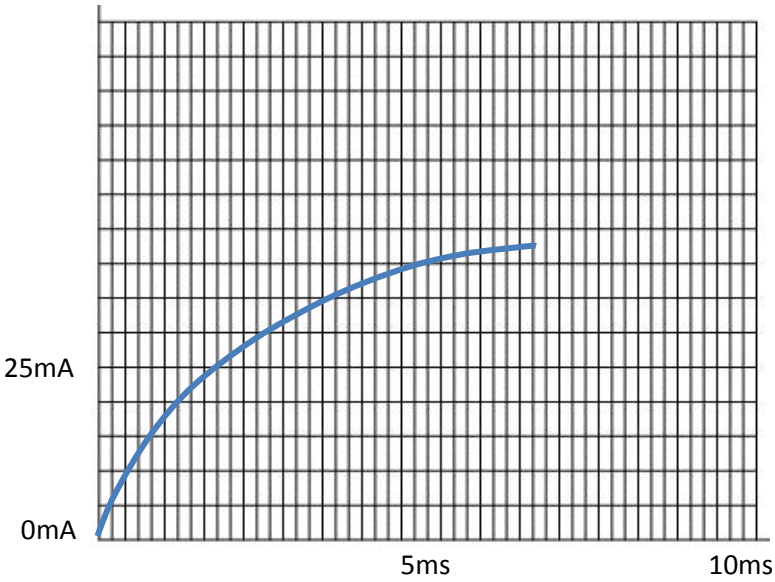
د) به ازای این مقدار x ، متوسط اندازه سرعت را حساب کنید.

ه) با فرض $0 \le x \le D$ ، بیشترین مقدار متوسط اندازه سرعت به ازای کدام مقدار x به‌دست می‌آید؟ به ازای این مقدار x، متوسط اندازه سرعت چقدر است؟

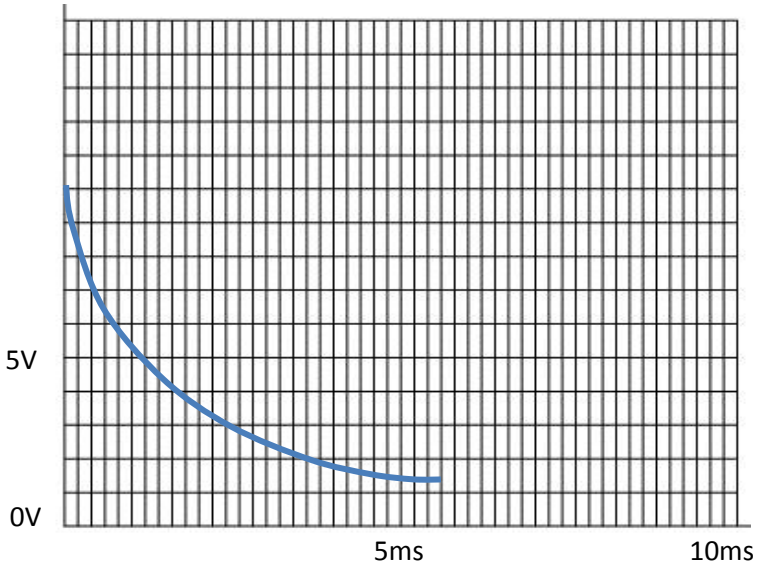
۷- مداری مانند شکل (۱) در نظر بگیرید. در لحظه $t=0$ کلید را می‌بندیم. از لحظه بستن کلید تا مدت کمی بعد از آن، جریان مدار بر حسب زمان در شکل (۲) و پتانسیل نقطه B بر حسب زمان در شکل (۳) نشان داده شده است. ضریب خودالقا L ، مقدار مقاومت R ، و نیروی محرکه باتری ε را حساب کنید.



