جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش

دفترچه سوالات و پاسخ تشریحی
مرحله اول
بیست و ششومین دوره‌ی المپیاد فیزیک سال ۱۳۹۱

تعداد سوالات		مدت آزمون (دقیقه)
سوالات چند گزینه‌ای	مساله‌های تشریحی	
۳۳	۷	۱۸۰

توضیحات مهم

استفاده از ماشین حساب ممنوع است.

تذکرات آزمون:

ضمن آرزوی موفقیت برای شما دانش‌پژوه گرامی، خواهشمند است قبل از پاسخ به سؤالات آزمون به موارد زیر توجه کنید:

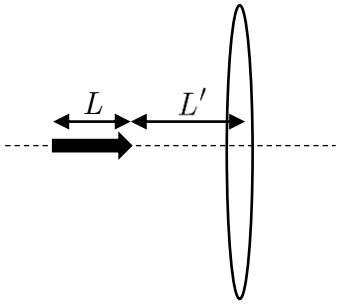
- این آزمون شامل **۳۳ سوال تستی، ۷ مسئله‌ی تشریحی** و وقت آن **۱۸۰ دقیقه** است.
- نمره‌ی هر سوال در ابتدای آن نوشته شده است.
- استفاده از ماشین‌حساب در این آزمون مجاز است.
- همراه داشتن تلفن همراه (حتی خاموش) در طول زمان آزمون مجاز **نیست**.
- فقط داوطلبانی می‌توانند دفترچه‌ی سؤالات را با خود ببرند که تا پایان آزمون در جلسه حضور داشته باشند.
- آماده‌سازی پاسخنامه‌ی این آزمون توسط **ایرانفو، مرجع المپیاد فیزیک ایران** انجام شده است.
- جمع‌آوری و آماده‌سازی دفترچه‌ی سوالات این آزمون توسط **کمیته‌ی علمی ماخ** انجام شده است.

ایرانفو
مرجع المپیاد فیزیک ایران

www.MAAKH.ir

کلیه حقوق این سوالات برای ماخ محفوظ است.

۱- مدادی به طول L مطابق شکل بر محور اصلی عدسی همگرای نازکی به فاصله‌ی کانونی f منطبق است. فاصله‌ی نوک مداد تا عدسی L' است. اگر طول تصویر حقیقی مداد با طول مداد برابر باشد مقدار f کدام است؟



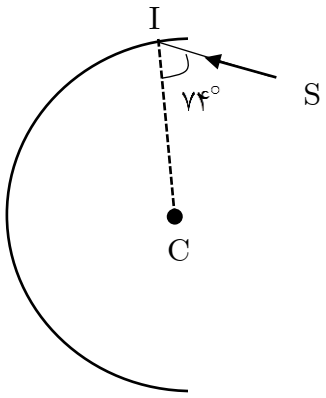
الف) $\frac{L(L+L')}{2L+L'}$

ب) $\frac{L'(2L+L')}{L+2L'}$

ج) $\frac{L(L+2L')}{2L+L'}$

د) $\frac{L'(L+L')}{L+2L'}$

۲- سطح داخلی نیم‌استوانه‌ای که در شکل مقطع آن نشان داده شده آینه است. نقطه‌ی C در شکل، مقطع محور نیم‌استوانه است. پرتو SI واقع در صفحه‌ی عمود بر محور استوانه به سطح داخلی استوانه و نزدیک به لبه‌ی بالایی با زاویه‌ی 74° می‌تابد. این پرتو پس از چند بار بازتاب نیم‌استوانه را ترک می‌کند؟



الف) ۴

ب) ۵

ج) ۶

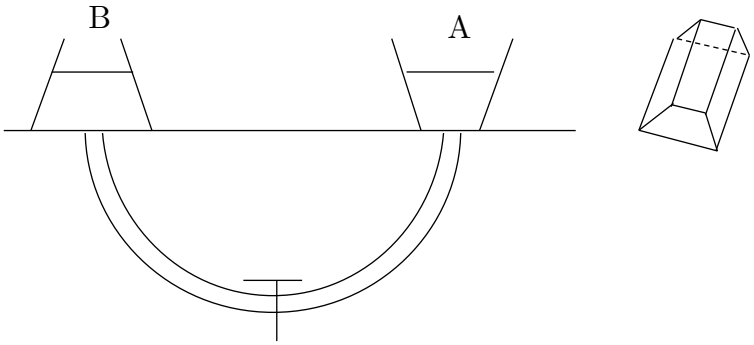
د) ۷

۳- یک باتری با نیروی محرکه‌ی ε یک مقاومت خطی R و یک خازن مسطح با ظرفیت C به طور متوالی به هم بسته شده و مدار بسته‌ای را تشکیل داده‌اند. یک تیغه‌ی نارسانا با ثابت دی‌الکتریک K بین دو صفحه‌ی خازن قرار دارد و فضای بین و صفحه را کاملاً پر کرده است. پس از پر شدن خازن و قطع جریان الکتریکی در مدار با انجام کاری به اندازه‌ی W روی خازن تیغه‌ی نارسانا را به سرعت از بین دو صفحه‌ی خازن خارج می‌کنیم. فرض کنید این فرآیند به اندازه‌ی سریع است که بار روی خازن تغییر نمی‌کند. سپس صبر می‌کنیم تا جریان الکتریکی قطع گردد. در این فرایند گرمای Q در مقاومت تولید می‌شود. نسبت $\frac{Q}{W}$ چقدر است؟

الف) $\frac{k-1}{k}$ ب) $\frac{k+1}{k}$ ج) $\frac{1}{2}(k^2-1)$ د) $\frac{k-1}{k+1}$ هـ) $\frac{k+1}{k-1}$

۴- ظرف‌های A و B به شکل دو منشور مشابه هستند که در شکل مقطع آن‌ها به صورت دو ذوزنقه‌ی متساوی‌الساقین نشان داده شده است. کف دو ظرف و سطح آب در هر دو ظرف هم‌تراز هستند و دمای آب دو ظرف یکسان است. دو ظرف با لوله‌ای که در وسط آن شیری قرار دارد به هم مرتبط‌اند. در هریک از ظرف‌ها یک گرم‌کن الکتریکی قرار داده شده است. شیر در ابتدا بسته است. با صرفنظر از انبساط ظرف‌ها و انتقال گرما به وسیله‌ی لوله و آب داخل آن کدام گزینه درست است؟

www.iranpho.ir
www.MAAKH.ir



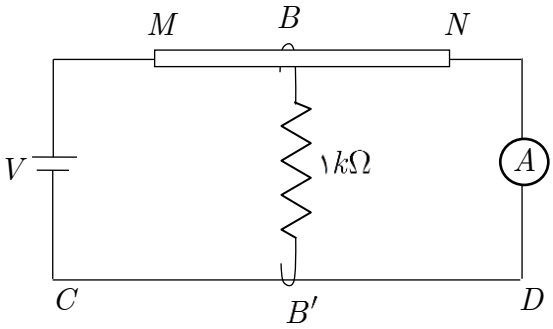
الف) اگر فقط آب درون ظرف A را گرم کنیم و سپس شیر را باز کنیم مقداری آب از ظرف B به طرف ظرف A وارد می‌شود.

ب) اگر فقط آب درون ظرف B را گرم کنیم و سپس شیر را باز کنیم مقداری آب از ظرف A به ظرف B وارد می‌شود.

ج) اگر آب درون ظرف A و B را تا دمای مساوی گرم کنیم و سپس شیر را باز کنیم آب از ظرف A به B می‌رود.

د) اگر آب درون ظرف A و B را تا دمای مساوی گرم کنیم و سپس شیر را باز کنیم آب درون ظرف‌ها جابجا نمی‌شود.

۵- ماخ مقاومت الکتریکی میله‌ای همگن و یکنواخت MN برابر $1k\Omega$ است. اتصال‌های B و B' به ترتیب روی سیم MN و سیم بدون مقاومت CD جابجا می‌شوند و بین آن‌ها مقاومت الکتریکی ثابت $1k\Omega$ قرار دارد. اتصال B سیم MN را به دو مقاومت تقسیم می‌کند. اگر کمترین جریان الکتریکی که از آمپرسنج A می‌گذرد $I_{\min}$ باشد، کمیت $\frac{V}{I_{\min}}$ کدام گزینه است؟



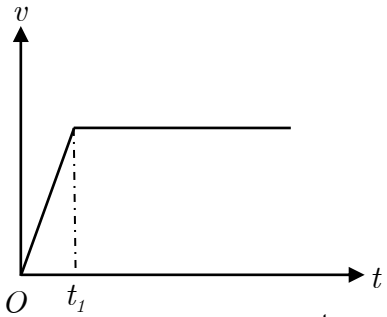
الف) $\frac{5}{4}k\Omega$

ب) $\frac{4}{5}k\Omega$

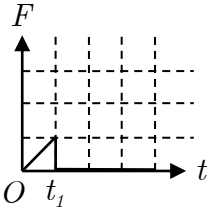
ج) $\frac{3}{4}k\Omega$

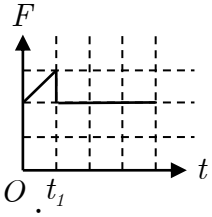
د) $\frac{4}{3}k\Omega$

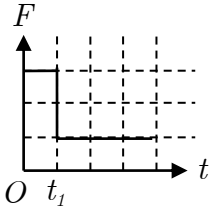
۶- ماخ نمودار سرعت ـ زمان خودرویی که در جاده‌ای افقی و مستقیم حرکت می‌کند مطابق شکل است.

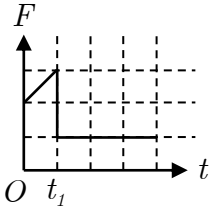


در تمام مدت، خودرو با نیروی مقاومت هوا که متناسب با سرعت آن است مواجه است. کدام نمودار می‌تواند نیروی موتور بر حسب زمان را نشان دهد؟

الف)


ب)


ج)


د)


www.iranpho.ir
www.MAAKH.ir

۷- فرض کنید الکترونی حول پروتون ساکنی بر روی دایره‌ای به شعاع ۰/۵ آنگستروم $(1A = 10^{-10}\,m)$ می‌چرخد میدان مغناطیسی ایجاد شده در محل پروتون به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟

$m_e = 9/1\times10^{-31}kg,\ e = 1/6\times10^{-19}C$

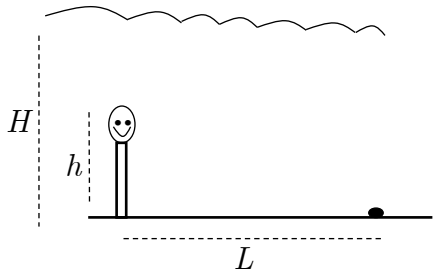
$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9/0\times10^{9}N.m^2/C^2,\ \mu_0 = 4\pi\times10^{-7}T.m/A$

الف) $0/15T$ ب) $1/5T$ ج) $15T$ د) $150T$

۸- فرض کنید سیاره‌ی تیر و زمین روی مدارهای دایره‌ای در یک صفحه و هر دو در یک جهت حول خورشید می‌چرخند. دوره‌ی تناوب تیر تقریباً ۹۰ روز و دوره‌ی تناوب زمین تقریباً ۲۶۰ روز است. وضعیتی که دو سیاره در نزدیک‌ترین فاصله از هم هستند را مقارنه‌ی نزدیک و وضعیتی که در دورترین فاصله از هم هستند. را مقارنه‌ی دور می‌گویند. در یک دور چرخش زمین به دور خورشید، چند مقارنه‌ی نزدیک و چند مقارنه‌ی دور اتفاق می‌افتد؟

الف) چهار و دو ب) سه و شش ج) شش و سه د) سه و سه

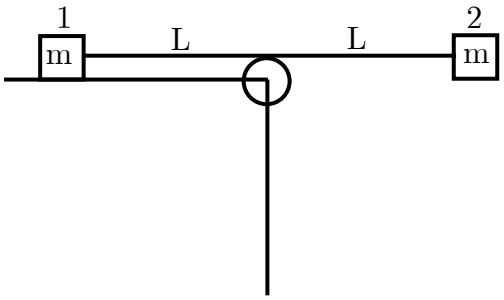
۹- قد شناگری h است و کف استخری که عمق آب آن $H\,(H>h)$ است ایستاده است. کمترین فاصله‌ی افقی این شخص از جسمی واقع در کف استخر، L چقدر باشد تا بتواند تصویر آن را روی سطح آب ببیند؟ ضریب شکست آب n است. از بازتاب جزئی نور روی سطح آب چشم‌پوشی کنید.



الف) $\frac{(2H+h)n}{\sqrt{n^2-1}}$ ب) $\frac{2H-h}{\sqrt{n^2-1}}$

ج) $\frac{2H+h}{\sqrt{n^2-1}}$ د) $\frac{(2H-h)n}{\sqrt{n^2-1}}$

۱۰- دو جسم کوچک ۱و ۲ هریک به جرم m مطابق شکل با ریسمانی به طول $2L$ به هم متصل‌اند. جسم ۱ روی سطح افقی و بدون اصطکاک میزی قرار دارد. وسط ریسمان مماس بر سطح بالایی قرقره‌ی کوچکی است که در لبه‌ی میزی قرار دارد. ابتدا جسم ۲ طوری ساکن نگه داشته شده است که در راستای ریسمان افقی است. در یک لحظه جسم ۲ رها می‌شود و دستگاه شروع به حرکت می‌کند. کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

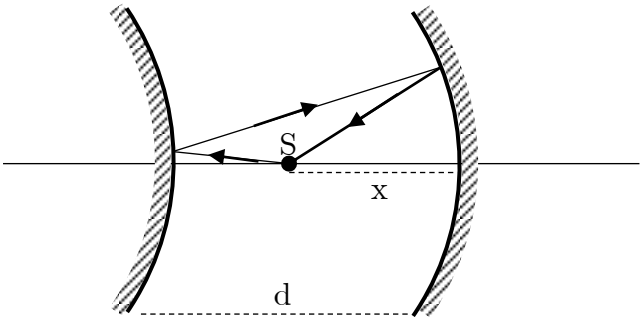


الف) ابتدا جسم ۱ به قرقره می‌رسد.

