جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش

دفترچه سوالات به همراه پاسخنامه تشریحی
مرحله دوم
دهمین دوره‌ی المپیاد فیزیک سال ۱۳۷۵

تعداد سوالات		مدت آزمون (دقیقه)
سوالات چند گزینه‌ای	مساله‌های تشریحی	
-	۸	۱۸۰ دقیقه

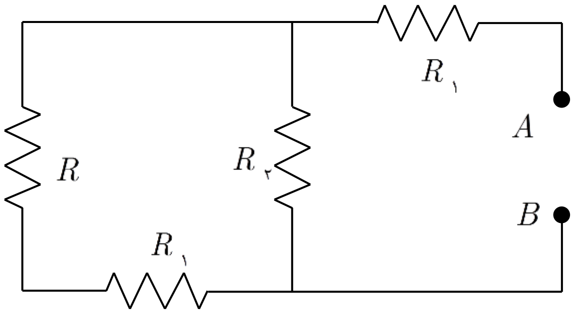
توضیحات مهم — **استفاده از ماشین حساب ممنوع است.**

تذکرات آزمون:

ضمن آرزوی موفقیت برای شما دانش‌پژوه گرامی، خواهشمند است قبل از پاسخ به سؤالات آزمون به موارد زیر توجه کنید:

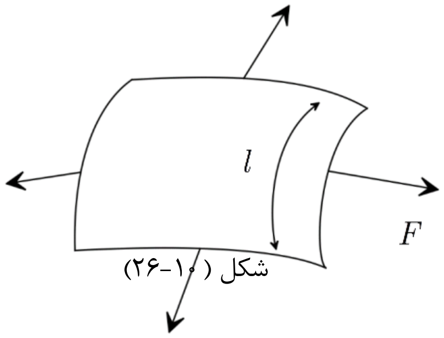
- این آزمون شامل **۸ سوال تشریحی** و وقت آن **۱۸۰ دقیقه** است.
- نمره‌ی هر سوال در ابتدای آن نوشته شده است.
- استفاده از ماشین‌حساب در این آزمون مجاز است.
- همراه داشتن تلفن همراه (حتی خاموش) در طول زمان آزمون مجاز **نیست**.
- فقط داوطلبانی می‌توانند دفترچه‌ی سؤالات را با خود ببرند که تا پایان آزمون در جلسه حضور داشته باشند.
- جمع‌آوری و آماده‌سازی دفترچه‌ی سوالات این آزمون توسط **کمیته‌ی علمی ماخ** انجام شده است.

۱- اختلاف پتانسیل V را به دو سر مقاومت $R = ۱۰\,\Omega$ وصل می‌کنیم. توان مصرفی مقاومت R برابر $p_۱$ می‌شود. با مقاومت‌های $R_۱$، $R_۲$ و R مدار شکل (۱۰-۲۵) را می‌سازیم. و اختلاف پتانسیل V را بـه دو سـر آن (نقاط A و B) وصل می‌کنیم. در این حالت اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R برابر $V_۲ = \frac{V}{۲}$ و توان مصرفی مدار $P_۲ = ۲P_۱$ می‌شود. مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ را محاسبه کنید. (۸ نمره)



شکل (۱۰-۲۵)

۲- کشش سطحی مایعات عاملی است که می‌خواهد سطح آزاد مایع را به حداقل ممکن برساند. توصیف این عامل به این ترتیب است. بـخشی از سطح آزاد مـایع را در نظر بگیرید مطابق شکل (۱۰-۲۶) نیرویی که قسمت‌های مجاور به این بخش وارد می‌کنند، در هر طرف مماس بر سطح آزاد، عمود بر مرز سطح آزاد، و به طرف خارج سطح است. مقدار هر یک از این نیروها متناسب است با طول خط مرزی : $F = \tau \ell$. ضریب تناسب τ را کشش سطحی می‌نامند. قطره چکانی در نظر بگیرید که قطرهٔ آبی از انتهای آن آویزان است.

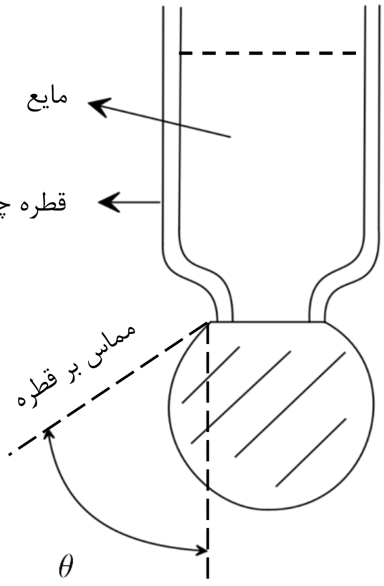


شکل (۱۰-۲۶)

الف) نیروهای وارد بر این قطره (بخش هاشور خوردهٔ شکل (۱۰-۲۷)، را نام ببرید.

ب) با فرض اینکه حجم قطره V باشد، فقط را در نظر گرفتن وزن قطره و کشش سطحی، رابطهٔ V با θ را در حالت تعادل بنویسید. چگالی قطره ρ و قطر انتهای قطره چکان d است.

ج) حداکثر حجم قطره برای این که چنین تعادلی ممکن باشد چقدر است؟ با استفاده از کشش سطحی آب $(\tau = ۰/۰۷\,\mathrm{N/m})$، مقدار عددی این حجم را تخمین بزنید. قطر انتهای قطره چکان را $۲mm$ بگیرید، و شتاب گرانش $g = ۱۰m/s^۲$ و $\rho = ۱۰۰۰kg/m^۳$. (۸ نمره)



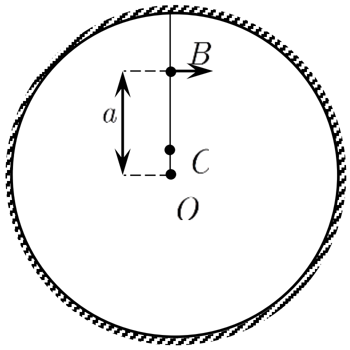
شکل (۱۰-۲۷)

۳- در شکل (۱۰-۲۸) کره‌ای به شعاع r که سطح داخل آن کاملاً بازتابنده است نشان داده شده است. از نقطهٔ B پرتو نوری عمود بر خط OA خارج می‌شود:

الف) آیا ممکن است این پرتو پس ازبازتاب‌های متوالی از نقطهٔ C بگذرد؟

پاسخ خود را با ذکر دلیل بیان کنید.

ب) چون $a < r$، می‌توان نوشت $\frac{a}{r} = \sin\theta$. اگر $\theta = \frac{۸\pi}{۱۹}$ باشد پس از چند بازتاب از سطح داخلی کره، برای اولین بار پرتو مجدداً از نقطهٔ B می‌گذرد؟ (۸ نمره)



شکل (۱۰-۲۸)

۴- در مدار شکل (۱۰-۲۹) داده‌های زیر را در نظر بگیرید:

$C = ۳\mu F, E_۱ = ۲۰V, E_۲ = ۱۶V$

$R = ۵۰\Omega, R_۱ = R_۲ = ۱۰۰\Omega$

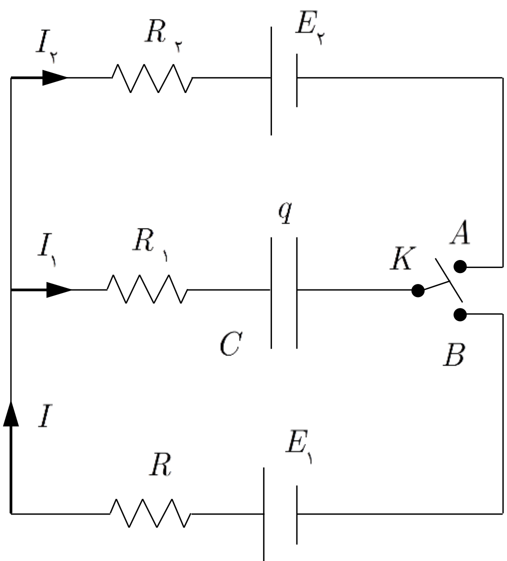
کلید k طوری ساخته شده است که هنگام بسته شدن، در یک لحظه نقاط A و B را به هم متصل می‌کند. خازن در ابتدا خالی است و در لحظهٔ $t=۰$ کلید k بسته می‌شود.