شکل (۱)

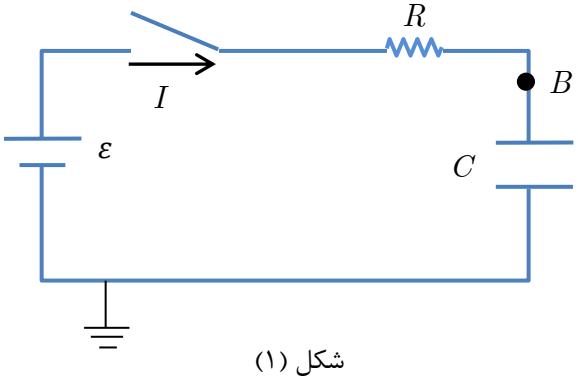


شکل (۲)

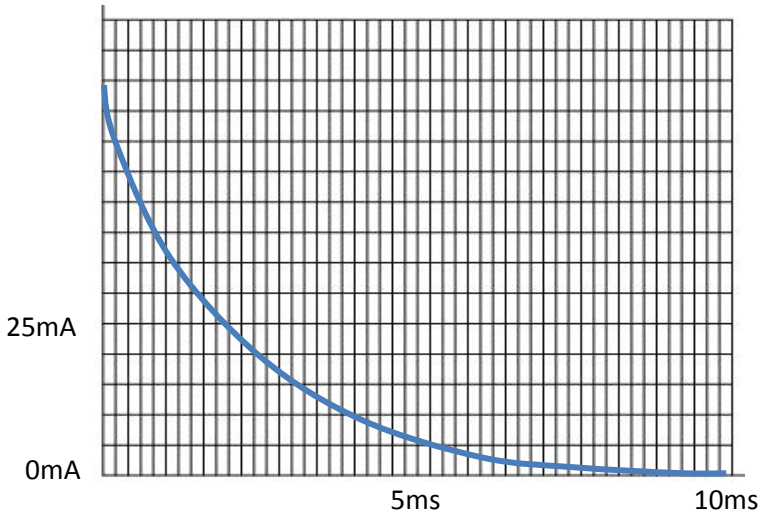


شکل (۳)

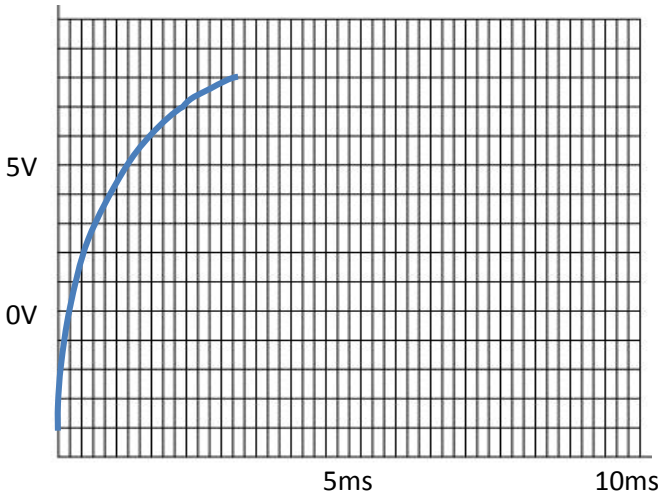
۸- مداری مانند شکل (۱) در نظر بگیرید. پیش از بستن کلید بار خازن $q_{\circ}$ است. در لحظه $t=\circ$ کلید را می‌بندیم. جریان مدار بر حسب زمان از هنگام بستن کلید تا زمان‌های بزرگ در شکل (۲) نشان داده شده است. پتانسیل نقطه B بر حسب زمان از هنگام بستن کلید تا مدت کوتاهی بعد در شکل (۳) نشان داده شده است. ظرفیت خازن C ، بار اولیه $q_{\circ}$ ، مقاومت R و نیروی محرکه باتری ε را حساب کنید.



شکل (۱)



شکل (۲)



شکل (۳)

۹- ماخ روی حلقه‌ای نارسانا به شعاع a، بار q به‌طور یکنواخت توزیع شده است. حلقه به دور محور خود با سرعت زاویه‌ای ω می‌چرخد. برای ناظری که حلقه را از بالا نگاه می‌کند، حلقه پادساعتگرد می‌چرخد. اگر جریان یک حلقه، برای ناظری که از بالا نگاه می‌کند، پادساعتگرد باشد، این جریان را مثبت می‌گیریم.