ب) ابتدا جسم ۲ به دیوار قائم می‌رسد.

ج) وقتی جسم ۱ به قرقره می‌رسد، جسم ۲ نیز به دیوار قائم می‌رسد.

۱۱- ماخ دو آینه‌ی کروی یک مقعر و دیگری محدب روبروی هم و به فاصله‌ی d از یکدیگر قرار گرفته‌اند. و محور اصلی آن‌ها برهم منطبق است. فاصله‌ی کانونی دو آینه نیز برابر و مقدار آن f است. یک پرتو نورانی از نقطه‌ی نورانی S مطابق شکل از روی دو آینه باز می‌تابد. به ازای $d = ۲/۵f$ فاصله‌ی نقطه‌ی نورانی از آینه‌ی مقعر، x برحسب f چقدر است؟ پرتوها را پیرامحوری بگیرید.



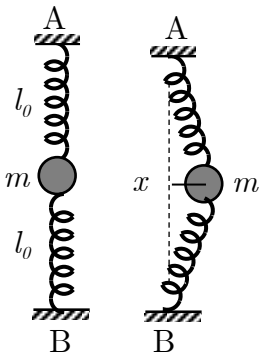
الف) $۱/۵f$

ب) $۱/۵f$

ج) $۱/۷۵f$

د) $۲f$

۱۲- ماخ در یک صفحه‌ی افقی، گلوله‌ای به جرم m به دو فنر هر یک با ثابت k و طول کشیده نشده‌ی l_0 بسته شده است. سر دیگر فنرها به نقطه‌های ثابت A و B وصل‌اند. اگر گلوله را به اندازه‌ی x در راستای افقی بکشیم. اندازه‌ی نیرویی که به گلوله وارد می‌شود چقدر است؟ فرض کنید x خیلی از l_0 کوچکتر است. برای ε کوچک می‌توان نوشت: $(۱+\varepsilon)^n \approx ۱+n\varepsilon$



الف) $۲kx$

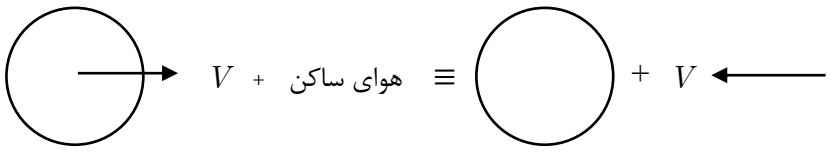
ب) $\frac{۱}{۲}kx$

ج) $\frac{k\,x^۳}{l_0^۲}$

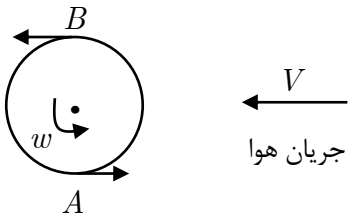
د) $\frac{kx^۲}{l_0}$

۱۳- ماخ اگر سرعت یک توده‌ی کوچک هوا، u حین حرکت در ارتفاع ثابتی از سطح زمین تغییر کند بنا بر قانون برنولی فشار آن به نحوی تغییر می‌کند که کمیت $P+\frac{۱}{۲}\rho u^۲$ ثابت بماند. P فشار، ρ چگالی و u سرعت هوا است.

توپی را در نظر بگیرید که با سرعت V در هوا حرکت می‌کند. این حرکت مشابه آن است که جریان هوا در جهت مخالف با همان سرعت V از روی توپ ساکن عبور کند. در این صورت فشار هوا در نقاط دور از توپ P_0 و سرعت آن V است.



فرض کنید شعاع توپ a باشد و با سرعت زاویه‌ای ω دور خود بچرخد. شکل زیر تصویر توپ را از بالا نشان می‌دهد. فرض کنید جریان هوایی که از کنار نقطه‌ی A عبور می‌کند سرعتاش $V-a\omega$ می‌شود و جریان هوایی که از کنار نقطه‌ی B عبور می‌کند سرعتاش $V+a\omega$ می‌شود. نسبت $\frac{P_A}{P_B}$ کدام گزینه است؟



الف) $\frac{V-a\omega}{V+a\omega}$

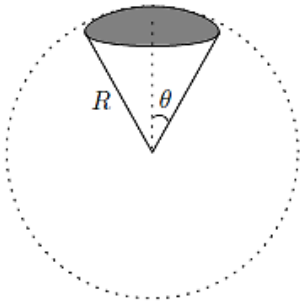
ب) $\frac{۲V-a\omega}{۲V+a\omega}$

ج) $\frac{۲P_0-\rho(V-a\omega)^۲}{۲P_0-\rho(V+a\omega)^۲}$

د) $\frac{۲P_0+\rho a\omega(۲V-a\omega)}{۲P_0-\rho a\omega(۲V+a\omega)}$

۱۴- یک ماهواره‌ای مخابراتی هر ۲۴ ساعت یک‌بار به دور زمین می‌گردد و همواره بالای یک نقطه‌ی ثابت از استوای زمین قرار دارد. چنین ماهواره‌ای حداکثر چند درصد از سطح کره زمین را می‌تواند پوشش دهد؟ شعاع زمین را $۶۴۰۰\ km$ و شتاب گرانش در سطح زمین را $۱۰\ m/s^۲$ در نظر بگیرید. مطابق شکل مساحت عرقچین کروی نشان داده شده در شکل $۲\pi R^۲(۱-\cos\theta)$ است.

$\sqrt[۳]{۲\pi^۲} = ۲/۷$



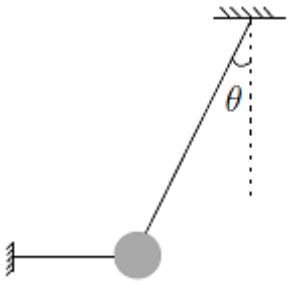
الف) ۲۸

ب) ۳۵

ج) ۴۲

د) ۴۹

۱۵- گلوله‌ای مطابق شکل به وسیله‌ی دو نخ سبک به سقف و دیوار بسته شده و ساکن است. نخ افقی را می‌بریم و در نتیجه گلوله شروع به نوسان می‌کند. نسبت نیروی کشش نخ بسته به سقف درست بعد از قطع نخ افقی به نیروی کشش همان نخ درست قبل از قطع نخ افقی چقدر است؟



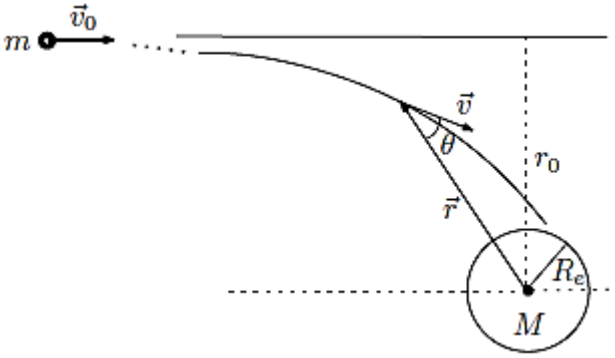
الف) ۱

ب) $\cos\theta$

ج) $\cos^۲\theta$

د) $\sin\theta\cos\theta$

۱۶- شهاب سنگی به جرم m مطابق شکل از فاصله‌ی بسیار دوری که نیروی گرانش قابل چشم‌پوشی است با سرعت $v_۰$ به سمت زمین می‌آید. در حضور نیروی گرانش کمیت $L = mur\sin\theta$ نکانه زاویه‌ای شهاب‌سنگ نسبت به زمین است و در تمام مدت حرکت شهاب‌سنگ پایسته است. با نزدیک شدن شهاب‌سنگ به زمین نیروی گرانش آن را از مسیر مستقیم اولیه منحرف و به سمت خود می‌کشد. حداقل $r_۰$ چقدر باشد تا شهاب‌سنگ به زمین اصابت نکند. انرژی پتانسیل شهاب‌سنگ در میدان گرانشی زمین $-\dfrac{GMm}{r}$ است که G ثابت گرانش و M جرم زمین است.

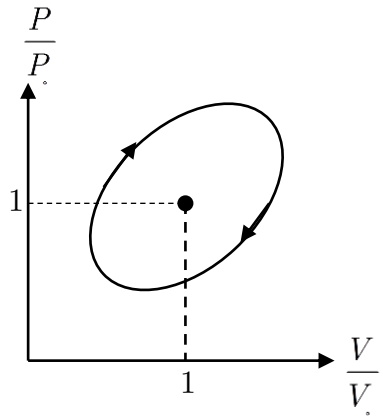


الف) R_e

ب) $R_e\sqrt{۱+\dfrac{۲GM}{R_e u_۰^۲}}$

ج) $R_e(۱+\dfrac{۲GM}{R_e u_۰^۲})$

۱۷- یک گاز کامل چرخه‌ای به شکل بیضی را طی می‌کند. مطابق شکل قطر بزرگ‌تر بیضی بر نیمساز ناحیه‌ی اول منطبق است و طول آن $\sqrt{۲}$ است. بازده ماشین کارنویی که بین بیشترین و کمترین دمای موجود در این چرخه کار می‌کند چقدر است؟



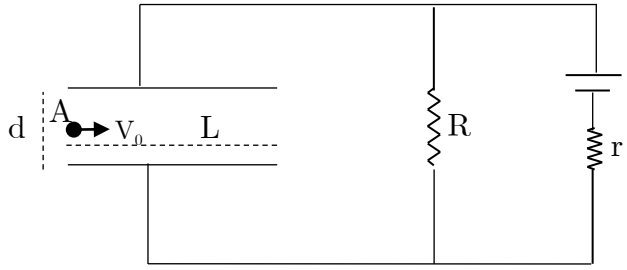
الف) ۰/۱۱

ب) ۰/۶۷

ج) ۰/۷۷

د) ۰/۸۹

۱۸- فاصله‌ی صفحه‌های یک خازن تخت d و طول هریک از صفحه‌ها L است. این خازن مطابق شکل در مدار قرار دارد و کاملاً پر شده است. الکترونی به جرم m و بار الکتریکی e از نقطه‌ی A واقع در لبه‌ی چپ خازن و وسط دو صفحه با سرعت اولیه‌ی افقی u_0 شلیک می‌شود. تانژانت زاویه‌ی بردار سرعت الکترون هنگام خروج از خازن با امتداد اولیه‌ی حرکت الکترون چقدر است؟ فرض کنید سرعت اولیه‌ی الکترون طوری است که به صفحه‌ی خازن برخورد نمی‌کند.



الف) $\frac{d}{۲L}$

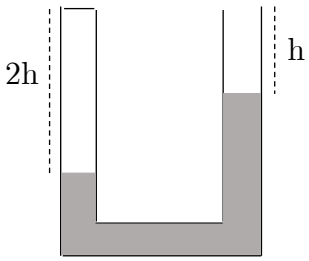
ب) $\frac{e\varepsilon L}{mu_0^۲ d}$

ج) $\frac{e\varepsilon R}{mv_0^۲ d(R+r)}$

د) $\frac{e\varepsilon LR}{mv_0^۲ d(R+r)}$

هـ) $\frac{e\varepsilon LR}{۲mv_0^۲ d(R+r)}$

۱۹- در شکل یک لوله‌ی U شکل محتوی جیوه نشان داده شده است که انتهای سمت چپ آن بسته است. در حالت معمول که فشار هوای بیرون P_0 است سطح آزاد جیوه در سمت راست و چپ لوله به ترتیب در فاصله‌ی h و $۲h$ از انتهای لوله قرار دارد. اگر این لوله‌ی محتوی جیوه در آسانسوری قرار گیرد که با شتاب رو به بالای $g/۲$ حرکت می‌کند سطح جیوه در دو لوله جابجا خواهد شد. اگر $h = \frac{P_0}{\rho g}$ باشد اختلاف سطح جیوه در دو طرف در این حالت کدام است؟ فرض کنید در حین تغییر حجم گاز محبوس در سمت چپ لوله دمای آن ثابت می‌ماند.