الف) بار روی خازن (q) و جریان‌ها را در لحظهٔ $t=۰$ به دست آورید.

ب) بار روی خازن و جریان‌ها را پس از گذشت زمان طولانی $(t \to \infty)$ به دست آورید.

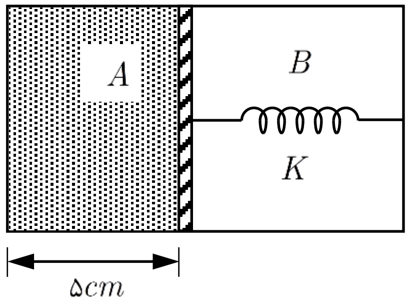
ج) در لحظه‌ای که جریان $I_۲$ صفر می‌شود(لحظهٔ $t_۰$) جریان I و بار q را حساب کنید.

د) در یک نمودار، تغییرات جریان‌ها برحسب زمان را به طور کیفی نشان دهید. همچنین در نمودار دیگری در زیر آن تغییرات q را برحسب زمان به طور کیفی نشان دهید. مقیاس زمان در دو نمودار یکسان باشد و مقدار جریان‌ها و بار q را در لحظات $t=۰$، $t = t_۰$ و $t \to \infty$ روی نمودار مشخص کنید. (۱۳ نمره)

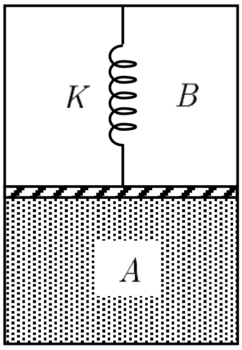


شکل (۱۰-۲۹)

۵- ظرفی استوانه‌ای با پیستونی به مساحت مقطع $۲۰۰cm^۲$ و وزن $۳۰N$ به دو بخش A و B تقسیم شده است. از اصطکاک پیستون با استوانه چشم‌پوشی کنید. در ابتدا این ظرف مطابق شکل (۱۰-۳۰) به صورت افقی قرار دارد. در این حالت بخش A که از گاز کاملی پـر شده دارای فشار $۱۰۰۰\ Pa$ است و بخش B کاملاً خلاء شده است. فنری با ثابت $k = ۴۰۰N/m$ از یک طرف به پیستون و از طرف دیگر به دیوارهٔ بخش B متصل است. طول بخش A در این حالت $۵cm$ است. اگر ظرف را به طور آرام از حالت افقی به صورت شکل (۱۰-۳۱) در آوریم، تغییر طول فنر نسبت به حالت شکل (۱۰-۳۰) چقدر است؟ دما را ثابت فرض کنید. (۱۰ نمره)



شکل (۱۹-۳۰)



شکل (۱۰-۳۱)

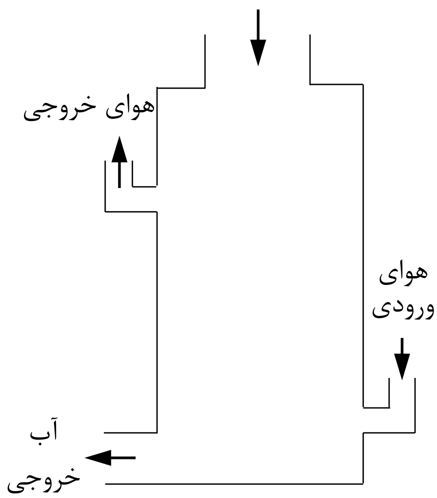
۶- یکی از روش‌های صنعتی خنک کردن آب این است که جریان آب گرم را به شکل دوش از محفظه‌ای عبور می‌دهند. از همان محفظه و در جهت مخالف یک جریان هوا می گذرد. در نتیجه مقداری از آب بخار می‌شود و دمای آب خروجی کم می‌شود. مطابق شکل (۱۰-۳۲)، جریان آبی با آهنگ (جرم بر واحد زمان) m_w وارد محفظه می‌شود. دمای آب ورودی T_w است. از طرف دیگر محفظه، جریان هوایی با آهنگ (جرم هوای خشک بر واحد زمان) m_A وارد محفظه می‌شود. دمای هوای ورودی T_A است. در هوای ورودی مقداری رطوبت (بخار آب) وجود دارد. نسبت جرم بخار آب به جرم هوای خشک در هوای ورودی x است. هوای خروجی تقریباً از بخار آب اشباع است، و دمای آن نیز تقریباً با دمای آب ورودی برابر است. ظرفیت گرمایی ویژهٔ آب C_w ، و ظرفیت گرمایی ویژه‌ی هوا C_A است. برای سادگی ظرفیت گرمایی ویژهٔ بخار آب را هم C_w بگیرید. گرمای نهان تبخیر آب L است. نسبت جرم بخار آب به جرم هوای خشک در هوای اشباع از بخار آب در دمای T_w نیز x_v است:

الف) مقدار آبی که در واحد زمان بخار می‌شود چقدر است؟

ب) دمای آب خروجی چقدر است؟

ج) در عمل مقدار آبی که بخار می‌شود نسبت به کل آب بسیار کم است. همچنین گرمایی که صرف تبخیر همان مقدار آب می‌شود خیلی بیشتر از گرمایی است که صرف تغییر دمای هوای ورودی می‌شود. در این صورت دمای تقریبی آب خروجی چقدر است؟

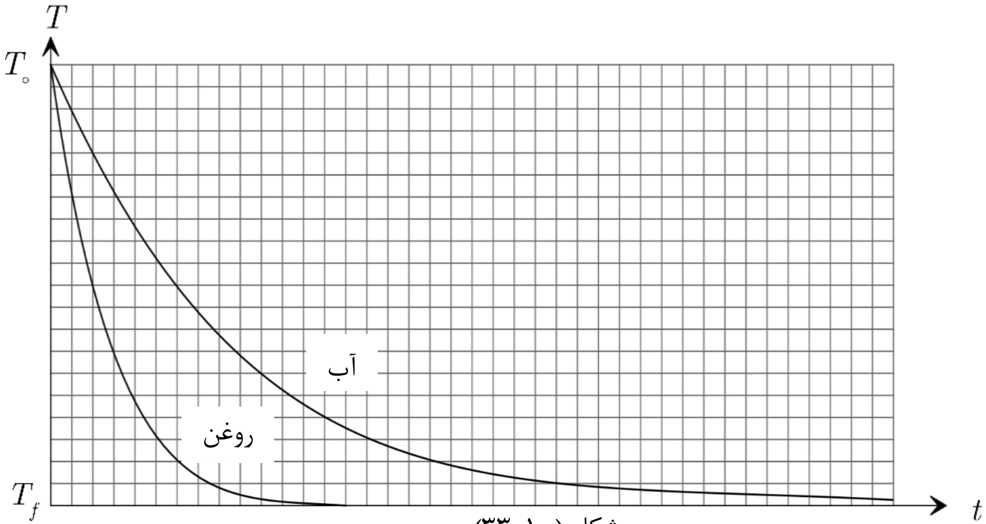
(۱۰ نمره)



شکل (۱۰-۳۲)

۷- هنگامی که جسمی با دمای T در محیطی با دمای T_f $(T_f < T)$ قرار می‌گیرد، با از دست دادن گرما دمایش پایین می‌آید. آهنگ از دست دادن گرما در فاصلهٔ زمانی بسیار کوچک Δt یعنی $\frac{\Delta Q}{\Delta t}$ با $(T - T_f)$ در آن فاصلهٔ زمانی کوچک متناسب است. فرض کنید ضریب تناسب تنها به شکل جسمی که سرد می‌شود بستگی دارد.

الف) در دو ظرف مشابه به در یکی آب ودر دیگری روغن می‌ریزیم. حجم آب و روغن یکسان است. دو ظرف از دمای $T_\circ$ تا دمای T_f سرد شده‌اند. تغییرات دمای دو ظرف برحسب زمان مطابق نمودار شکل (۱۰-۳۳) است که در آن محور زمان و دما هر کدام برحسب یک واحد اختیاری مدرج شده است. ظرفیت گرمایی ویژه‌ی روغن را به طور تقریبی محاسبه کنید. چگالی آب $\rho_w = 1000 kg/m^3$، چگالی روغن $\rho_\circ = 800 kg/m^3$ و ظرفیت گرمایی ویژه‌ی آب $4200 J/kg\,^\circ C$ است. ظرفیت گرمایی ظرف در برابر ظرفیت گرمایی آب و روغن قابل چشم‌پوشی است.