الف) جریان ناشی از چرخش حلقه، I، را به‌دست آورید.

میدان مغناطیسی حلقه‌ای به شعاع a که جریان I از آن می‌گذرد، در نقطه‌ای روی محور حلقه و به فاصله z از مرکز آن، در راستای محور است و آن را B_z می‌نامیم. جهت آن با قانون دست راست مشخص می‌شود و مقدار این میدان مغناطیسی چنین است:

$$B_z = \frac{\mu_0 I a^2}{2\left(a^2+z^2\right)^{3/2}}$$

حلقه‌ای رسانا به جرم ناچیز، به شعاع b و هم‌محور با حلقه اول در نظر بگیرید که فاصله مرکز آن دو از یکدیگر z است. فرض کنید a و b بسیار بزرگ‌تر است، طوری‌که مؤلفه محوری (در راستای محور) میدان مغناطیسی حلقه بزرگ در تمام سطح حلقه کوچک یکسان است.

ب) شار مغناطیسی گذرنده از حلقه کوچک، ϕ، را حساب کنید.

حلقه کوچک در حالی‌که با حلقه بزرگ هم‌محور می‌ماند، با سرعت v به آن نزدیک می‌شود. این کار توسط یک عامل خارجی با وارد کردن نیروی F انجام می‌شود.

ج) نیروی محرکه القایی در حلقه کوچک را حساب کنید.

مقاومت حلقه را R بگیرید.

د) جریان القایی که از حلقه کوچک می‌گذرد، i، را به‌دست آورید.

ه) برآیند نیروهایی را که مؤلفه محوری میدان مغناطیسی حلقه بزرگ بر حلقه کوچک وارد می‌کند به‌دست آورید.

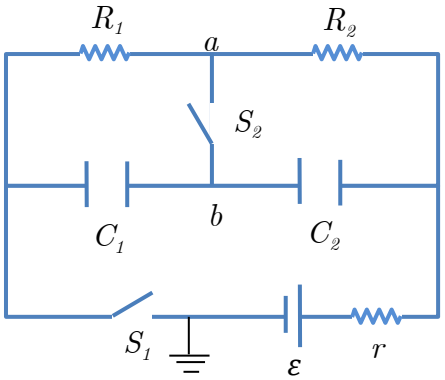
میدان مغناطیسی حلقه بزرگ، جز روی محور، علاوه بر مؤلفه محوری، مؤلفه شعاعی (عمود بر محور) نیز دارد. این مؤلفه را در محل حلقه کوچک B_r می‌گیریم.

و) نیروی F، وارد شده توسط عامل خارجی را حساب کنید (توجه کنید که B_r جزو داده‌های مسئله نیست).

طبق قانون لنز باید نیرویی به حلقه کوچک وارد شود تا با حرکت آن مخالفت کند. این نیرو را F' می‌گیریم.

ز) با استفاده از تساوی $F = F'$ اندازه B_r را به‌دست آورید.

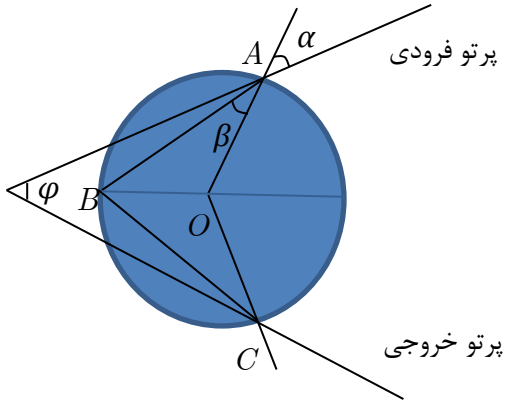
۱۰- در مدار نشان داده شده ابتدا کلیدهای S_1 و S_2 باز است و خازن‌ها بار ندارند. کلید S_1 را می‌بندیم و مدت زیادی صبر می‌کنیم.