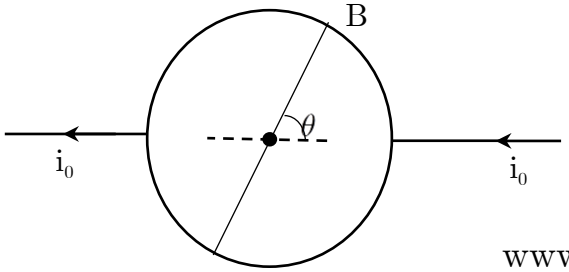
الف) $۰/۲۴h$

ب) $۰/۴۸h$

ج) $۰/۷۶h$

د) h

۲۰- مطابق شکل از یک سیم رسانای یکنواخت مقاومت‌دار یک حلقه‌ی دایره‌ای و یک قطعه مستقیم AB که طولش با قطر دایره برابر است ساخته‌ایم. اگر جریان الکتریکی ورودی به حلقه i_0 باشد جریان گذرنده از قطعه‌ی AB بر حسب زاویه‌ی θ نشان داده شده در شکل چقدر است؟



الف) صفر

ب) $\frac{\theta}{\pi-\theta} i_0$

ج) $\frac{\pi-۲\theta}{\pi+۲} i_0$

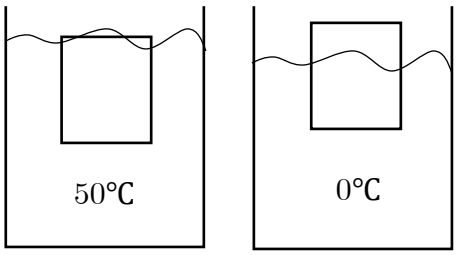
د) $\frac{\pi-۲\theta}{\pi+۴} i_0$

www.iranpho.ir
www.MAAKH.ir

۲۱- اگر تابش الکترومغناطیسی با شدت I بر سطحی بتابد و کاملاً جذب شود نیروی وارد بر واحد سطح $\frac{I}{c}\cos\theta$ است که سرعت c سرعت نور و θ زاویه‌ی بین امتداد تابش با امتداد عمود بر سطح است. توان تابشی خورشید $۳/۹\times۱۰^{۲۶}W$ است. نیروی تابشی وارد بر کره‌ی زمین به شعاع $۶/۴\times۱۰^{۶}m$ که به فاصله‌ی $۱/۵\times۱۰^{۱۱}m$ از خورشید قرار دارد چقدر است؟

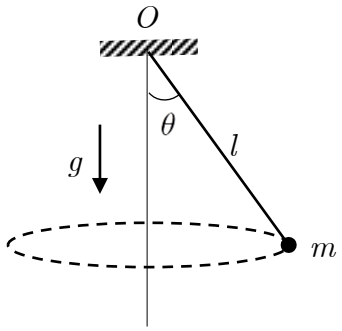
الف) $۲۴\times۱۰^{۸}N$ ب) $۱۲\times۱۰^{۸}N$ ج) $۶/۰\times۱۰^{۸}N$

۲۲- مطابق شکل، استوانه‌ای جامد با ضریب انبساط حجمی $\beta_s = ۳\times۱۰^{-۶}\,^\circ C$ در آب $۵۰\,^\circ C$ کاملاً غوطه‌ور است. اگر دمای دستگاه را به $۰\,^\circ C$ برسانیم بخشی از استوانه از آب خارج می‌شود. اگر ضریب انبساط حجمی آب $\beta_\omega = ۸\times۱۰^{-۵}\,/^\circ C$ باشد چند درصد از ارتفاع استوانه از آب خارج می‌شود؟



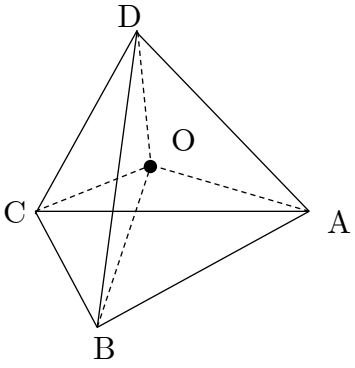
الف) ۰/۳۹
ب) ۰/۴۲
ج) ۰/۷۸
د) ۰/۸۴

۲۳- گلوله کوچکی به جرم $m = ۲۰\,g$ در انتهای نخی به طول $l = ۵۰\,cm$ بسته شده است. انتهای دیگر نخ به نقطه O بسته شده و گلوله در صفحه افقی می‌چرخد، به طوری که زاویه نخ با امتداد قائم $\theta = ۶۰^\circ$ است. انرژی جنبشی گلوله کدام گزینه است؟



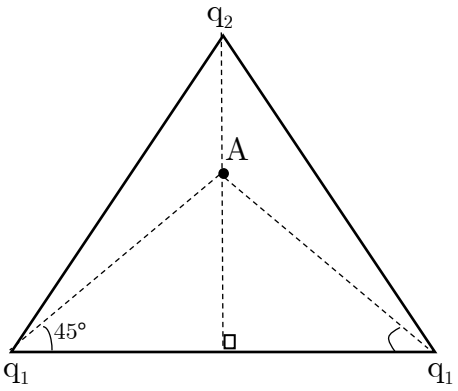
الف) $۱۵۰\,mJ$
ب) $۸۶\,mJ$
ج) $۷۵\,mJ$
د) $۳۰\,mJ$

۲۴- روی هرکدام از بالهای چهار وجهی $ABCD$ مقاومت $۲R$ و روی هر کدام از خطوطی که از مرکز چهار وجهی، نقطه‌ی O، به رئوس آن وصل می‌شود مقاومت R بسته شده است. مقاومت معادل بین نقاط O و A کدام است؟



الف) $R/۲$
ب) R
ج) $۳R/۲$
د) $۲R$

۲۵- مطابق شکل بر روی رأس‌های یک مثلث متساوی‌الاضلاع بارهای q_1، q_1 و q_2 قرار دارند. در نقطه A میدان الکتریکی صفر است. نسبت q_2 / q_1 کدام گزینه است؟



الف) ۱

ب) $\sqrt{2}$

ج) $\sqrt{2}(2-\sqrt{3})$

د) $2\sqrt{2}(2-\sqrt{3})$

هـ) $\sqrt{2}(2+\sqrt{3})$

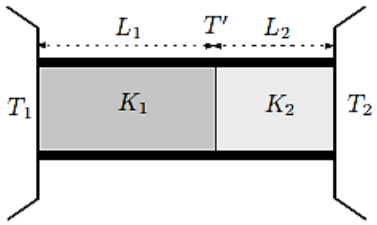
۲۶- فیلکس با مگارتنر، چتر باز ماجراجوی اتریشی بیست و سوم مهرماه سال ۱۳۹۱ از ارتفاع ۳۹ کیلومتری سطح زمین به پایین پرید. تفاوت شتاب گرانش در آن ارتفاع با شتاب گرانش در سطح زمین تقریباً چند درصد شتاب گرانش در سطح زمین است؟ شعاع زمین $6400km$ است.

الف) ۲/۴ ب) ۱/۲ ج) ۰/۶ د) ۰/۳

۲۷- ذره‌ای با بار الکتریکی q و جرم m وارد ناحیه‌ای می‌شود که در آن میدان مغناطیسی یکنواخت B برقرار است. سرعت ذره با امتداد خطوط میدان مغناطیسی زاویه ۳۰ درجه می‌سازد. در نتیجه، مسیر آن یک مارپیچ به شعاع R است که در هر دور چرخش، ذره به اندازه طول D در امتداد خطوط میدان جابه‌جا می‌شود. نسبت D / R کدام گزینه است؟

الف) $2\sqrt{3}\pi / 3$ ب) $2\sqrt{3}\pi$ ج) $\sqrt{3}\pi$ د) π

۲۸- دو میله رسانای گرما به ترتیب دارای ضریب هدایت گرمایی k_1 و k_2 و طول L_1 و L_2 هستند. سطح مقطع دو میله یکسان است و مطابق شکل به هم متصل‌اند. سطح جانبی میله‌ها از محیط عایق شده و انتهای آزاد آن‌ها با دو منبع به دماهای ثابت T_1 و T_2 در تماس حرارتی است. در حالت پایا سطح جدایی دو میله در دمای ثابت T' قرار دارد. جای میله‌ها را عوض می‌کنیم تا این بار میله k_1 با منبع T_2 و میله k_2 با منبع T_1 در تماس باشد. در این وضعیت و در حالت پایا دما در سطح جدایی دو میله T'' است نسبت T'' / T' کدام گزینه است؟



الف) ۱

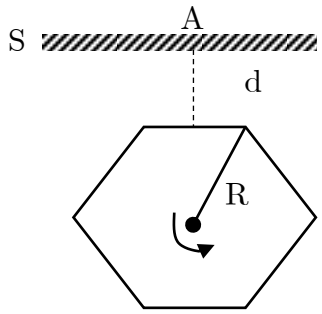
ب) $\frac{K_2L_2T_2 + K_1L_1T_1}{K_2L_2T_1 + K_1L_1T_2}$

ج) $\frac{K_2L_2T_1 + K_1L_1T_2}{K_2L_2T_2 + K_1L_1T_1}$

د) $\frac{K_2L_1T_1 + K_1L_1T_2}{K_2L_1T_2 + K_1L_2T_1}$

هـ) $\frac{K_2L_1T_2 + K_1L_2T_1}{K_2L_1T_1 + K_1L_2T_2}$

۲۹- دیواره‌های خارجی منشور قائمی آینه است. مقطع منشور یک شش ضلعی منتظم است که فاصله‌ی مرکز تا رئوس آن R است. منشور بدون آن‌که با پرده برخورد کند حول محور تقارنش می‌چرخد. در شکل، دستگاه در لحظه‌ای نشان داده شده که یکی از وجوه آن به موازات پرده ثابت S قرار داد و باریکه‌ای عمود بر آن از نقطه A تابیده است. فاصله پرده از این وجه در لحظه مذکور d است. طول محدوده‌ای که نور بازتابنده روی پرده جابه جا می‌شود کدام گزینه است؟



الف) $۲R$

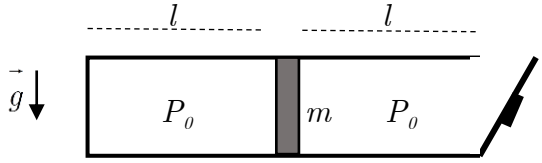
ب) $۲\sqrt{۳}d$

ج) $۴\sqrt{۳}d / ۳$

د) $R + ۲\sqrt{۳}d / ۳$

هـ) $۲\sqrt{۳}(d-R) + ۳R$

۳۰- ظرفی استوانه‌ای توسط یک پیستون متحرک به جرم m به دو بخش تقسیم شده که طول هر کدام l است. در ابتدا استوانه افقی است و فشار هوای محبوس در سمت چپ همان فشار هوا، P_0 است. اگر در حالی که درِ ظرف در سمت راست باز است دما را ثابت نگه داریم و استوانه را ۹۰ درجه بچرخانیم تا در راستای قائم قرار گیرد و قسمت باز ظرف به طرف بالا باشد، پیستون به اندازه $۲l / ۳$ پایین می‌آید. اگر همین‌کار را در حالی انجام دهیم که درِ ظرف بسته است پیستون چقدر پایین می‌آید؟



الف) $۲l / ۳$

ب) $(\sqrt{۵}-۱)l / ۲$

ج) $(\sqrt{۱۳}-۲)l / ۳$

د) $(\sqrt{۲}-۱)l$

۳۱- مسیر هر سیاره دور خورشید یک بیضی است که خورشید در یکی از کانون‌های آن است. بنا به قانون سوم کپلر برای سیاره‌ای که در یک مدار بیضی شکل حول خورشید می‌چرخد. بین زمان تناوب حرکت سیاره، T و طول نیم قطر بزرگ بیضی، a رابطه‌ی تقریبی $T^۲ = \frac{۴\pi^۲}{MG}a^۳$ برقرار است. که M جرم خورشید و G ثابت گرانش است. مدار زمین دور خورشید تقریباً دایره است. فرض کنید زمین در حین حرکت به دور خورشید ناگهان متوقف شود. چند روز طول می‌کشد تا زمین در اثر نیروی گرانش به خورشید برخورد کند؟ حرکت سقوطی زمین به سوی خورشید را یک بیضی کشیده بگیرید که کانون آن در یک انتها قرار دارد. از شعاع خورشید و زمین چشم بپوشد.

الف) ۵۸ روز

ب) ۶۵ روز

ج) ۹۱ روز

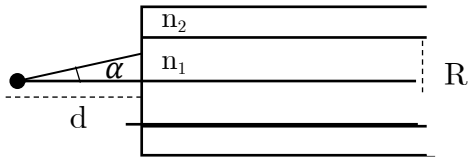
د) ۱۲۹ روز

$$n=۲\begin{cases} l & m \\ ۱ & ۰/۲ \\ ۱ & ۱/۲ \\ ۱ & -۱/۲ \\ ۱ & -۰/۲ \\ ۰ & ۱/۲ \\ ۱ & ۱/۲ \\ ۱ & -۱/۲ \\ ۰ & -۱/۲ \end{cases} \qquad n=۱\begin{cases} ۰ & ۱/۲ \\ ۰ & -۱/۲ \end{cases}$$

۳۲- حالت‌های مانای اتم هیدروژن که یک میدان مغناطیسی ضعیف به آن اعمال شده در شکل نشان داده شده است. حالت‌های $n=1$ حالت‌های پایه و حالت‌های $n=2$ حالت‌های برانگیخته‌اند که با l و m در شکل مشخص شده‌اند. اتم هیدروژن می‌تواند از یکی از حالت‌های $n=2$ به یکی از حالت‌های $n=1$ گذار کند. این گذار به شرطی اتفاق می‌افتد که $\Delta l=\pm 1$ و $\Delta m=\pm 1,0$ باشد. Δl اختلاف l دو حالت و Δm اختلاف m دو حالت است. تعداد گذارهای ممکن چند تا است؟

الف) ۸ ب) ۱۰ ج) ۱۲ د) ۱۴

۳۳- یک نوع تار نوری متشکل از یک مغزی استوانه‌ای به شعاع R و ضریب شکست n_1 و غلافی به ضریب شکست n_2 است که اندکی از n_1 کوچک‌تر است. پرتوهای نوری که با محور مغزی زاویه کوچکی می‌سازند. می‌توانند ضمن انعکاس‌های متوالی روی سطح جدایی با غلاف در داخل مغزی منتشر شوند. یک چشمه نقطه‌ای نور مطابق شکل روی محور دستگاه به فاصله d از سطح خارجی مقطع قائم تار قرار دارد. پرتوهایی که در داخل مخروطی به زاویه رأس α از چشم تابیده شوند در طول مغزی منتشر می‌شوند. $\sin\alpha$ کدام گزینه است؟



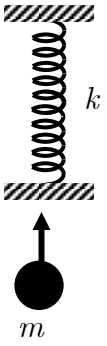
الف) $\sqrt{n_1^2-n_2^2}$ ب) $\frac{R}{d}\sqrt{n_1^2-n_2^2}$

ج) $\sqrt{1-\frac{n_2^2}{n_1^2}}$ د) $\frac{n_1}{n_2}\sqrt{n_1^2-n_2^2}$

«مسئله‌های کوتاه»

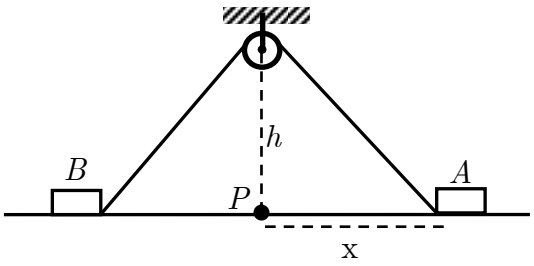
۱- گلوله‌ی کوچکی را از ارتفاع h بالای سطح زمین در راستای قائم رو به بالا پرتاب می‌کنیم. گلوله پس از T ثانیه به زمین اصابت می‌کند. طول مسیری که گلوله در ۱/۵ ثانیه‌ی آخر حرکتش پیموده است. معادل نصف کل طول مسیری است که گلوله پس از پرتاب پیموده است. ارتفاع محل پرتاب از سطح زمین چند متر باشد تا زمان کل حرکت گلوله، T بیشینه باشد؟

۲- فنری به جرم ناچیز و ضریب سختی $k = ۱N/cm$ از سقف آویزان است. گلوله کوچکی به جرم $m = ۳۰\,g$ به سمت بالا پرتاب شده و در لحظه $t = ۰$ با سرعت $u_۰ = ۰/۳m/s$ به انتهای پایینی فنر برخورد می‌کند و آن را فشرده می‌سازد. زمان جدا شدن گلوله از فنر برحسب میلی‌ثانیه چیست؟

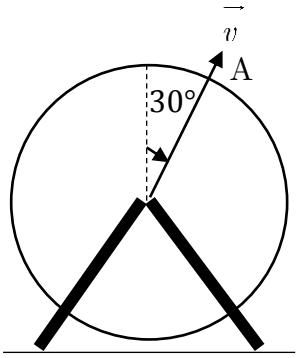


۳- دو صندوق A و B مطابق شکل با طنابی که از روی قرقره‌ی کوچکی گذشته است به هم بسته شده‌اند طول طناب $۱۳/۵m$ است و ارتفاع بالاترین نقطه‌ی قرقره از سطح زمین $h = ۴m$ است.