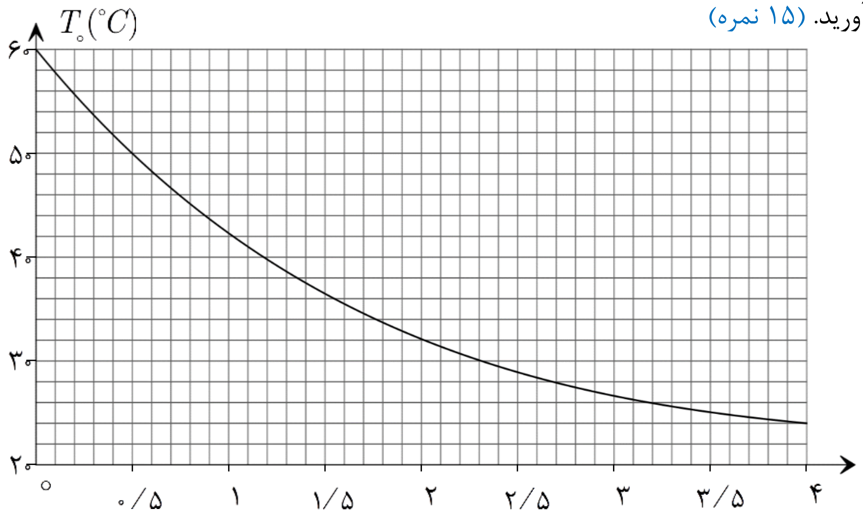
شکل (۱۰-۳۳)

فردی برای خود و میهمانش دو فنجان مشابه چای با دمای $T_\circ = 60^\circ C$ می‌آورد. نمودار سرد شدن چای در شکل (۱۰-۳۴) نشان داده شده است.

ب) میهمان بلافاصله مقداری شیر سرد به دمای صفر درجه سلسیوس در چای می ریزد و پس از ۱/۵ دقیقه چای خود را می‌نوشد. دمای چای میهمان را هنگام نوشیدن حساب کنید.

ظرفیت گرمایی (ظرفیت گرمایی ویژه × جرم) شیر اضافه شده دو دهم ظرفیت گرمایی چای است. فرض کنید ریختن شیر در چای، منحنی سرد شدن آن را چندان تغییر نمی‌دهد.

ج) میزبان پس از ۱/۵ دقیقه همان مقدار شیر سرد به دمای صفر درجهٔ سلسیوس در چای می‌ریزد و بلافاصله آن را می‌نوشد. دمای چای میزبان را هنگام نوشیدن به دست آورید. (۱۵ نمره)



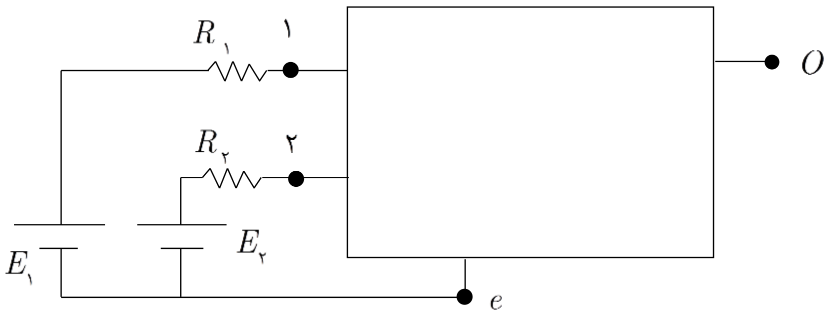
شکل (۱۰-۳۴)

۸- نوعی تقویت کننده است که چهار سر دارد و مدار معادل آن به صورت شکل (۱۰-۳۵) است. در این شکل عنصری که بین نقاط O و e قرار دارد یک منبع ولتاژ وابسته است؛ به این معنی که اختلاف پتانسیل دو سر آن $\alpha(V_1 - V_2)$ است. V_1 و V_2 به ترتیب

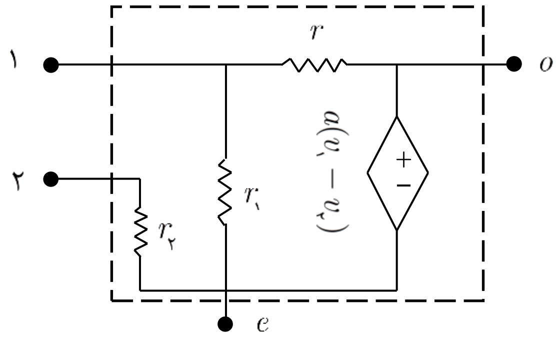
پتانسیل‌های نقاط ۱ و ۲ است و α ضریبی است که به نوع تقویت کننده وابسته است. با این تقویت کننده مداری مطابق شکل (۱۰-۳۶) می‌سازیم.

الف) اختلاف پتانسیل نقاط O و e را برحسب کمیت‌های داده شده در شکل‌های (۱۰-۳۵) و (۱۰-۳۶) به دست آورید.

ب) این اختلاف پتانسیل را در حالت حدّی $\alpha \to \infty$ نیز به دست آورید. (۱۵ نمره)



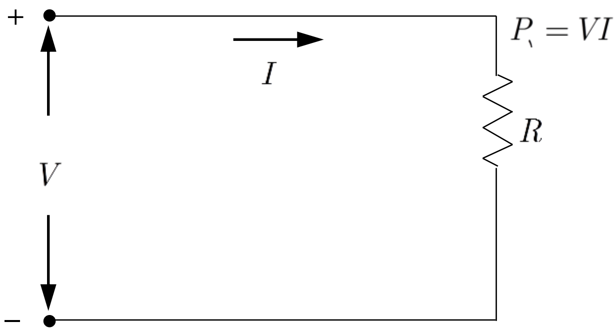
شکل (۱۰-۳۶)



شکل (۱۰-۳۵)

«پاسخنامه‌ی تشریحی»

۱- در شکل (۱۰-۷۳) مقاومت R که به اختلاف پتانسیل v بسته شده، رسم شده است. توان مصرفی مدار به ترتیب زیر است:



شکل (۱۰-۷۳)

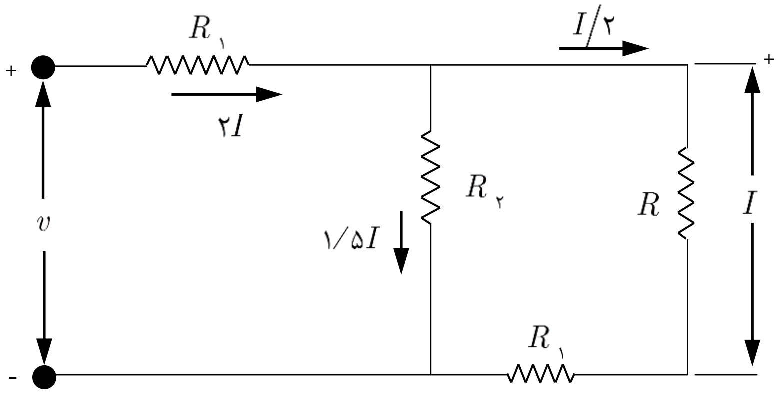
مدار مورد نظر که با مقاومت‌های R و R_1 و R_2 ساخته شده و به همان اختلاف پتانسیل V وصل شده است، در شکل (۱۰-۷۴) نشان داده شده است. چون اختلاف دو سر مقاومت R در این حالت $\frac{V}{2}$ شده است، پس جریانی که از مقاومت R می‌گذرد، $\frac{I}{2}$ است. چون توان مصرفی کل مدار $2P_1$ شده است، پس جریان کلی که از منبع اختلاف پتانسیل می‌گذرد، $2I$ است. این جریان‌ها در شاخه‌های شکل (۱۰-۷۴) مشخص شده است. اختلاف پتانسیل را در دو حلقهٔ مدار می‌نویسیم داریم:

$$V = 2IR_1 + 1/5IR_2$$
$$V = 2IR_2 + 0/5IR + 0/5IR_1$$

اگر $V=IR$ را از مدار اول در دو معادلهٔ بالا بگذاریم، نتیجه می‌شود:

$$R = 2R_1 + 1/5R_2$$
$$R = 2/5R_1 + 0/5R$$

با توجه به اینکه $R = 10\Omega$ است، می‌توان مقادیر مقاومت‌های R_1 و R_2 را به دست آورد. داریم:



شکل (۱۰-۷۴)

$$2R_1 + 1/5R_2 = 10$$
$$2/5R_1 = 0/5 \times 10$$
$$R_1 = 2\Omega \quad R_2 = 4\Omega$$

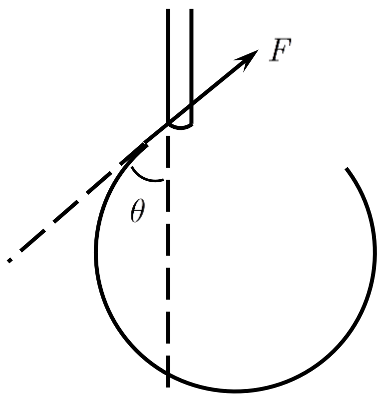
۲- محل اتصال قطره به دهانهٔ قطره چکان، دایره‌ای به قطر d است. دور تا دور این دایره نیروی کشش سطحی به قطره وارد می‌شود. در شکل (۱۰-۷۵) نیرویی که در یک قسمت از این دایره به طول $d\ell$ بر قطره وارد می‌شود، نشان داده شده است. این نیرو بر سطح آزاد قطره مماس و بر $d\ell$ عمود است.

مقدار این نیرو چنین است:

$$dF = \tau d\ell$$

نیروی dF را در راستای قائم و افقی تجزیه می‌کنیم. داریم:

$$dF_y = dF\cos\theta = \tau d\ell \cos\theta$$
$$dF_x = dF\sin\theta = \tau d\ell \sin\theta$$



شکل (۱۰-۷۵)

از شکل (۱۰-۷۵) پیداست که مؤلفه‌های افقی نیروهای dF بر قسمت‌های مختلف دایره یاد شده، یکدیگر را خنثی می‌کنند و مؤلفه‌های قائم این نیروها با یکدیگر جمع می‌شوند. برای مؤلفه قائم کشش سطحی نتیجه زیر به دست می‌آید.

$$F_y = \int dF_y = \tau \cos\theta \int d\ell = \tau(\pi d)\cos\theta$$

الف) نیروهای وارد بر قطره به ترتیب زیر است:

نیروی وزن قطره در راستای قائم و به طرف پایین.

نیروی کشش سطحی در راستای قائم و به طرف بالا.

نیروی ناشی از فشار هوای اطراف قطره که برآیند آن در راستای قائم و به طرف بالا است.

نیروی ناشی از فشار مایع داخلی قطره چکان که در راستای قائم و به طرف پایین است.

ب) در حالت تعادل نیروی F_y با نیروی وزن قطره برابر است و داریم:

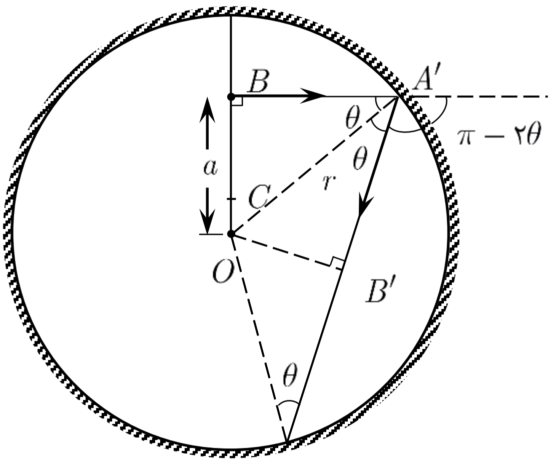
$$\rho V g = \pi d \tau \cos\theta$$

ج) از رابطهٔ اخیر پیداست که هر چه حجم قطره بیشتر باشد، باید $\cos\theta$ بزرگتر باشد. زیرا تمام کمیت‌های دیگر ثابت هستند. برای به دست آوردن بیشترین حجم قطره، $\cos\theta = ۱$ است و داریم:

$$V_m = \frac{\pi d \tau}{\rho g} = \frac{۳/۱۴ \times ۲ \times ۱۰^{-۳} \times ۰/۰۷}{۱۰^{۳} \times ۱۰} = ۴۴ \times ۱۰^{-۹} m^{۳} \Rightarrow V_m = ۴۴ mm^{۳}$$

۳- کره‌ای که سطح داخل آن بازتابنده است، در شکل (۱۰-۷۶) رسم شده است. پرتویی که از نقطهٔ B و در راستای عمود بر OA به سطح بازتابنده می‌تابد، دارای زاویهٔ تابش θ است و زاویه θ بازتاب می‌کند. ازشکل پیداست که همواره زاویه تابش همان θ می‌ماند.

الف) از مرکز کره بر پرتو بازتابیده عمود می‌کنیم. دو مثلث $OB'A', OBA'$ با یکدیگر برابرند، زیرا هر دو قائم‌الزاویه‌اند و وتر و یک زاویهٔ آنها با هم برابر است. بنابراین $OB' = a$ خواهد بود. اگر پرتو بازتابندهٔ بعدی را رسم کنیم، باز هم مشاهده می‌شود که فاصلهٔ عمودی مرکز کره از پرتو بازتابنده همواره a است. در نتیجه پرتو بازتابنده همواره بر سطح کره‌ای به شعاع a و به مرکز کرهٔ بازتابنـده مماس خواهد بـود و هیچ‌گاه از نقطـه‌ای با فاصله کمتـر از a از مرکز کره نخواهد گذشت. بنابراین پرتو بازتابیده هیچ‌گاه از نقطه c نمی‌گذرد.



شکل (۱۰-۷۶)

ب) با استفاده از شکل (۱۰-۷۶) آشکار است که زاویهٔ انحراف اولین پرتویی که از نقطه B به سطح داخل کره می‌تابد، $\pi - ۲\theta$ است. برای آنکه پرتو بازتابنده مجدداً از نقطه B بگذرد، باید مجموع زاویه‌های انحراف پرتوهای بازتابنده، مضرب درستی از ۲π باشد. اگر پس از n بازتاب، پرتو بازتابیده مجدداً از نقطهٔ B بگذرد، داریم:

$$n(\pi - \theta) = m(۲\pi)$$

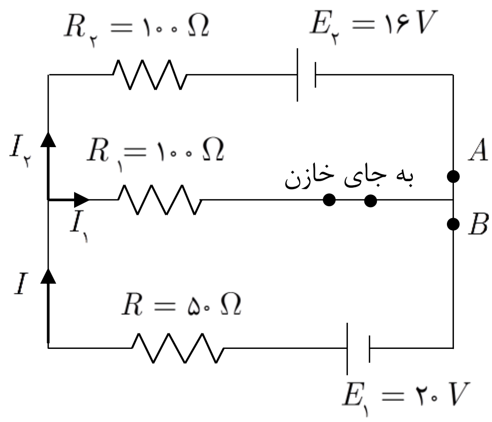
$$n\left(\pi - \frac{۲ \times ۸\pi}{۱۹}\right) = ۲ m \pi$$

$$\frac{n}{m} = \frac{۳۸}{۳} \Rightarrow n = ۳۸$$

بنابراین پس از ۳۸ بازتاب، نور $۳ \times ۲\pi = ۶\pi$ انحراف پیدا کرده و برای اولین بار از نقطهٔ B می‌گذرد.

۴- هنگامی که یک خازن به یک باتری وصل می‌شود، به تدریج بار الکتریکی روی صفحه‌های آن جمع می‌شود و همراه افزایش بار خازن، اختلاف پتانسیل دو سر آن نیز زیاد می‌شود. در مدتی که خازن پر می‌شود، از مداری که خازن در آن قرار دارد جریان می‌گذرد. این بـه

معنای عبور جریان الکتریکی از فضای میان صفحه‌های خازن نیست، زیرا بار الکتریکی از عایق میان صفحه‌ها عبور نمی‌کند. هنگامی که خازن پر شد، یعنی اختلاف پتانسیل دو سر آن با منبعی که آن را پر می‌کند، برابر شد، دیگر از مداری که خازن در آن است جریانی نمی‌گذرد. با این توضیحات، اکنون به حل مسأله می‌پردازیم.