الف) $V_a - V_b$ را حساب کنید.

ب) در حالی‌که کلید S_1 بسته است، کلید S_2 را هم می‌بندیم و مدت زیادی صبر می‌کنیم تا مدار به حالت تعادل برسد. مقدار باری را که پس از بستن کلید S_2 تا رسیدن مدار به تعادل از کلید S_2 می‌گذرد به‌دست آورید.

۱۱- مطابق شکل قطره آبی به شکل کره به ظریب شکست n در نظر بگیرید. پرتوی نوری در نقطه A وارد قطره می‌شود و می‌شکند. زاویه پرتوی فرودی با شعاع α و زاویه پرتوی شکسته با شعاع β است. بخشی از پرتوی شکسته، در ادامه مسیرش از نقطه B بازتابیده می‌شود و در نقطه C از قطره خارج می‌شود. امتداد پرتوهای ورودی و خروجی با هم زاویه φ می‌سازد. شدت پرتوی خروجی وقتی بیشینه است که تغییر φ نسبت به α، یعنی $\varphi' = \frac{d\varphi}{d\alpha}$، صفر شود.



الف) زاویه φ را بر حسب α و β به‌دست آورید.

ب) در چه زاویه α، شدت تابش پرتوی خروجی بیشینه است؟

جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش

آزمون عملی
مرحله دوم
بیست و یکمین دوره‌ی المپیاد فیزیک سال ۱۳۸۶

تعداد سوالات		مدت آزمون (دقیقه)
سوالات چند گزینه‌ای	مساله‌های تشریحی	
–	۱	۳۰

توضیحات مهم

استفاده از ماشین حساب ممنوع است.

تذکرات آزمون:

ضمن آرزوی موفقیت برای شما دانش‌پژوه گرامی، خواهشمند است قبل از پاسخ به سؤالات آزمون به موارد زیر توجه کنید:

- این آزمون شامل **۱ مسئله‌ی تشریحی** و وقت آن **۳۰ دقیقه** است.
- نمره‌ی هر سوال در ابتدای آن نوشته شده است.
- استفاده از ماشین‌حساب در این آزمون مجاز است.
- همراه داشتن تلفن همراه (حتی خاموش) در طول زمان آزمون مجاز **نیست**.
- فقط داوطلبانی می‌توانند دفترچه‌ی سؤالات را با خود ببرند که تا پایان آزمون در جلسه حضور داشته باشند.
- جمع‌آوری و آماده‌سازی دفترچه‌ی سوالات این آزمون توسط **کمیته‌ی علمی ماخ** انجام شده است.

www.MAAKH.ir

کلیه حقوق این سوالات برای ماخ محفوظ است.

اندازه‌گیری ابعاد سیم

سیمی به قطر d و به طول L را به صورت فنری با مقطع دایره‌ای به قطر D پیچیده‌ایم. تعداد دور حلقه‌های فنر m و طول فشرده‌ی آن ℓ است. در این آزمایش کمیت‌های ℓ، m، L، d و D را به دست آورید.

وسایل آزمایش: یک فنر، یک خط‌کش

روش آزمایش:

۱)طول فنر در حالت فشرده (ℓ) را اندازه‌گیری کنید و در جدول بنویسید.

۲) فنر را کمی بکشید تا حلقه‌های فنر از بازو قابل شمارش شوند. تعداد دور فنر n را بشمرید و در جدول بنویسید.

۳)با دقت و حوصله فنر را طوری باز کنید تا به صورت سیم در آید و هیچ‌گونه گره‌خوردگی پیدا نکند. طول سیم (L) را اندازه بگیرید و در جدول بنویسید.

مراقب باشید هنگام باز کردن فنر دست خود را نبرید.

۴) قطر سیم (d) و قطر فنر (D) را محاسبه کنید و درجدول بنویسید.