در یک لحظه‌ی معین صندوق A با سرعت افقی $۰/۲۵m/s$ به سمت راست حرکت می‌کند و نخ کاملاً کشیده شده است. در این لحظه فاصله‌ی افقی صندوق A از نقطه‌ی P واقع در زیر قرقره $x = ۳m$ است. قرقره و صندوق‌ها همواره در یک صفحه‌ی قائم قرار دارند. سرعت نزدیک شدن صندوق B به نقطه‌ی P در لحظه‌ی مورد نظر چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟

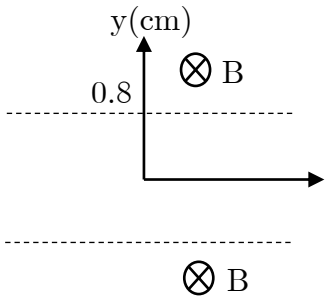


۴- چرخ فلکی به شعاع m ۴ در یک صفحه‌ی قائم به صورت ساعتگرد می‌چرخد. کودکی در نقطه‌ی A از مسیر چرخ فلک سنگی را به بیرون پرتاب می‌کند. راستای پرتاب سنگ از نظر کودک شعاعی است و اندازه‌ی سرعت آن $v_۰$ است. اما ناظر روی زمین راستای آن را افقی می‌بیند. سنگ پس از برخورد به زمین تا زیر نقطه‌ی پرتاب $۲۰\,m$ فاصله دارد. $v_۰^۲$ برحسب $m^۲/s^۲$ چقدر است؟ پایین‌ترین نقطه‌ی چرخ‌فلک تقریباً نزدیک سطح زمین است. $\sqrt{۳} = ۱/۷۳۲$



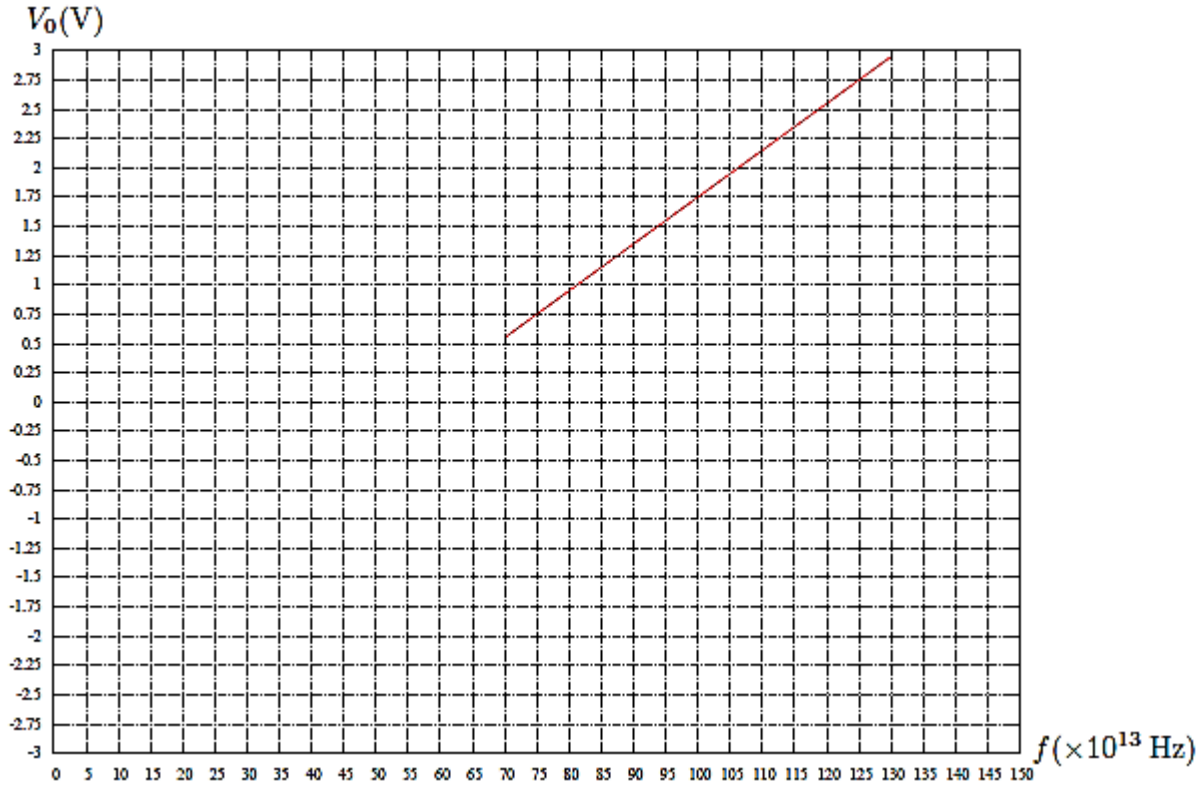
۵- مطابق شکل بین دو صفحه‌ی فلزی تخت توری مانند موازی به فاصله‌ی $۱/۶cm$ از یکدیگر اختلاف پتانسیل $۱۴۵mV$ برقرار است. در شکل مقطع صفحات فلزی با خطوط $y = ۰/۸cm$ و $y = ۰/۸cm$ نشان داده شده است. بیرون صفحات میدان مغناطیسی ثابت $۲\times۱۰^{-۴}T$ عمود بر صفحه‌ی شکل وجود دارد.

الکترونی به جرم $۹/۱\times۱۰^{-۳۱}kg$ و بار $۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C$ از حال سکون در مبدأ مختصات رها می‌شود و پس از عبور از یکی از توری‌ها و حرکت در میدان مغناطیسی دوباره به ناحیه‌ی بین دو صفحه باز می‌گردد. چه مدت زمان برحسب $۱۰^{-۸}s$ طول می‌کشد تا الکترون در مسیرش محور x را برای اولین‌بار قطع کند؟ فرض کنید به جز نیروهای الکتریکی و مغناطیسی نیروی دیگری وجود ندارد.

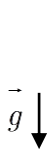


www.iranpho.ir
www.MAAKH.ir

۶- ماخ شکل زیر نمودار ولتاژ متوقف کننده برحسب بسامد نور تابشی برای اثر فوتوالکتریک در فلز سدیم است. فرض کنید یک باریکه به شدت $۱۵۰ W / m^۲$ را به فلز سدیم می‌تابانیم. اگر الکترون در سطحی محدود باشد که شعاع آن برابر شعاع اتم سدیم یعنی $۱ / ۰ nm$ باشد به لحاظ کلاسیکی چه مدت طول می‌کشد تا انرژی لازم برای آزاد کردن یک الکترون براثر تابش به سطح بتابد؟ این زمان را برحسب میلی ثانیه حساب کنید. (لازم به ذکر است که پیش‌بینی نظریه کلاسیک را در این مورد درست نیست و در عمل برای کنده شده فوتوالکترون‌ها زمانی کمتر از $۱ \times ۱۰^{-۹} s$ لازم است) بار الکتریکی الکترون $۱ / ۶ \times ۱۰^{-۱۹} C$ است.



۷- ماخ در ابتدای قرن بیستم آزمایش قطره‌ی روغن میلیکان برای توضیح کوانتومی بودن بار الکتریکی انجام شد. در این آزمایش بین دو صفحه‌ای فلزی تخت موازی یک میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E}$ که قابل قطع و وصل کردن است برقرار است. از روزنه‌ی A در صفحه‌ی بالایی قطره‌های ریز روغن به وسیله‌ی یک پودر افشان بین دو صفحه پاشیده می‌شوند. قطره‌های روغن به سبب مالش با لوله‌ی پودر افشان دارای بار الکتریکی منفی می‌شوند. اندازه‌ی نیروی مقاومت هوا در برابر حرکت قطره $f = ۶\pi r / ru$ است که r شعاع قطره و u اندازه‌ی سرعت آن است. η ضریب گرانروی هوا نام دارد. و مقدار آن $\eta = ۱ / ۸ \times ۱۰^{-۵} N\,s / m^۲$ است.



فرض کنید یکی از قطره‌های روغن در غیاب میدان الکتریکی مسافت $۱۶ mm$ را در مدت $۱۶ s$ با سرعت یکنواخت سقوط می‌کند. همین قطره در حضور میدان الکتریکی یکنواخت $۱ / ۴ \times ۱۰^{۶} N / C$ معلق می‌شود. بار الکتریکی این قطره چند برابر بار الکتریکی الکترون است؟ چگالی روغن $۸۰ / ۰ g / cm^۳$ است و بار الکتریکی الکترون $۱ / ۶ \times ۱۰^{-۱۹} C$ است.

«پاسخ‌نامه تشریحی»

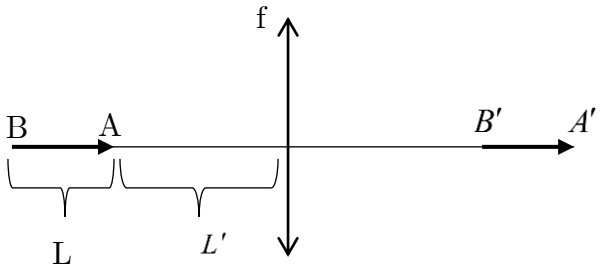
۱- گزینه‌ی [د] صحیح است.

$$\frac{۱}{p}+\frac{۱}{q}=\frac{۱}{f}\rightarrow q=\frac{fp}{p-f}$$

$$P_A=L'\rightarrow q_A=\frac{fL'}{L'-f}$$

$$P_B=L+L'\rightarrow q_B=\frac{f(L+L')}{L+L'-f}$$

$$q_A-q_B=L\Rightarrow f=\frac{L'(L+L')}{L+۲L'}$$



۲- گزینه‌ی [ج] صحیح است.

در هر برخورد، پرتو نور به اندازه ۳۲ نسبت به مسیر قبلی خود منحرف می‌شود.

برای اینکه پرتو نور دیگر به نیم استوانه برخورد نکند، پرتو نور باید به صورت افقی یا بالاتر از افق خارج شود. توجه کنید که زاویه تابش و بازتابش همواره $V\varepsilon^{\circ}$ می‌ماند. (چرا؟)

ورودی

انحراف کامل $\geq ۱۸۰+۱۶$

$$\rightarrow n=[\frac{۱۸۰+۱۶}{۳۲}]\Rightarrow n=۳۲^{\circ}$$

۳- گزینه‌ی [الف] صحیح است.

$$q=KC\varepsilon\quad,\ q'=C\varepsilon=\frac{q}{k}$$

$$U_۱=\frac{۱}{۲}\frac{q^۲}{kc}\quad,U_۱'=\frac{۱}{۲}\frac{q^۲}{C}\rightarrow w=U_۱'-U_۱=\frac{۱}{۲}\frac{q^۲}{C}(۱-\frac{۱}{k})$$

$$U_۲=\frac{۱}{۲}\frac{q'^۲}{C}\ ,\ U_۳=\varepsilon(q-q')\rightarrow U_۱'-U_۲-U_۳=\frac{۱}{۲}\frac{q^۲}{C}(۱-\frac{۱}{k})^۲$$

$$\frac{Q}{W}=۱-\frac{۱}{k}=\frac{k-۱}{k}$$

۴- گزینه‌ی [الف] صحیح است.

اگر A گرم شود، مایع از B به A جریان می‌یابد. فشار عمق h برابر با pgh است. وقتی آب در مخزن A منبسط شود، ارتفاع h افزایش و چگالی ρ کاهش می‌یابد.

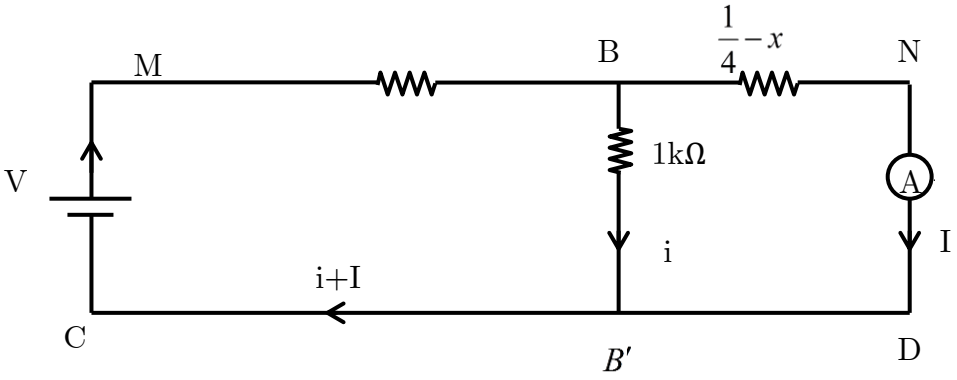
مقدار ρ متناسب با $\frac{۱}{A}$ است که A سطح مقطع ذوزنقه و $A=\bar{W}h$ که $\bar{W}$ عرض متوسط ظرف است. پس:

$P=\rho gh\times\frac{h}{A}=\frac{۱}{W}$ از آنجایی که $\bar{W}$ با افزایش h افزایش می‌یابد. فشار در مخزن A کاهش یافته و در نتیجه مایع از B

به A جریان می‌یابد. اگر B گرم شود، مایع بازهم از B به A جریان می‌یابد. در این حالت $\bar{W}$ با افزایش ارتفاع کاهش می‌یابد. (ظرف B) بنابراین فشار B افزایش می‌یابد. و جریان از B به A جریان خواهد داشت.