شکل (۱۰-۷۷)

الف) قبل از بستن کلید خازن خالی است، پس از بستن کلید بار خازن به تدریج زیاد می‌شود، اما در لحظهٔ $t = ۰$، یعنی بلافاصله پس از بستن کلید، هنوز باری روی صفحه‌های خازن جمع نشده است. در این صورت اختلاف پتانسیل دو سر خازن صفر است و می‌توان خازن را با یک سیم بدون مقاومت یکسان گرفت. در این لحظه مدار مانند شکل (۱۰-۷۷) است. با استفاده از قانون کیرشهف داریم:

$$I = I_۱ + I_۲$$
$$E_۱ = RI + R_۱ I_۱$$
$$E_۱ - E_۲ = RI + R_۲ I_۲$$

با قرار دادن مقادیر عددی داریم:

$$I = I_۱ + I_۲$$
$$۲۰ = ۵۰I + ۱۰۰I_۱$$
$$۲۰ - ۱۶ = ۵۰I + ۱۰۰I_۲$$

از حل معادله‌های بالا مقادیر زیر به دست می‌آید:

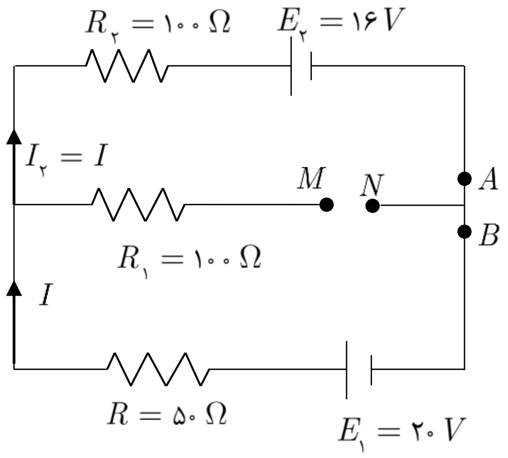
$$I = ۱۲۰mA \qquad I_۱ = ۱۴۰mA \qquad I_۲ = -۲۰mA$$

ب) پس از مدتی طولانی خازن پر می‌شود و دیگر جریانی از شاخه وسط نمی‌گذرد. در این حالت خازن مانند مدار باز است. این حالت در شکل (۱۰-۷۸) رسم شده است. جریان در یک حلقه می‌گذرد و معادلهٔ اختلاف پتانسیل در این حلقه به ترتیب زیر است:

$$۲۰ - ۱۶ = I(R + R_۲) = ۱۵۰I$$
$$I = \frac{۴}{۱۵۰}A = \frac{۸۰}{۳}mA$$

خازن میان نقاط M و N بسته شده است. برای به دست آوردن بار خازن در لحظهٔ $t \to \infty$، باید V_{MN} را حساب کنیم. برای این کار از نقطهٔ M شروع و یکی از حلقه‌ها را دور می‌زنیم تا به نقطهٔ N برسیم. داریم:

$$V_M + R_۱ \times ۰ + RI - E_۱ = V_N$$
$$V_{MV} = V_M - V_N = E_۱ - RI = ۲۰ - ۵۰ \times \frac{۴}{۱۵۰} = \frac{۵۶}{۳}V$$
$$Q = CV = ۳ \times ۱۰^{-۶}\frac{۵۶}{۳} = ۵۶ \times ۱۰^{-۶}C$$



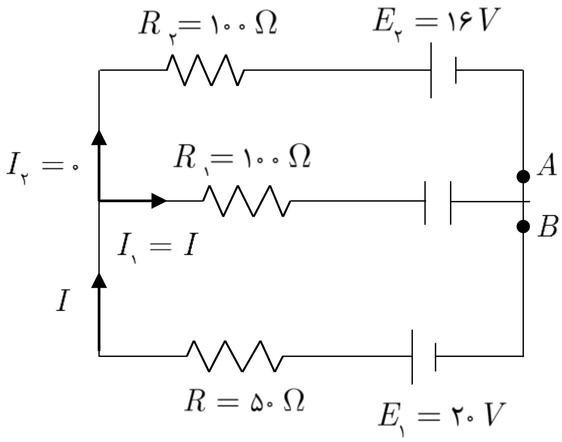
شکل (۱۰-۷۸)

ج) در لحظه‌ای که جریان $I_2 = 0$ ، مدار مانند شکل (۱۰-۷۹) است. در این مدار با استفاده از قانون‌های کیرشهف داریم:

$$E_1 = RI + R_1 I + V_c$$
$$E_1 - E_2 = RI + R_2 \times 0$$

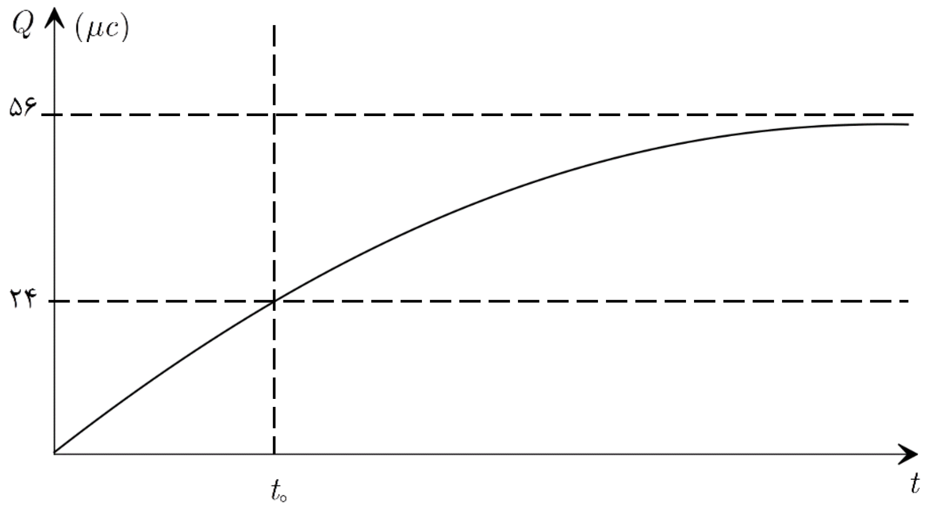
با قرار دادن مقادیر عددی معادله‌های زیر به دست می‌آید:

$$20 = (50 + 100)I + V_c$$
$$4 = 50 I$$
$$I = \frac{4}{50} A = 80 mA$$
$$V_c = 8\ V$$
$$Q = V_c C = 8 \times 3 \times 10^{-6} = 24 \times 10^{-6} C$$

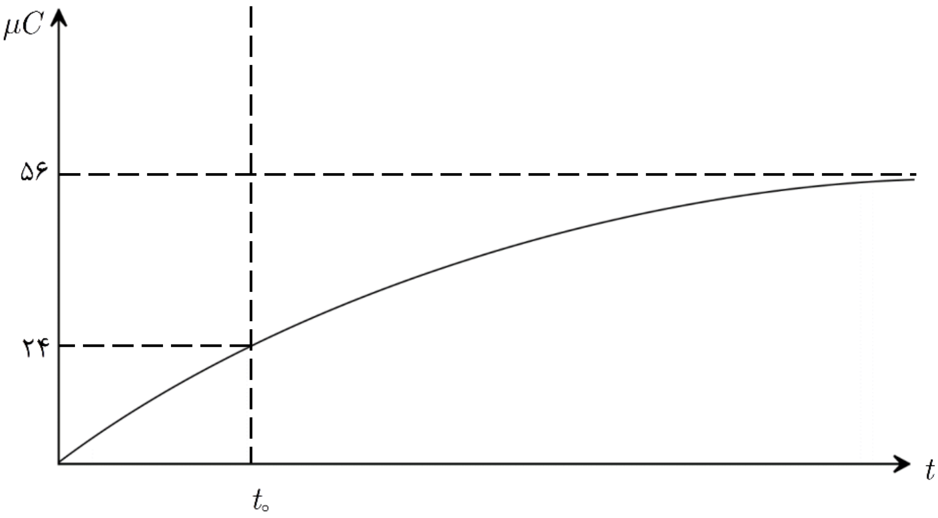


شکل (۱۰-۷۹)

د) نمودار جریان‌ها برحسب زمان در شکل (۱۰-۸۰) و بار Q برحسب زمان در شکل (۱۰-۸۱) رسم شده است.

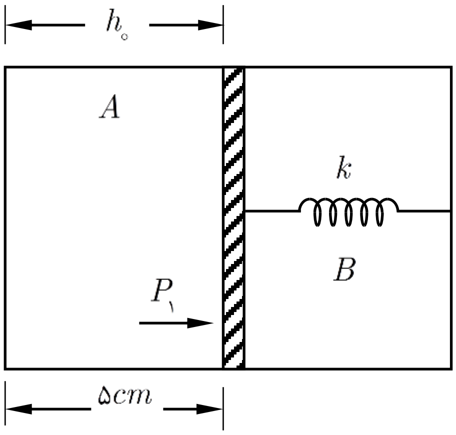


شکل (۱۰-۸۰)



شکل (۱۰-۸۱)

۵- طرف استوانه‌ای و پیستون در حالت افقی، در شکل (۱۰-۸۲) نشان داده شده است. چون پیستون در حالت تعادل است، برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است.

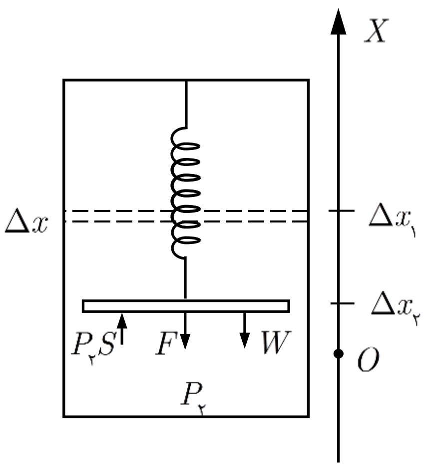


شکل (۱۰-۸۲)

از طرف گاز و از طرف فنر بر پیستون نیرو وارد می‌شود. بر این اساس می‌توان نوشت:

$$P_{۱}S = k\Delta x_{۱} \qquad (۱)$$

در رابطهٔ بالا $\Delta x_{۱}$ کاهش طول فنر است، زیرا در این حالت فنر فشرده شده و طولش کم شده است و S سطح مقطع پیستون است.



شکل (۱۰-۸۳)

هنگامی که ظرف استوانه‌ای را به آرامی به حالت قائم در می‌آوریم، ظرف مانند شکل (۱۰-۸۳) خواهد شد. با این کار قطعاً طول فنر نسبت به

حالت قبلی زیادتر می‌شود. ممکن است افزایش طول فنر به حدی باشد که طول فنر از حالت عادی آن یعنی هنگامی که هیچ نیرویی به آن وارد نمی‌شود، زیادتر شود، یعنی فنر کشیده شود.

ممکن است افزایش طول فنر کمتر از آن باشد که فنر را به طول عادی برساند، یعنی همچنان فنر فشرده باشد و فشردگی آن کمتر از حالت قبل باشد. هر یک از دو حالت که اتفاق بیفتد، تأثیری در نتیجه نهایی نخواهد داشت، زیرا در صورت اول نیرویی که فنر فشرده به پیستون وارد می‌کند رو به پایین و تغییر طول فنر مثبت است. در صورت دوم نیروی فنر کشیده شده رو به بالا و تغییر طول فنر منفی است.
بنابراین اگر رابطه‌ها با علایم درست جبری نوشته شوند، پاسخ درست مسأله به دست خواهد آمد. در کنار ظرف محور x را برای نشان دادن تغییرات طول فنر رسم کرده‌ایم و وضعیت پیستون را هنگامی که ظرف به صورت افقی قرار داشت، با خط‌چین نشان داده‌ایم. مبدأ مختصات روی محور را جایی گرفته‌ایم که انتهای فنر وقتی طول عادی دارد، قرار می‌گیرد. در این شکل فنر هنوز فشرده است و نیروی F رو به پایین را بر پیستون وارد می‌کند. کاهش حجم ظرف $S(\Delta x_۱-\Delta x_۲)$ است و در این حالت نیز برآیند نیروهای وارد بر پیستون صفر است. داریم:

$$w+F=P_۲S$$
$$w+k\Delta x_۲=P_۲S \qquad (۲)$$

با استفاده از قانون گازهای کامل و با توجه به ثابت بودن دما داریم:

$$P_۲\left[h_۰S-S(\Delta x_۱-\Delta x_۲)\right]=P_۱Sh_۰$$
$$P_۲\left[h_۰-(\Delta x_۱-\Delta x_۲)\right]=P_۱h_۰ \qquad (۳)$$

چون تغییر وضعیت پیستون در دو حالت افقی و قائم، یعنی $\Delta x_۱-\Delta x_۲=\alpha$ مورد نظر است، معادله‌های (۱) و (۲) را از یکدیگر کم می‌کنیم و با معادله (۳) یک دستگاه دو معادله دو مجهولی به دست می‌آوریم. داریم:

$$\mathrm{k}(\Delta x_۱-\Delta x_۲)=\mathrm{k}\,\alpha=\mathrm{S}(\mathrm{P}_۱-P_۲)+\mathrm{w}$$
$$\mathrm{P}_۲(\mathrm{h}_۰-\alpha)=P_۱h_۰$$

اکنون مقادیر معلوم را در دو معادلهٔ آخر قرار می‌دهیم.

$$۴۰۰\alpha=۲\times۱۰^{-۲}(۱۰^۳-P_۲)+۳۰$$
$$P_۲(۵\times۱۰^{-۲}-\alpha)=۱۰^۳\times۵\times۱۰^{-۲}=۵۰$$

مقدار $P_۲$ را از معادله دوم به دست آورده و در معادله اول قرار می‌دهیم.

$$P_۲=\frac{۵۰}{۵\times۱۰^{-۲}-\alpha}$$
$$۴۰۰\alpha=۲\times۱۰^{-۲}(۱۰^۳-\frac{۵۰}{۵\times۱۰^{-۲}-\alpha})+۳۰$$

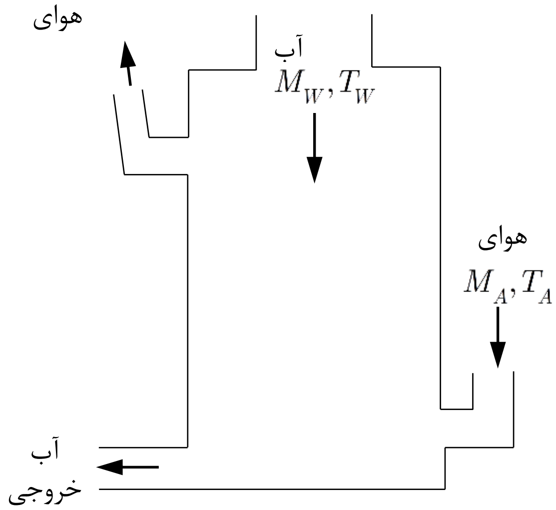
با اندکی عملیات جبری معادله درجه دوم زیر حاصل می‌شود.

$$۴۰۰\alpha^۲-۷۰\alpha+۱/۵=۰$$
$$\alpha=\frac{۳۵\pm\sqrt{۱۲۲۱-۶۰۰}}{۴۰۰}=\frac{۳۵\pm۲۵}{۴۰۰}$$
$$\alpha_۱=۰/۱m=۱۰cm \qquad \alpha_۲=۰/۰۲۵m=۲/۵cm$$

آشکار است که $\alpha_۱$ قابل قبول نیست، زیرا تمام ارتفاع اولیه ظرف $۵cm$ بوده است، بنابراین پاسخ درست $\Delta x_۱-\Delta x_۲=۲/۵cm=۲۵mm$ است.

۶- ماخ محفظهٔ خنک کننده آب در شکل (۱۰-۸۴) نشان داده شده است. همراه هوای ورودی مقداری بخار آب با دمای T_A وارد محفظه شده و با دمای T_w که همان دمای آب ورودی است با هوا خارج می‌شود. آهنگ ورود بخار آب همراه هوای ورودی xm_A است. آهنگ خروج هوا با آهنگ ورود آن یکسان است، زیرا در حالتی که دستگاه به طور مستمر کار می‌کند، تفاوت آهنگ هوای ورودی و خروجی سبب

خلأ و یا تراکم هوا در مخزن می‌شود که درست نیست. همراه هوای خروجی مقدار بخار آن را اشباع کند وجود دارد و آهنگ خروج بخار از محفظه $x_V m_A$ است.