۵- ماخ گزینه‌ی [الف] صحیح است.

مقاومت نصف سیم برابر $\frac{۱}{۲}k\Omega$ است. x مقدار انحراف سیم BB' به سمت راست است.



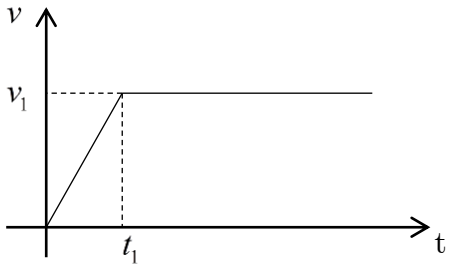
$$V=(I+i)(\frac{۱}{۲}+x)+i$$

$$۰=I(\frac{۱}{۲}-x)-i$$

$$\Rightarrow I=\frac{V}{\frac{۵}{۴}-x^{۲}}$$

$$\Rightarrow I_{\min}=\frac{V}{\frac{۵}{۴}}\Rightarrow \frac{V}{I_{\min}}=\frac{۵}{۴}K\Omega$$

۶- ماخ گزینه‌ی [د] صحیح است.



نیروی مقاومت هوا: f نیروی موتور F

$$۰\le t\le t_۱ \ : F-f=ma\Rightarrow F=m\frac{v_۱}{t_۱}+k\frac{v_۱}{t_۱}t$$

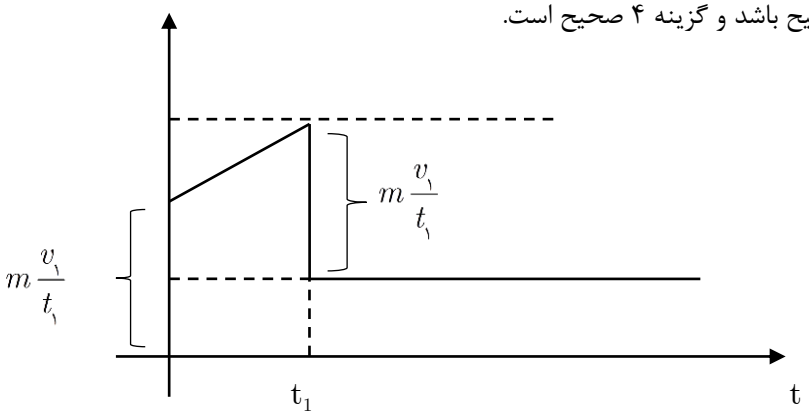
$$t_۱\le t:\ F-f=۰\Rightarrow F=kv_۱$$

مقدار کاهش نیرو در زمان $t=t_۱$ با مقدار نیرو در زمان صفر یکسان است.

$$t=۰\ \rightarrow F=m\frac{v_۱}{t_۱}$$

$$t=t_۱\rightarrow \Delta F=m\frac{v_۱}{t_۱}+kv_۱-kv_۱=m\frac{v_۱}{t_۱}$$

بنابراین گزینه ۲ نمی‌تواند صحیح باشد و گزینه ۴ صحیح است.



www.iranpho.ir
www.MAAKH.ir

۷- ماخ گزینه‌ی [ج] صحیح است.

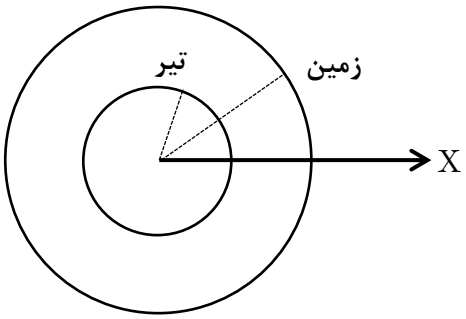
میدان مغناطیسی ناشی از یک جریان دایره‌ای در مرکز دایره: $B = \frac{\mu_{\circ} I}{۲R}$

جریان الکتریکی I شعاع دایره: R $k = \frac{۱}{۴\pi\varepsilon_{\circ}}$

$$k\frac{e^۲}{R^۲} = mR\omega^۲ = mR(\frac{۲\pi}{T})^۲ \rightarrow T = \frac{۲\pi}{e}\sqrt{\frac{mR^۳}{k}}$$

$$I = \frac{e}{T} = \frac{e^۲}{۲\pi}\sqrt{\frac{K}{mR^۳}} \;,\; B = \frac{\mu_{\circ} I}{۲R} \Rightarrow B = \frac{\mu_{\circ} e^۲}{۴\pi}\sqrt{\frac{K}{mR^۵}} = ۱۵T$$

۸- ماخ گزینه‌ی [د] صحیح است.



$$\theta_E = \omega_E t = \frac{۲\pi}{T_E}t = \frac{۲\pi}{۳۶۰}t$$

$$\theta_V = \omega_v t = \frac{۲\pi}{T_V}t = \frac{۲\pi}{۹۰}t$$

در روابط بالا فرض شده است هر دو سیاره از روی محور xها شروع به حرکت می‌کنند.

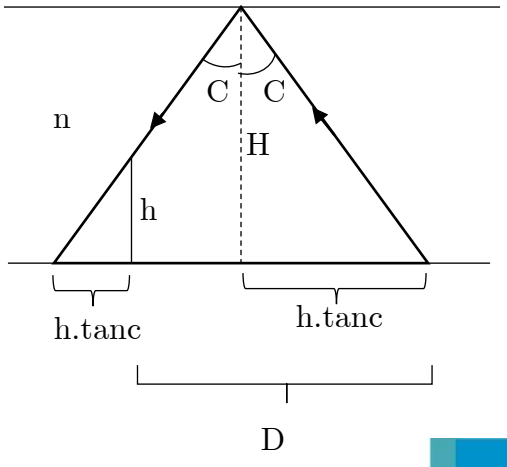
مقارنه نزدیک $\left|\theta_E - \theta_V\right| = ۲K\pi \;,\; K = ۰,۱,.....$

$$\Rightarrow \not{۲}\not{\pi}t(\frac{۱}{۹۰} - \frac{۱}{۳۶۰}) = \not{K}\not{\pi} \Rightarrow t = ۱۲۰k \rightarrow t = ۰,۱۲۰,۲۴۰ :$$

$$\left|\theta_E - \theta_V\right| = (۲k+۱)\pi \;,\; k = ۰,۱,.....$$

$$\Rightarrow ۲\not{\pi}t(\frac{۱}{۹۰} - \frac{۱}{۳۶۰}) = (۲K+۱)\not{\pi} \Rightarrow t = ۶۰(۲k+۱) \rightarrow t = ۶۰,۱۸۰,۳۳۰ :$$ سیاره

۹- ماخ گزینه‌ی [ب] صحیح است.



$$\sin = \frac{۱}{n} \rightarrow \cos C = \sqrt{۱ - \frac{۱}{n^۲}} \Rightarrow \tan C = \frac{۱}{\sqrt{n^۲ - ۱}}$$

$$D = ۲H.\tan C - h.\tan C = (۲H - h)\tan C$$

$$\Rightarrow D = \frac{۲H - h}{\sqrt{n^۲ - ۱}}$$

www.iranpho.ir
www.MAAKH.ir

۱۰- ماخ گزینه‌ی [الف] صحیح است.

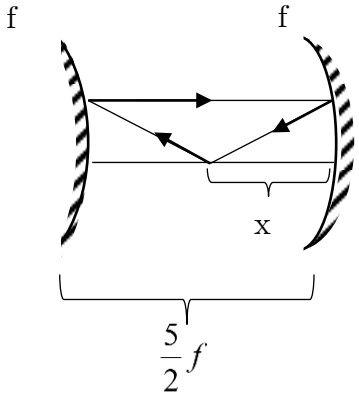
فاصله اولیه افقی دو جسم یکسان است. به جسم ۱ نیروی افقی T وارد می‌شود و به جسم ۲ نیروی افقی $T\cos\theta$ (θ زاویه بین امتداد نخ و افق) وارد می‌شود. با توجه به اینکه جرم دو جسم یکسان است. پس شتاب افقی جسم ۱ بیشتر از شتاب افقی جسم ۲ است. پس جسم ۱ زودتر می‌رسد.

۱۱- ماخ گزینه‌ی [ب] صحیح است.

$$\frac{۱}{\frac{۵}{۲}f-x}=\frac{۱}{q_۱}=\frac{-۱}{f}\rightarrow q_۱=\frac{f(\frac{۵}{۲}f-x)}{\frac{۷}{۲}f-x}$$

تصویر اول در آینه محدب در فاصله $q_۱$ از آینه محدب تشکیل می‌شود.

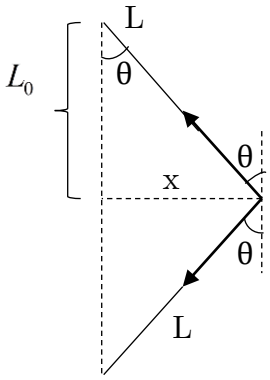
این تصویر، نقش جسم مجازی برای آینه مقعر را دارد که تصویر آن در فاصله X تشکیل می‌شود:



$$\frac{۱}{q_۱+\frac{۵}{۲}f}+\frac{۱}{x}=\frac{۱}{f}\Rightarrow\frac{۳/۵f-x}{۱۱/۲۵f^۲-۳/۵fx}=\frac{x-f}{fx}$$

$$\Rightarrow ۲/۵x^۲-۱۱/۲۵fx+۱۱/۲۵f^۲=۰\rightarrow ۱/۵f$$

۱۲- ماخ گزینه‌ی [ج] صحیح است.



$$F=۲k(L-L_۰)\sin\theta \qquad ,\ \sin\theta=\frac{x}{L}$$

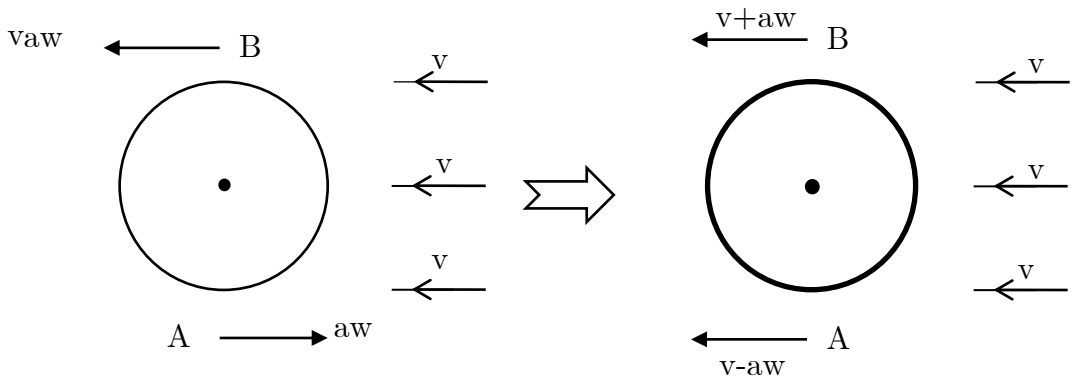
$$\Rightarrow F=۲kx(۱-\frac{L_۰}{L})\ \ (I)$$

$$L^۲=L_۰^۲+x^۲\rightarrow L=L_۰[۱+\frac{x^۲}{L_۰^۲}]^{\frac{۱}{۲}}\simeq L_۰[۱+\frac{x^۲}{۲L_۰^۲}]$$

$$\Rightarrow F=k\frac{x^۳}{L_۰^۳}\Rightarrow\frac{L_۰}{L}=[۱+\frac{x^۲}{۲L_۰^۲}]^{-۱}\simeq ۱-\frac{x^۲}{۲L_۰^۲}\ \ (II)$$

۱۳- ماخ گزینه‌ی [د] صحیح است.

به علت چرخش توپ، هوای اطراف آن نیز به همراه توپ با سرعت خطی aw در حال چرخش است.

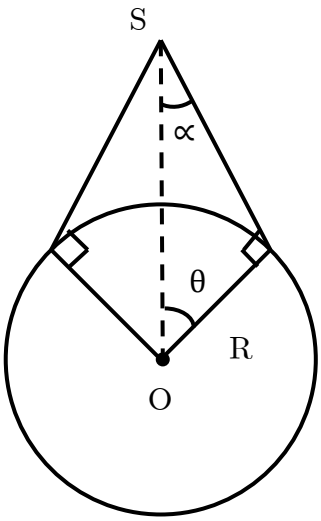


$$P_{\circ}+\frac{۱}{۲}\rho V^{۲}=P_A+\frac{۱}{۲}\rho(v-aw)^{۲}$$

$$P_{\circ}+\frac{۱}{۲}\rho v^{۲}=P_B+\frac{۱}{۲}\rho(V+aw)^{۲}$$

$$\Rightarrow \frac{P_A}{P_B}=\frac{۲P_{\circ}+\rho_{aw}(۲V-aw)}{۲P_{\circ}-\rho aw(۲v+aw)}$$

۱۴- ماخ گزینه‌ی [ج] صحیح است.



$$g_{\circ}=\frac{GM}{R^{۲}}\ ,\ \frac{Gm^{M}}{r^{۲}}=mrw^{۲}=mr(\frac{۲\pi}{T})^{۲}$$

$$\Rightarrow g_{\circ}R^{۲}=r^{۳}(\frac{۲\pi}{T})^{۲}\Rightarrow r=\left[\frac{g_{\circ}R^{۲}T^{۲}}{۴\pi^{۲}}\right]^{\frac{۱}{۳}}$$

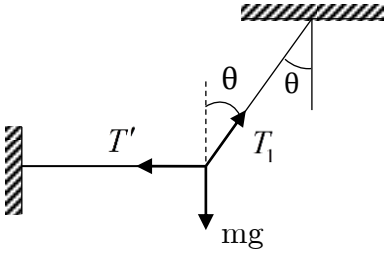
$g_{\circ}$: شتاب گرانشی در سطح زمین R: شعاع زمین T: دوره تناوب چرخش زمین به دور خود

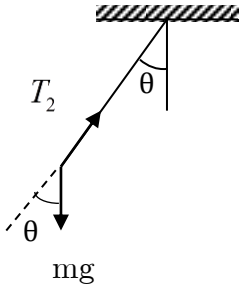
$$\Rightarrow r\simeq ۴۲'۰۰۰km \qquad \alpha+\theta=\frac{\pi}{۲}\Rightarrow \cos\theta=\sin\alpha=\frac{R}{T}$$

$$\eta=\frac{۲\pi R^{۲}(۱-\cos\theta)}{۴\pi R^{۲}}\times ۱۰۰=\frac{۱-\cos\theta}{۲}\times ۱۰۰=۵۰\times(۱-\sin\alpha)=۵۰\times(۱-\frac{R}{r})$$

$$\Rightarrow \eta=۵۰\times(۱-\frac{۶۴۰۰}{۴۲۰۰۰})\Rightarrow \eta=۴۲\%$$

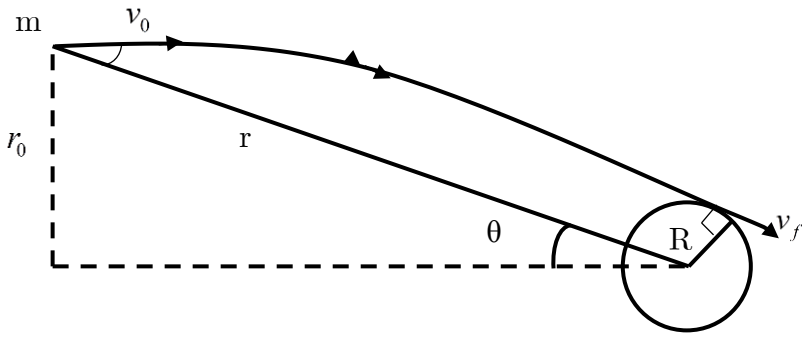
۱۵- گزینه‌ی [ج] صحیح است.





$$\left.\begin{aligned} T_1\cos\theta = mg \Rightarrow T_1 = \frac{mg}{\cos\theta} \\ T_2 = mg\cos\theta \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \cos^2\theta$$

۱۶- گزینه‌ی [ب] صحیح است

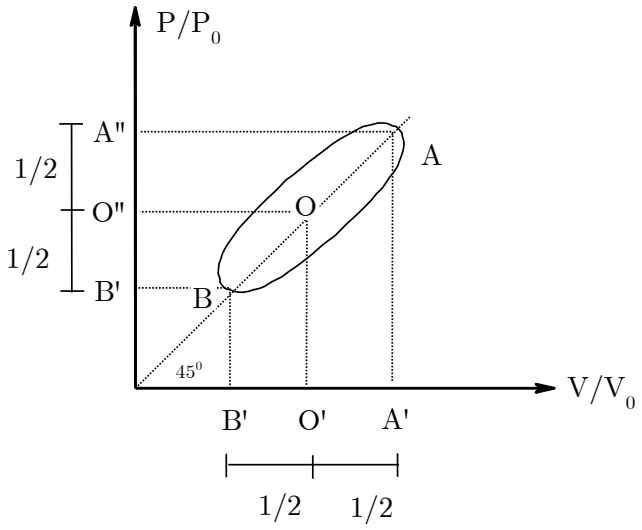


$$\left.\begin{aligned} mv_0 r\sin\theta = mRv_f \\ r\sin\theta = r_0 \end{aligned}\right\} rv_0 = Rv_f$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - 0 = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{GmM}{R} \Rightarrow v_0^2 + \frac{2GM}{R} = v_f^2$$

$$v_0^2 + \frac{2GM}{R} = (\frac{r_0}{R}V_0)^2 \Rightarrow r_0 = R[1 + \frac{2GM}{Rv_0^2}]^{\frac{1}{2}}$$

۱۷- گزینه‌ی [د] صحیح است.



$$O:\begin{bmatrix}۱\\۱\end{bmatrix}\ ,\ AB=\sqrt{۲}\Rightarrow AO=BO=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$A'O'=B'O'=A"O"=B"O"=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}=\frac{۱}{۲}$$

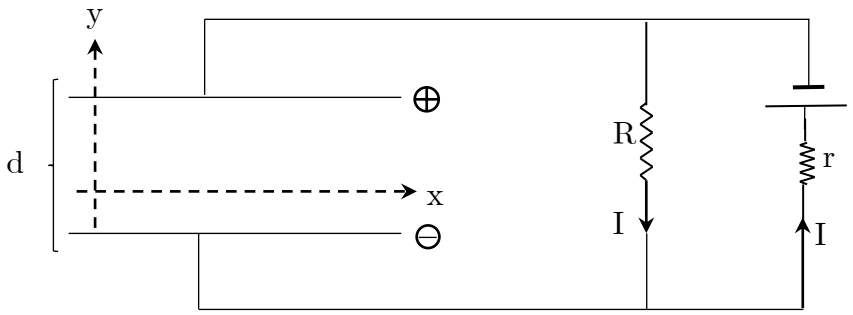
$$\Rightarrow A'=A"=\frac{۳}{۲}\quad ,\ B'=B"=\frac{۱}{۲}$$

$$\eta=۱-\frac{T_c}{T_H}=۱-\frac{T_B}{T_A}=۱-\frac{P_BV_B}{P_AV_A}=۱-\frac{B'.B"}{A'.A"}=۱-\frac{(\frac{۱}{۲})^۲}{(\frac{۳}{۲})^۲}=۱-\frac{۱}{۹}$$

$$\Rightarrow \eta\simeq ۰/۸۹$$

۱۸- ماخ گزینه‌ی [د] صحیح است.

چون خازن پرشده است، پس اختلاف پتانسیل دو سرآن با اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R یکسان است.



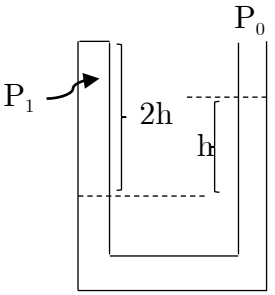
$$\left.\begin{aligned}I=\frac{\varepsilon}{r+R}\Rightarrow V=RI\\V=E_yd\end{aligned}\right\}\Rightarrow E_y=\frac{R\varepsilon}{d(r+R)}$$ میدان الکتریکی:

$$\left.\begin{aligned}E_x=۰\Rightarrow F_x=۰\Rightarrow a_x=۰\Rightarrow v_x=v_۰\ ,x=v_۰t\\E_y\neq ۰\Rightarrow E_y=eE_y=ma_y\Rightarrow a_y=\frac{eR\varepsilon}{md(r+R)},v_y=a_yt\end{aligned}\right\}\Rightarrow v_y=\frac{a_y}{v_۰}x$$

$$x=L\Rightarrow V_y=\frac{eR\varepsilon L}{mdv_۰(r+R)}$$

$$\tan\theta=\frac{v_y}{v_x}\Rightarrow\tan\theta=\frac{e\varepsilon LR}{mv_۰^۲d(r+R)}$$

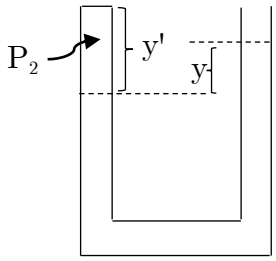
۱۹- گزینه‌ی [ج] صحیح است.



$$P_1 = P_0 + \rho_g h = 2 f_g h$$

$$P_2 = P_0 + \rho \frac{3}{2} g y = \rho_g (h + \frac{3}{2} y)$$

$$P_1 2h = P_2 . y' \; y' = 2h - (\frac{h-y}{2}) = \frac{3h+y}{2}$$

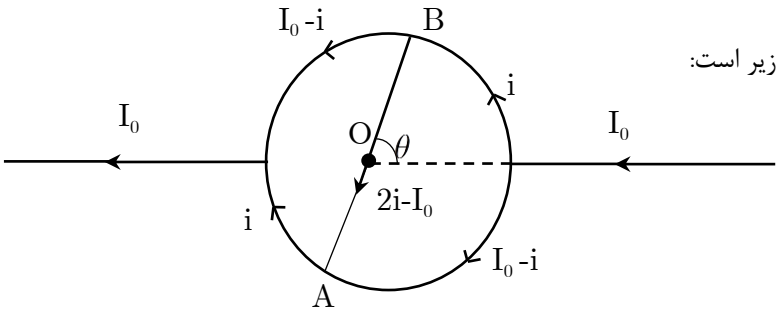


$$\Rightarrow 2\rho_g h . 2h = \rho_g (h + \frac{3}{2} y)(\frac{3h+y}{2}) \rightarrow 3y^2 + 11hy - 10h^2 = 0$$

$$\Rightarrow y = h(\frac{\sqrt{241} - 11}{6}) \simeq 0/76h$$

۲۰- گزینه‌ی [د] صحیح است.

با توجه به تقارن شکل طول نقطه O جریان به شکل زیر است:



$$ir\theta + (I_0 - i) r(\pi - \theta) = 2ir\theta + 2(2i - I_0) r$$

$$\Rightarrow i = \frac{\pi - \theta + 2}{\pi + 4} I_0$$

$$I_{AB} = 2i - I_0 \Rightarrow I_{AB} = \frac{\pi - 2\theta}{\pi + 4} I_0$$

۲۱- گزینه‌ی [ج] صحیح است.

شدت × سطح = توان. توان خورشید روی سطح کره منتشر می‌شود. همچنین سطح مؤثر زمین برابر با سطح مقطع دایره‌ای آن است. (چرا؟)

$$F = \frac{I}{C} \pi R_e^2 = (\frac{P}{4\pi D^2}) \frac{\pi R_e^2}{C} = \frac{P}{4C} (\frac{\mathrm{Re}}{D})^2$$

$$\Rightarrow F = \frac{3/9 \times 10^6}{4 \times 3 \times 10^8} (\frac{6/4 \times 10^6}{1/5 \times 10^{11}})^2 \Rightarrow F \simeq 6 \times 10^{-8} N$$

۲۲- گزینه‌ی [الف] صحیح است.

$$\rho_{۲S}=\frac{ms}{V_{۲S}}=\frac{m_s}{V_{۱s}(۱+\beta_S\Delta T)}=\rho_{۱S}(۱-\beta_s\Delta T)$$

$$\rho_{۲W}=\frac{m_W}{V_{۲W}}=\frac{m_W}{V_{۱W}(۱+\beta_W\Delta T)}=\rho_{۱W}(۱-\beta_w\Delta T)$$

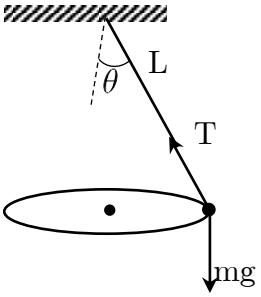
قانون ارشیمدس:

$$\rho_w gV=\rho_S gV_s\Rightarrow\frac{V}{V_s}=\frac{\rho_s}{\rho_W}=\frac{\rho_{۱S}}{\rho_{۱w}}(\frac{۱-\beta_s\Delta T}{۱-\beta_w\Delta T})=\frac{\rho_{۱s}}{\rho_{۱w}}[۱+(\beta_w-\beta_s)\Delta T]$$

$$(\frac{V}{V_s})_۲=(\frac{V}{V_S})_۱[۱+(\beta_w-\beta_s)\Delta T]\Rightarrow\frac{(\frac{v}{v_s})_۲-(\frac{v}{v_s})_۱}{(\frac{v}{v_s})_۱}=(\beta_w-\beta_s)\Delta T$$

درصد تغییر ارتفاع $=(\beta_w-\beta_s)\Delta T\times ۱۰۰\simeq ۰/۳۹\%$

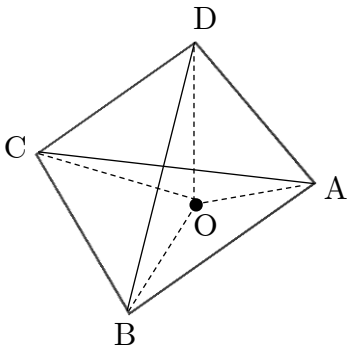
۲۳- گزینه‌ی [ج] صحیح است.



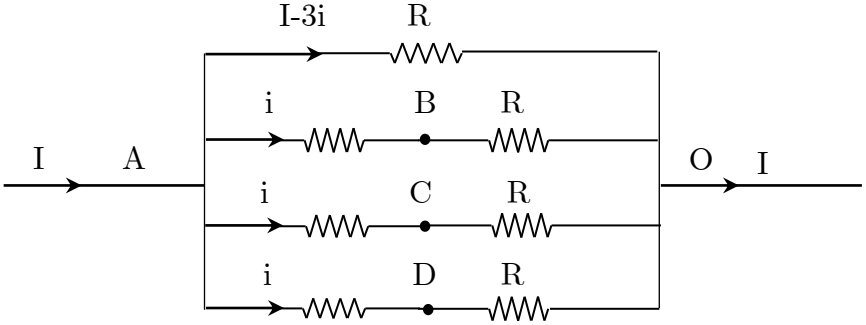
$$\left.\begin{array}{l} r=L\sin\theta \\ T\sin\theta=m\frac{v^۲}{r} \\ T\cos\theta=mg \end{array}\right\}\begin{array}{l} v^۲=Lg\sin\theta.\tan\theta \\ k=\frac{۱}{۲}mv^۲=\frac{۱}{۲}mLg.\sin\theta.\tan\theta \end{array}$$

$$\Rightarrow k=\frac{۱}{۲}\times ۲۰\times ۱۰^{-۳}\times ۵۰\times ۱۰^{-۲}\times ۱۰\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}\Rightarrow K=۷۵mj$$

۲۴- گزینه‌ی [الف] صحیح است.