شکل (۱۰-۸۴)

الف) مقدار آبی که در واحد زمان بخار می‌شود، از تفاوت بخار آب همراه هوای ورودی و بخار آب همراه هوای خروجی به دست می‌آید. داریم:

$$m_V = x_V m_A - x m_A = m_A(x_V - x)$$

ب) در فرایند خنک شدن آب، گرمای گرفته و داده شده در واحد زمان به ترتیب زیر است:

i- آب به میزان m_V بخار می‌شود. دمای آب و بخار هر دو T_w است و گرمای لازم تنها برای تبخیر است.

$$Q_i = m_V L = m_A L(x_V - x)$$

ii- هوا به میزان m_A از دمای T_A در ورودی به دمای T_w در هوای خروجی می‌رسد.

$$Q_{ii} = m_A C_A (T_w - T_A)$$

iii- بخار آب همراه هوای ورودی به میزان $x m_A$ ، از دمای T_A در ورودی به دمای T_w در خروجی می‌رسد.

$$Q_{iii} = x m_A C_w (T_w - T_A)$$

iv- آب به میزان $m_A - m_v$ از دمای T_w به دمای T_f می‌رسد. گرمای از دست داده چنین است:

$$Q_{iv} = (m_w - m_v) C_w (T_w - T_f)$$

با استفاده از قانون بقای انرژی داریم:

$$Q_i + Q_{ii} + Q_{iii} = Q_{iv}$$

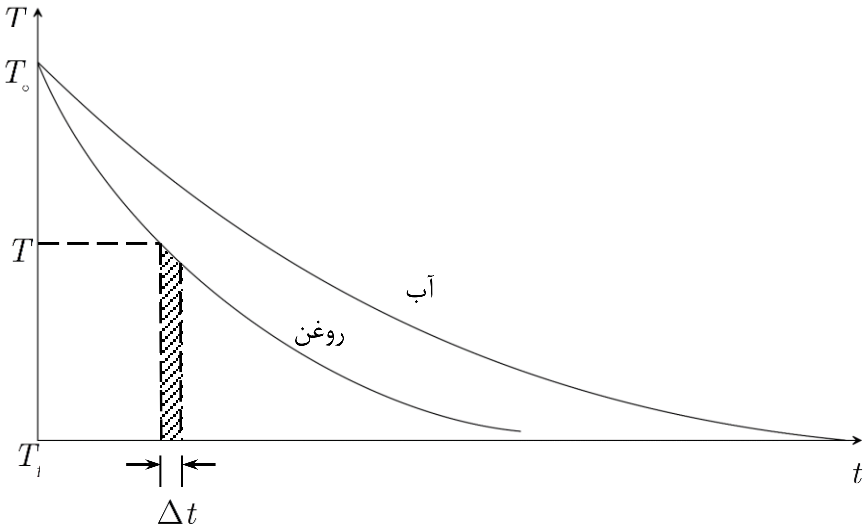
$$\mathrm{m}_A(\mathrm{x}_v - x)\mathrm{L} + \mathrm{m}_A C_A(T_w - T_A) + \mathrm{xm}_A C_w(T_w - T_A) =$$
$$\left[m_w - m_A(x_v - x)\right]\mathrm{C}_w(T_w - T_f)$$

$$T_f = T_w - \frac{m_A\left[L(x_v - x) + (C_A + xC_w)(T_w - T_A)\right]}{\left[m_w - \mathrm{m}_A(x_v - x)\right]C_w}$$

ج) چون مقدار آبی که بخار می‌شود، نسبت به کل آب کم است، بنابراین از m_V در برابر m_w در گرمای Q_{iv} چشم می‌پوشیم. همچنین چون گرمای لازم برای تبخیر آب از گرمای لازم برای گرم کردن هوای ورودی (شامل هوای خشک و بخار آب همراه آن) بیشتر است، از گرمای Q_{ii} و Q_{iii} صرفنظر می‌کنیم. در این صورت داریم:

$$T_f \simeq T_w - \frac{m_A L(x_v - x)}{m_w C_w}$$

۷- نمودار تغییرات دمای آب و روغن بر حسب زمان در شکل (۱۰-۸۵) رسم شده است.



شکل (۱۰-۸۵)

آهنگ از دست دادن گرما در فاصلهٔ زمانی کوچک Δt، یعنی $\frac{\Delta Q}{\Delta t}$ با $(T-T_f)$ در آن فاصلهٔ زمانی کوچک متناسب است. رابطهٔ زیر این تناسب را بیان می‌کند:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \mathrm{k}(T-T_f)\text{۲۳۴۵۶۸۰}$$
$$\Delta Q = \mathrm{k}(T-T_f)\Delta \mathrm{t}$$

در رابطهٔ بالا k ضریب تناسب است که به شکل ظرف بستگی دارد.

الف) در یک لحظه دمای روغن T است. در فاصلهٔ زمانی Δt، گرمایی که روغن از دست می‌دهد با $(T-T_f)\Delta \mathrm{t}$ متناسب است. از شکل (۱۰-۸۵) پیداست که این مقدار، با مساحت نواری به پهنای $\Delta \mathrm{t}$ و ارتفاع $(T-T_f)$ برابر است. اگر گرمایی را که روغن در زمان‌های دیگر از دست می‌دهد به حساب آوریم، ملاحظه می‌شود که روغن هنگام سرد شدن از دمای T تا دمای T_f ، گرمایی را از دست می‌دهد که با مساحت زیر نمودار سرد شدن روغن متناسب است. داریم:

$$Q_o = m_o C_o (T_\circ - T_f) k S_o$$

در رابطه بالا m_o جرم روغن، C_o ظرفیت گرمایی ویژه روغن و S_o مساحت زیر نمودار سرد شدن روغن است. برای آب نیز می‌توان رابطهٔ زیر را نوشت:

$$Q_w = m_w \mathrm{C}_w (T_\circ - T_f) = k S_w$$

چون ظرف‌ها مشابه هستند و حجم‌های مساوی آب و روغن به کار برده‌ایم، ضریب تناسب در هر دو یکسان است. از تقسیم دو رابطهٔ بر یکدیگر داریم:

$$\frac{\rho_o C_o}{\rho_w C_w} = \frac{S_o}{S_w}$$
$$C_o = \frac{S_o \rho_w C_w}{S_w \rho_o}$$

در این محاسبه باید ظرفیت گرمایی دو ظرف در مقابل ظرفیت گرمایی آب و روغن کم باشد اگر ظرف فلزی و سبک باشد، به راحتی می‌توان این شرایط را برقرار کرد.

مساحت زیر نمودار را می‌توان با شمارش مربع‌های زیر نمودار به دست آورد و بقیه کمیت‌ها معلوم هستند. اگر مقدار آنها را در رابطهٔ بالا قرار

دهیم، ظرفیت گرمایی ویژهٔ روغن به ترتیب زیر به دست می‌آید.

$$C_o = \frac{۴۲\times ۱۰۰۰\times ۴۲۰۰}{۱۱۰\times ۸۰۰} = ۲۰۰۴\frac{J}{kg^\circ C}$$

گرمای ویژهٔ روغن را به روش دیگری نیز می‌توان حساب کرد. گرمایی که هر کدام ازروغن و یا آب در مدت کوتاه Δt از دست می‌دهند چنین است:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{\rho V C\Delta T}{\Delta t} = \rho V C\frac{\Delta T}{\Delta t} = k(T - T_f)$$

در رابطهٔ بالا $\frac{\Delta T}{\Delta t}$ شیب نمودار تغییرات دما بر حسب زمان است که می‌توان از روی نمودار سردشدن برای آب و روغن در هر دمایی آن را به دست آورد. از تقسیم دو رابطه‌ای که جداگانه برای آب و روغن می‌نویسیم داریم:

$$\frac{\rho_o C_o\frac{\Delta T_o}{\Delta t}}{\rho_w C_w\frac{\Delta T_w}{\Delta t}} = ۱ \qquad C_o = \frac{\rho_w C_w\frac{\Delta T_w}{\Delta t}}{\frac{\rho_o\Delta T_o}{\Delta t}}$$

اگر شیب نمودار سرد شدن آب و روغن را در یک دمای معین به دست آوریم، داریم:

$$C_o\frac{۱۰۰۰\times ۴۲۰۰\times ۰/۵}{۸۰۰\times\frac{۴}{۳}} = ۱۹۶۸\frac{J}{kg^\circ C}$$

علت تفاوت دو عدد که البته چندان زیاد نیست، عدم امکان محاسبه دقیق مساحت زیر نمودار با شمردن مربع‌ها و نیز غیردقیق بودن اندازهگیری شیب نمودار به کمک مربع‌ها است.