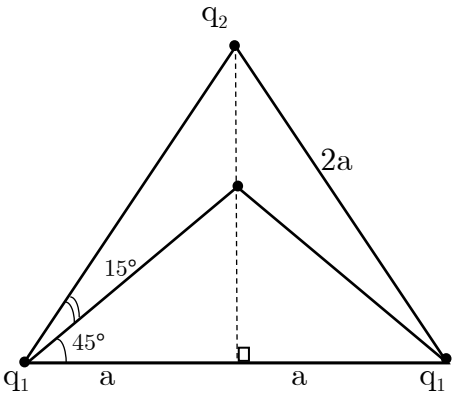
با توجه به تقارن شکل حول محور AO رئوس B و C و D هم پتانسیل هستند.
و جریان از اضلاع BCو CD و BD عبور نمی‌کند. و جریان عبوری از AB و AC و AD یکسان است.



$$R(I-۳i)=۳Ri\Rightarrow i=\frac{I}{۶}$$

$$\left.\begin{array}{l} V=R_eI \\ V=۳Ri \\ i=\frac{I}{۶} \end{array}\right\}\Rightarrow R_e=\frac{R}{۲}$$

۲۵- گزینه‌ی [ج] صحیح است.



$$\frac{q_1}{(a\sqrt{2})^2}\sqrt{2}=\frac{q_2}{(2a\frac{\sqrt{3}}{2}-a)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{q_2}{q_1}=\frac{\sqrt{2}}{2}(\sqrt{3}-1)^2 \Rightarrow \frac{q_2}{q_1}=\sqrt{2}(2-\sqrt{3})$$

۲۶- گزینه‌ی [ب] صحیح است.

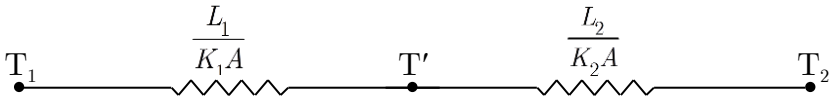
$$g=\frac{GM}{(R+h)^2}=\frac{GM}{R^2}\frac{1}{(1+\frac{h}{R})^2}=g_0(1+\frac{h}{R})^{-2}\simeq g_0(1-\frac{2h}{R})$$

$$\Rightarrow \frac{g}{g_0}\simeq 1-\frac{2h}{R}\Rightarrow \left|\frac{g-g_0}{g}\right|=\frac{2h}{R}\Rightarrow \text{درصد تفاوت}=\frac{2\times 39}{6400}\times 100\simeq 1/2\%$$

۲۷- گزینه‌ی [ب] صحیح است.

$$\left.\begin{aligned} D&=v\cos\theta.T\\ T&=\frac{2\pi R}{V\sin\theta}\end{aligned}\right\}\Rightarrow \frac{D}{R}=2\pi.\cot\theta=2\pi\sqrt{3}$$

۲۸- گزینه‌ی [د] صحیح است.



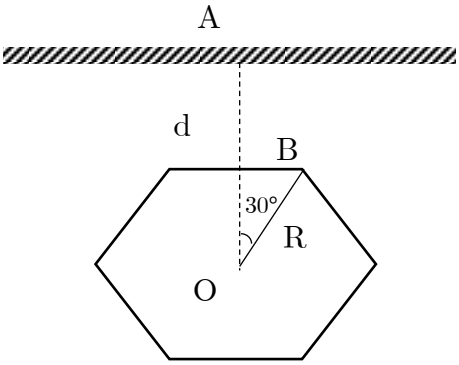
با استفاده از روش مقاومت گرمایی :

$$\frac{T'-T_2}{\frac{L_2}{k_2A}}=\frac{T_1-T_2}{\frac{L_1}{K_1A}+\frac{L_2}{k_2A}}\Rightarrow T'=\frac{L_1K_2T_2+L_2K_1T_1}{L_1K_2+L_2K_1}$$

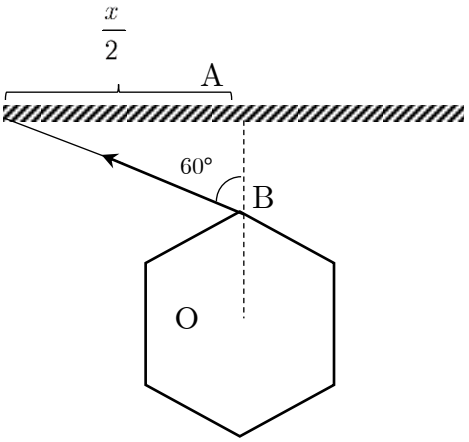
با تغییر جای T_1 و T_2 مقدار T'' به دست می‌آید:

$$T''=\frac{L_1k_2T_1+L_2K_1T_2}{L_1K_2+L_2K_1}\Rightarrow \frac{T''}{T'}=\frac{L_1k_2T_1+L_2K_1T_2}{L_1K_2T_2+L_2K_1T_1}$$

۲۹- گزینه [هـ] صحیح است.



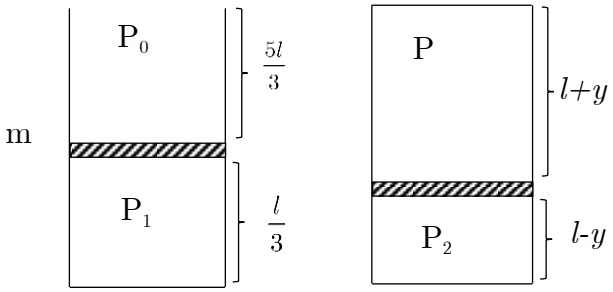
$$oA = d + \frac{\sqrt{۳}}{۲}R$$



$$AB = AO - OB = d + \frac{\sqrt{۳}}{۲}R - R$$

$$\frac{x}{۲} = AB.\tan ۶۰^\circ \Rightarrow x = ۲\sqrt{۳}(d-R) + ۳R$$

۳۰- گزینه‌ی [ب] صحیح است.

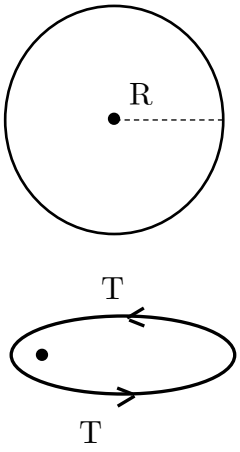


$$\left.\begin{aligned} P_۱ &= P_۰ + \frac{mg}{A} \\ P_۱\frac{l}{۳} &= P_۰ l \end{aligned}\right\} \rightarrow \frac{mg}{A} = ۲P_۰$$

$$\left.\begin{aligned} P + \frac{mg}{A} &= P_۲ \\ P_۲(l-y) &= P_۰ l \\ P(l+y) &= P_۰ l \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{P_۰ l}{L+y} + ۲P_۰ = \frac{P_۰ l}{L-y} \rightarrow \frac{۱}{l-y} - \frac{۱}{l+y} = \frac{۲}{l}$$

$$\Rightarrow y^۲ + l_y - l^۲ = ۰ \Rightarrow y = \frac{\sqrt{۵}-۱}{۲}l$$

۳۱- گزینه‌ی [ب] صحیح است.



$$T_e^۲ = \frac{۴\pi^۲}{GM}R^۳ \qquad T_e = ۳۶۵ \text{ روز}$$

$$(۲T)^۲ = \frac{۴\pi^۲}{GM}(\frac{R}{۲})^۳ \Rightarrow T^۲ = \frac{۱}{۳۲}Te^۲$$

$$\Rightarrow T = \frac{T_e}{۴\sqrt{۲}} = \frac{۳۶۵}{۴\sqrt{۲}} \Rightarrow T \simeq ۶۵ \text{ روز}$$

www.iranpho.ir
www.MAAKH.ir

۳۲- ماخ گزینه‌ی [ب] صحیح است.

با توجه به اینکه در حالت $n=۱$ همه lها برابر صفر است و برای رخ دادن گذار $\Delta l=\pm ۱$ باشد لذا حالت‌های $l=۰$ از $n=۲$ حذف می‌شوند:

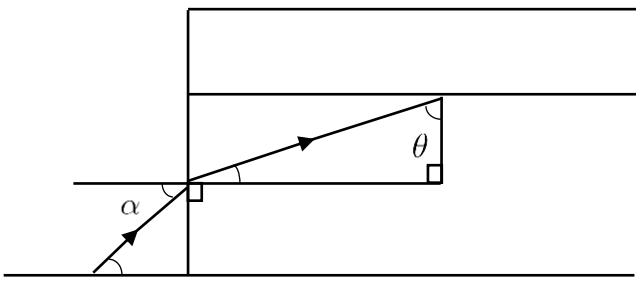
$$\Delta m = ۰,\pm ۱$$
$$m_۲ - m_۱ = ۰,\pm ۱$$
$$m_۲ - \frac{۱}{۲} = ۰,\pm ۱ \rightarrow m_۲ = -\frac{۱}{۲},\frac{۱}{۲},\frac{۳}{۲}$$ ۵ حالت:
$$m_۲ + \frac{۱}{۲} = ۰,\pm ۱ \rightarrow m_۲ = \frac{-۳}{۲},\frac{-۱}{۲},\frac{۱}{۲}$$ ۵ حالت:

$$n-۲\begin{array}{|cc|}\hline m & l \\ \frac{۳}{۲} & ۱ \\ \frac{۱}{۲} & ۱ \\ -\frac{۱}{۲} & ۱ \\ -\frac{۳}{۲} & ۱ \\ -\frac{۱}{۲} & ۱ \\ \hline\end{array}$$

۱۰ حالت

$$n=۱\begin{array}{|cc|}\hline \frac{۱}{۲} & ۰ \\ -\frac{۱}{۲} & ۰ \\ \hline\end{array}$$

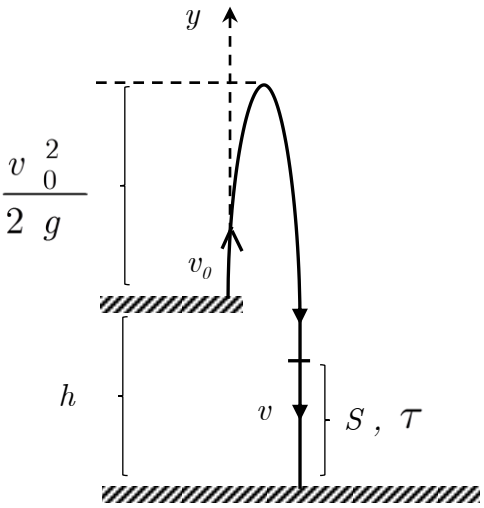
۳۳- ماخ گزینه‌ی [الف] صحیح است.



$$\sin\alpha = n_۱ \sin(\frac{\pi}{۲}-\theta) \rightarrow \cos\theta = \frac{\sin\alpha}{n_۱}$$
$$\sin C = \frac{n_۲}{n_۱} \rightarrow \cos C = \frac{\sqrt{n_۱^۲ - n_۲^۲}}{n_۱}$$
$$\theta \geq C \rightarrow \cos\theta \leq \cos C$$
$$\Rightarrow \frac{\sin\alpha}{n_۱} \leq \frac{\sqrt{n_۱^۲ - n_۲^۲}}{n_۱} \Rightarrow \sin\alpha \leq \sqrt{n_۱^۲ - n_۲^۲}$$

«سؤالات پاسخ کوتاه»

۱- پاسخ $h = ۹۰m$ صحیح است.



$$-h = -\frac{۱}{۲}gT^۲ + v_۰T$$

مسافت کل $L = h + ۲\times\frac{v_۰^۲}{۲g} = \frac{v_۰^۲}{g} - v_۰T + \frac{۱}{۲}gT^۲$

$$\left.\begin{array}{l} v = -v_۰ + g(T-\tau) \\ S = vT + \frac{۱}{۲}g\tau^۲ \end{array}\right\} \Rightarrow S = -\frac{۱}{۲}g\tau^۲ + gT\tau - v_۰\tau$$

$$L = ۲S \Rightarrow \frac{V_۰^۲}{g} - v_۰T + \frac{۱}{۲}gT^۲ = -g\tau^۲ + ۲gT\tau - ۲v_۰\tau$$

$$\Rightarrow \frac{g}{۲}T^۲ - (v_۰ + ۲g\tau)T + (\frac{v_۰^۲}{g} + g\tau^۲ + ۲v_۰\tau) = ۰$$

$$\Delta = ۲g^۲\tau^۲ - v_۰^۲ \quad , T = \frac{(v_۰ + ۲g\tau) \pm \sqrt{۲g^۲\tau^۲ - v_۰^۲}}{g} = (۲\tau + \frac{v_۰}{g}) \pm \sqrt{۲\tau^۲ - \frac{v_۰^۲}{g^۲}}$$

$$\frac{dT}{dv_۰} = \frac{۱}{g} \pm (\frac{۱}{۲}\frac{-۲\frac{v_۰}{g^۲}}{\sqrt{۲\tau^۲ - \frac{v_۰^۲}{g^۲}}}) = ۰ \Rightarrow v_۰ = g\tau \rightarrow \frac{v_۰}{g} = \tau$$

علامت (+) قابل قبول است (چرا؟)

$$\Rightarrow T_{max} = ۴\tau$$

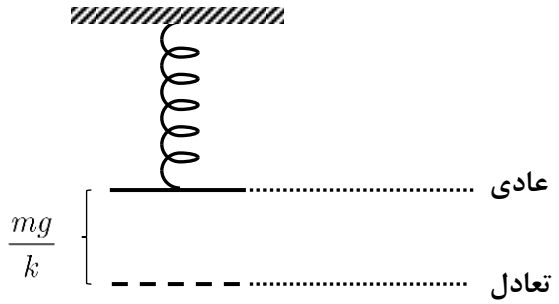
$$h = \frac{۱}{۲}gT^۲ - v_۰T = \frac{۱}{۲}g(۴\tau)^۲ - g\tau.۴\tau = ۴g\tau^۲$$

$$h = ۴\times۱۰\times(\frac{۳}{۲})^۲ \Rightarrow h = ۹۰m$$

۲- پاسخ ۳۴، ۳۵، ۳۶ یا ۳۷ صحیح است.