ب) نمودار سردن شدن فنجان چای در شکل (۱۰-۸۶) نشان داده شده است.

میهمان با ریختن شیر سرد در چای، دمای آن را پایین می‌آورد. دمای چای پس از ریختن شیر از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

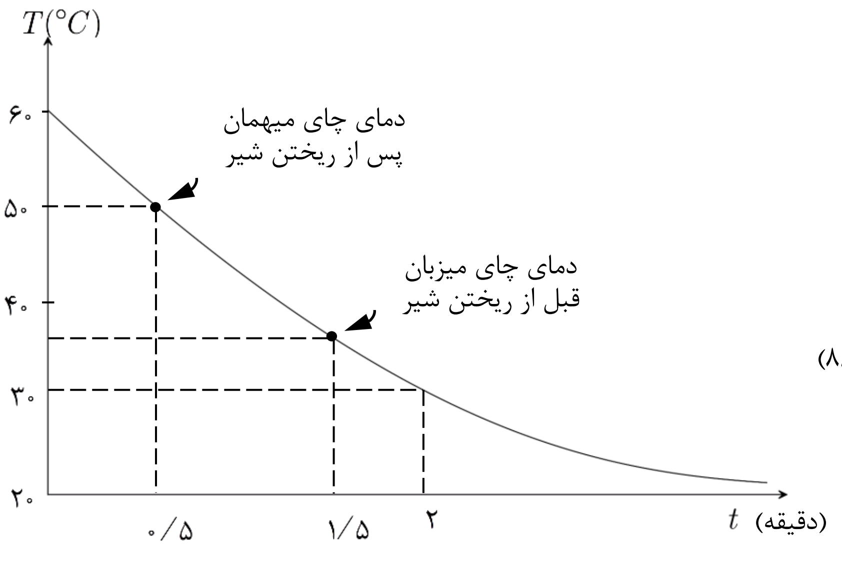
$$C_T(T_\circ - T) = C_M(T - ۰)$$

در رابطهٔ بالا C_M و C_T ظرفیت گرمایی ویژهٔ شیر وچای است.

$$C_T(۶۰ - T) = ۰/۲C_T(T - ۰)$$

$$\mathrm{T} = \frac{۶۰}{۱/۲} = ۵۰^\circ C$$

بنابراین می‌توان فرض کرد چای میهمان از دمای $۵۰^\circ C$ سرد می‌شود. با استفاده از نمودار دمای چای وی پس از ۱/۵ دقیقه $۳۲^\circ C$ به دست می‌آید.



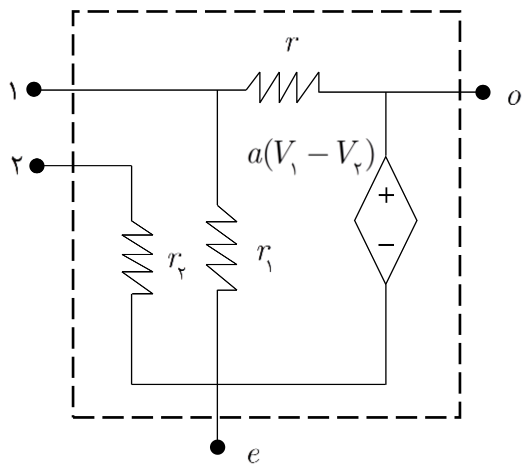
شکل (۱۰-۸۶)

ج) چای میزبان از همان دمای اولیه $۶۰^\circ C$ سرد می‌شود. از روی نمودار دمای چای وی پس از ۱/۵ دقیقه $۳۶^\circ C$ به دست می‌آید. ریختن شیر در چای سبب کاهش دما می‌شود که از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود.

$$C_T(۳۶ - T') = ۰/۲ C_T(T' - ۰)$$

$$T' = \frac{۳۶}{۱/۲} = ۳۰^\circ C$$

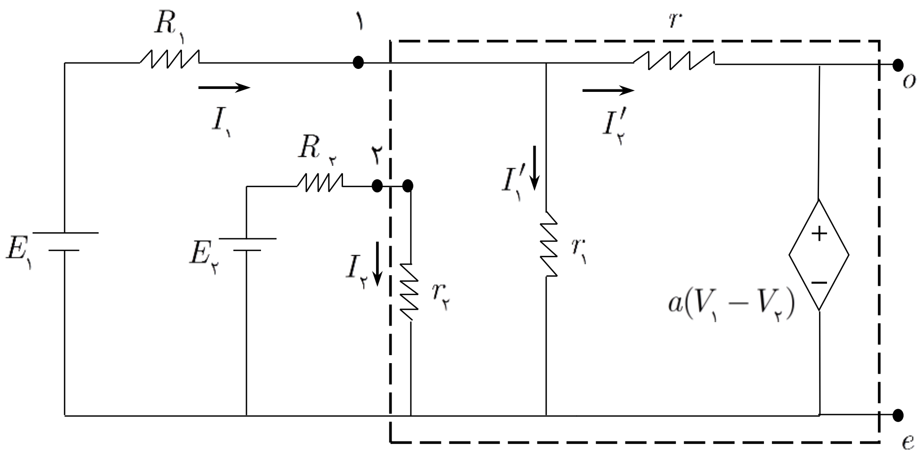
۸- تقویت کننده و مدار مورد نظر به ترتیب در شکل‌های (۱۰-۸۷) و (۱۰-۸۸) رسم شده است.



شکل (۱۰-۸۷)

در این مسأله باید $V_o - V_e$ را محاسبه کنیم. اگر V_e را صفر به حساب آوریم، منظور از پتانسیل هر نقطه، مثلاً $V_۱$ ، در حقیقت $V_۱ - V_e$ است. در این صورت در پاسخ مسأله می‌توان V_o را حساب کرد.

الف) با استفاده از شکل (۱۰-۸۸) داریم:



شکل (۱۰-۸۸)

$$I_۲ = \frac{E_۲}{r_۲ + R_۲} \Rightarrow V_۲ = I_۲ r_۲ = \frac{E_۲ r_۲}{r_۲ + R_۲}$$

$$I_۱ = \frac{E_۱ - V_۱}{R_۱} \qquad I'_۱ = \frac{V_۱ - ۰}{r_۱} \qquad I''_۱ = \frac{V_۱ - V_o}{r_۱}$$

از شکل پیداست که $I_۱ = I'_۱ + I''_۱$. پس داریم:

$$\frac{E_1 - V_1}{R_1} = \frac{V_1}{r_1} + \frac{V_1 - V_o}{r}$$

$$V_1(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r}) = \frac{E_1}{R_1} + \frac{V_o}{r} = \frac{V_1}{R}$$

در رابطهٔ بالا به جای $\frac{1}{r} + \frac{1}{r_1} + \frac{1}{R_1}$ مقدار $\frac{1}{R}$ گذارده‌ایم:

از تقویت کننده برای V_o داریم:

$$V_o = \alpha(V_1 - V_2) \Rightarrow V_1 = \frac{V_o}{\alpha} + V_2$$

اگر مقدار V_1 را از رابطهٔ اخیر، در رابطهٔ قبلی قرار دهیم و به جای V_2 نیز مقداری را که قبلاً به دست آوردیم بگذاریم، نتیجه می‌شود:

$$R(\frac{E_1}{R_1} + \frac{V_o}{r}) = \frac{V_o}{\alpha} + V_2$$

$$V_o(\frac{R}{r} - \frac{1}{\alpha}) = \frac{E_2 r_2}{r_2 + R_2} - \frac{E_1 R}{R_1}$$

$$V_o = \frac{\frac{E_2 r_2}{r_2 + R_2} - \frac{E_1 R}{R_1}}{\frac{R}{r} - \frac{1}{\alpha}}$$

ب) در حالت حدی، $\alpha \to \infty$ از آخرین رابطهٔ مقدار زیر برای V_o به دست می‌آید.

$$V_o = \frac{r(\frac{E_2 r_2}{r_2 + R_2} - \frac{E_1 R}{R_1})}{R}$$