راه‌حل اول: دوره تناوب سیستم جرم و فنر برابر است با: $۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ و

این نوسان حول نقطه تعادل انجام می‌شود.



با فرض اینکه حرکت از نقطه تعادل شروع شود، اولین‌بار بعد از $\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ دوباره به نقطه تعادل باز می‌گردد. گلوله فاصله بین نقطه تعادل و نقطه عادی را در زمان $\frac{۲(\frac{mg}{k})}{v_۰}$ به صورت رفت و برگشت طی می‌کند. بنابراین زمان لازم از لحظه برخورد جسم به فنر تا جدایی مجدد جسم، برابر است با زمان لازم یک رفت و برگشت به حالت عادی:

$$T=\pi\sqrt{\frac{m}{k}}-\frac{۲mg}{kv_۰}=\pi\sqrt{\frac{۳۰\times۱۰^{-۳}}{۱۰^{۲}}}-\frac{۲\times۳۰\times۱۰^{-۳}}{۱۰^{۲}\times۳\times۱۰^{-۱}}$$

$$\Rightarrow T=(\pi\sqrt{۳۰۰}-۲۰)ms\Rightarrow T=۳۴/۴ms\simeq ۳۴ms$$

راه‌حل دوم: فرض کنید فنر تا نقطه تعادل کشیده شده است و گلوله‌ای با سرعت V_m چنان به فنر برخورد می‌کند تا هنگام عبور از نقطه عادی سرعت گلوله $V_۰$ باشد:

$$\frac{۱}{۲}mv_m^{۲}+\frac{۱}{۲}k(\frac{mg}{k})^{۲}=\frac{۱}{۲}mv_۰^{۲}+mg(\frac{mg}{k})\rightarrow v_m=[v_۰^{۲}+\frac{mg^{۲}}{k}]^{\frac{۱}{۲}}$$

$$v=v_m\cos(wt)\rightarrow\cos(wt)=\frac{v}{v_m}=\frac{v_۰}{[v_۰^{۲}+\frac{mg^{۲}}{k}]^{\frac{۱}{۲}}}\ ,\ w=\sqrt{\frac{k}{m}}=\frac{۱۰۰}{\sqrt{۳}}$$

$$\cos(\frac{۱۰۰}{\sqrt{۳}}t)=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\Rightarrow\frac{۱۰۰}{\sqrt{۳}}t=\frac{\pi}{۶}\Rightarrow t=\frac{\pi\sqrt{۳}}{۶۰۰}\simeq ۹/۰۷ms$$

زمان رفت از نقطه تعادل تا نقطه عادی ← زمان رفت و برگشت بین نقاط تعادل و عادی $=۱۸/۱۴ms$

$$\Rightarrow T=\pi\sqrt{\frac{m}{k}}-\frac{۱۸/۱۴}{۱۰۰۰}=\frac{\pi\sqrt{۳}}{۱۰۰}-\frac{\pi\sqrt{۳}}{۳۰۰}=\frac{۲\pi\sqrt{۳}}{۳۰۰}\Rightarrow T=۳۶/۲۸ms\simeq ۳۶ms$$

راه حل سوم: معادله سرعت زمان جسم:

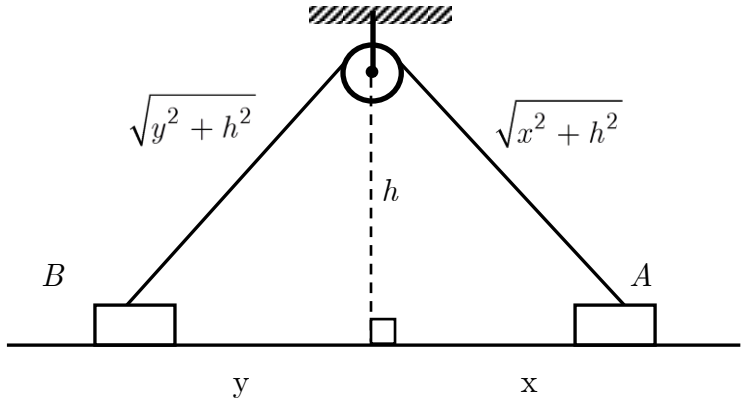
$$V=V_m\cos(wt)\qquad V_m=\left[V_۰^{۲}+\frac{mg^{۲}}{k}\right]^{\frac{۱}{۲}}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}v_۰=v_m\cos(wt_۱)\rightarrow\cos(wt_۱)=\frac{v_۰}{v_m}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\Rightarrow wt_۱=\frac{\pi}{۶}\\ -v_۰=v_m\cos(wt_۲)\rightarrow\cos(wt_۲)=\frac{-v_۰}{v_m}=\frac{-\sqrt{۳}}{۲}\Rightarrow wt_۲=\frac{۵\pi}{۶}\end{cases}$$

$$\Rightarrow w(t_۲-t_۱)=\frac{۵\pi}{۶}-\frac{\pi}{۶}=\frac{۲\pi}{۳}\rightarrow t_۲-t_۱=\frac{۲\pi}{۳w}=\frac{۲\pi}{۳\times\frac{۱۰۰}{\sqrt{۳}}}$$

$$\Rightarrow T=\frac{\pi\sqrt{۳}}{۱۵۰}=۳۶/۲۸ms\simeq ۳۶ms$$

۳- پاسخ $۱۷\frac{m}{s}$ صحیح است.



$$\text{طول نخ} = L = \sqrt{x^۲+h^۲}+\sqrt{y^۲+h^۲}$$

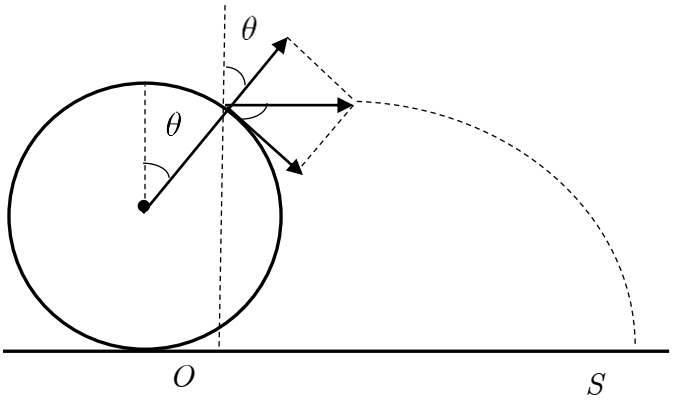
$$\frac{dL}{dt}=۰ \Rightarrow \frac{۱}{۲}\frac{۲x\dot{x}}{\sqrt{x^۲+h^۲}}+\frac{۱}{۲}\frac{۲y\dot{y}}{\sqrt{y^۲+h^۲}}=۰$$

$$\Rightarrow \dot{y}=(\frac{\sqrt{y^۲+h^۲}}{y})(\frac{x}{\sqrt{x^۲+h^۲}})\dot{x}$$

$$\left.\begin{array}{l} x=۳m \\ h=۴m \\ L=۱۳/۵m \end{array}\right\} \sqrt{y^۲+۴^۲}+\sqrt{۳^۲+۴^۲}=۱۳/۵ \rightarrow y=۷/۵m$$

$$\dot{x}=۲۵\frac{cm}{s} \rightarrow \dot{y}=(\frac{۸/۵}{۷/۵})\times(\frac{۳}{۵})\times ۲۵\frac{cm}{s} \rightarrow \dot{y}=v_B=۱۷\frac{cm}{s}$$

۴- پاسخ $۶۷\frac{m^۲}{s^۲}$ صحیح است.

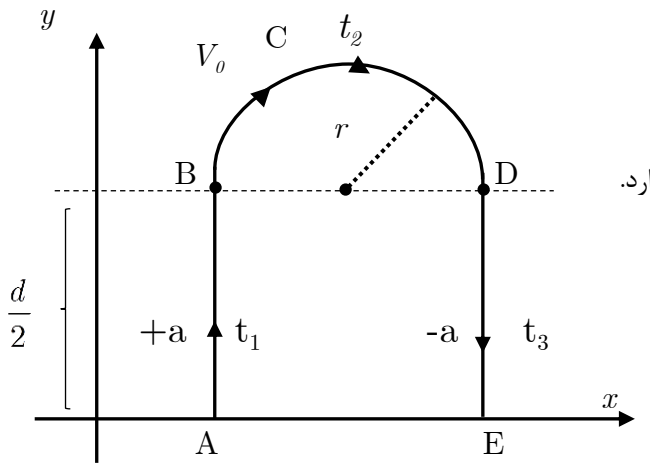


$$\left.\begin{array}{l} V_۰\cos\theta = Rw\sin\theta \\ u = v_۰\sin\theta + Rw\cos\theta \end{array}\right\} \rightarrow u=\frac{v_۰}{\sin\theta}$$

$$x=ut\ ,\ y=\frac{۱}{۲}gt^۲ \Rightarrow y=\frac{gx^۲}{۲u^۲} \Rightarrow u^۲=\frac{gx^۲}{۲y}$$

$$\left.\begin{array}{l} u=\frac{v_۰}{\sin\theta} \\ y=R(۱+\cos\theta) \\ x=S \end{array}\right\} \rightarrow v_۰^۲=\frac{gs^۲}{R}\frac{۱-\cos\theta}{۲} \Rightarrow v_۰^۲=۶۷\frac{m^۲}{s^۲}$$

۵- پاسخ ۲۹ صحیح است.



مسیر $\overline{AB}$: تحت نیروی الکتریکی به شتاب تند شونده دارد.

مسیر BCD: تحت نیروی مغناطیسی، حرکت دایره‌ای با سرعت ثابت دارد.

مسیر $\overline{DE}$: تحت نیروی الکتریکی، شتاب کند شونده دارد.

شتاب $\overline{AB}$, $\overline{DE}$

$$E = \frac{v}{d}\ ,\ F = eE = ma \Rightarrow a = \frac{eV}{md}$$

$$\frac{d}{۲} = \frac{۱}{۲}\frac{ev}{md}t_۱^۲ \rightarrow t_۱ = \left[\frac{md^۲}{ev}\right]^{\frac{۱}{۲}} = t_۳$$

$$\left.\begin{array}{l} qv_{\circ}B = mrw^۲ \\ v_{\circ} = rw \\ w = \frac{۲\pi}{۲t_۲} \end{array}\right\} \rightarrow t_۲ = \frac{\pi m}{eB}$$

$$T = t_۱ + t_۲ + t_۳ = ۲\sqrt{\frac{md^۲}{eV}} + \frac{\pi m}{eB}$$

$$B = ۲\times ۱۰^{-۴}T$$

$$m = ۹/۱\times ۱۰^{-۳۱}kg\ ,\ e = ۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}C\ \ ,\ d = ۱/۶\times ۱۰^{-۲}m\ ,\ V = ۱۴۵\times ۱۰^{-۳}v$$

$$\Rightarrow T = ۲۹/۱۰^{-۸}S$$

۶- پاسخ $۷۶\,m/s$ صحیح است.

۷- پاسخ ۵ صحیح است.

در حالت اول: نیروی مقاومت هوا با نیروی وزن یکسان است و سرعت برابر $\frac{L}{T}$ می‌باشد:

$$\rho\frac{۴}{۳}\pi r^۳ g = ۶\pi\eta^{r}\frac{L}{T} \rightarrow r = (\frac{۹}{۲}\frac{\eta L}{\rho g T})^{\frac{۱}{۲}}$$

در حالت دوم: نیروی الکتریکی با وزن یکسان است:

$$\rho\frac{۴}{۳}\pi r^۳ g = ne.E \rightarrow n = \frac{۴}{۳}\frac{\pi\rho g}{eE}.r^۳$$

$$\rightarrow n = (\frac{۴}{۳}\frac{\pi\rho g}{eE})(\frac{۹}{۲}\frac{\eta L}{\rho g T})^{\frac{۳}{۲}}$$

$$\rightarrow n = (\frac{۴}{۳}\times\frac{\pi\times ۸\times ۱۰^{-۱}\times ۱۰^{۳}\times ۱۰}{۱/۴\times ۱۰^{۶}\times ۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}})(\frac{۹}{۲}\times\frac{۱/۸\times ۱۰^{-۵}\times ۱۶\times ۱۰^{-۳}}{۰/۸\times ۱۰^{۳}\times ۱۰\times ۱۰})^{\frac{۳}{۲}} \simeq ۴/۸۲ \Rightarrow n = ۵$$

کلید سوالات

۱ هـ	۲۱ ب	۴۱ الف
۲ ب	۲۲ الف	۴۲ الف
۳ الف	۲۳ الف	۴۳ الف
۴ الف	۲۴ ج	۴۴ ج
۵ الف	۲۵ د	۴۵ د
۶ هـ	۲۶ الف	۴۶ الف
۷ ب	۲۷ الف	۴۷ الف
۸ هـ	۲۸ الف	۴۸ الف
۹ الف	۲۹ ب	۴۹ ب
۱۰ ب	۳۰ ب	۵۰ ب
۱۱ الف	۳۱ ب	۵۱ ب
۱۲ ب	۳۲ ب	۵۲ ب
۱۳ هـ	۳۳ ب	۵۳ ب
۱۴ ب	۳۴ ب	۵۴ ب
۱۵ ب	۳۵ ب	۵۵ ب
۱۶ هـ	۳۶ ب	۵۶ ب
۱۷ ب	۳۷ ب	۵۷ ب
۱۸ ب	۳۸ ب	۵۸ ب
۱۹ ب	۳۹ ب	۵۹ ب
۲۰ ب	۴۰ ب	۶۰ ب