جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش

ماخ

دفترچه سوالات و پاسخ تشریحی
مرحله اول
بیست و پنجمین دوره‌ی المپیاد فیزیک سال ۱۳۹۰

تعداد سوالات		مدت آزمون (دقیقه)
سوالات چند گزینه‌ای	مساله‌های تشریحی	
۳۵	---	۱۸۰

توضیحات مهم

استفاده از ماشین حساب ممنوع است.

تذکرات آزمون:

ضمن آرزوی موفقیت برای شما دانش‌پژوه گرامی، خواهشمند است قبل از پاسخ به سؤالات آزمون به موارد زیر توجه کنید:

- این آزمون شامل **۳۵ سوال تستی** و وقت آن **۱۸۰ دقیقه** است.
- نمره‌ی هر سوال در ابتدای آن نوشته شده است.
- استفاده از ماشین‌حساب در این آزمون مجاز است.
- همراه داشتن تلفن همراه (حتی خاموش) در طول زمان آزمون مجاز **نیست**.
- فقط داوطلبانی می‌توانند دفترچه‌ی سؤالات را با خود ببرند که تا پایان آزمون در جلسه حضور داشته باشند.
- جمع‌آوری و آماده‌سازی دفترچه‌ی سوالات این آزمون توسط **کمیته‌ی علمی ماخ** انجام شده است.

www.MAAKH.ir

کلیه حقوق این سوالات برای ماخ محفوظ است.

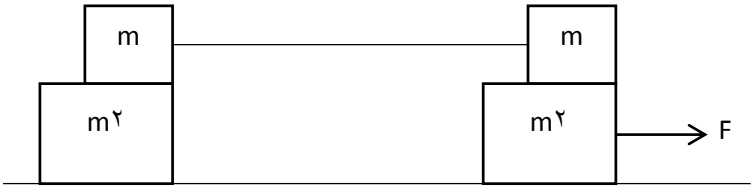
۱- شخصی که طول قدش $۱۸۰\,cm$ است در مقابل آینه تختی که روی دیوار قائمی نصب شده ایستاده است. چشم این شخص $۱۰\,cm$ پایین‌تر از بالای سر او است. اگر این شخص فقط تمام قد خود را تحت زاویه‌ی ۴۵° در آینه ببیند. فاصله‌اش از آینه چقدر است؟

الف) $۷۵\,cm$ ب) $۸۶\,cm$ ج) $۹۴\,cm$ د) $۱۱۵\,cm$

۲- یک آینه مقعر به شعاع $۱m$ ته مخزن آبی که ارتفاع آب در آن $۴۰\,cm$ است قرار دارد. نور خورشید از بالا عمود به سطح آب و سپس به آینه می‌تابد. ضریب شکست آب $\frac{۴}{۳}$ است. تصویر در چه فاصله‌ای از آینه تشکیل می‌شود؟

الف) $۳۷/۵\,cm$ ب) $۴۷/۵\,cm$ ج) $۵۰\,cm$ د) $۵۲/۵\,cm$

۳- در دستگاه نشان داده شده در شکل زیر، دو قطعه به جرم m با نخ به هم وصل شده‌اند. ضریب اصطکاک ایستایی بین m و $۲m$ (در هر دو قسمت) μ_s است. از اصطکاک بین قطعه‌های به جرم $۲m$ با سطحی که روی آن قرار دارند صرف‌نظر کنید. بیشینه‌ی F چقدر باشد تا چهار قطعه باهم حرکت کنند؟



الف) $۲\mu_s mg$

ب) $\mu_s mg$

ج) $\frac{۳}{۴}\mu_s mg$

د) $\frac{۳}{۲}\mu_s mg$

۴- یک اتاق خواب معمولی گنجایش حدوداً چند ذرت بو داده (پف فیل) را دارد؟

الف) $۱۰^{۱۱}$ ب) $۱۰^{۹}$ ج) $۱۰^{۷}$ د) $۱۰^{۵}$

۵- آونگی از سقف آسانسوری آویزان و در حرکت نوسانی است. اگر آسانسور ناگهان سقوط آزاد کند، حرکت آونگ چگونه خواهد بود؟

الف) تغییری ایجاد نمی‌شود و آونگ به نوسان خود ادامه می‌دهد.

ب) ساکن می‌ماند.

ج) حول نقطه آویز حرکت دایره‌ای یکنواخت انجام می‌دهد.

د) هریک از دو گزینه ب و ج ممکن است رخ دهد.

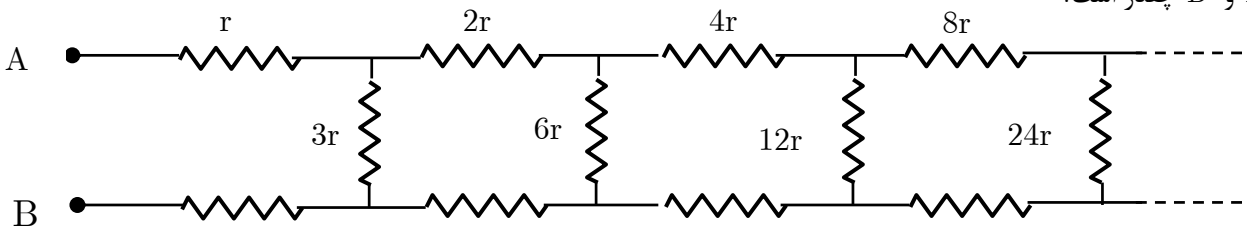
۶- هزار قطره آب هم شکل و یکسان هریک با پتانسیل یک ولت و به فاصله‌ی خیلی دور از یکدیگر قرار دارند. پتانسیل الکتریکی قطره‌ی بزرگی که از به هم پیوستن این قطرات کوچک به وجود می‌آید چند ولت است؟ (آب را رسانا و قطره‌ها را کروی فرض کنید)

الف) ۱ ولت ب) ۱۰ ولت ج) ۱۰۰ ولت د) ۱۰۰۰ ولت

۷- فرض کنید در حال عبور از اقیانوس با قایق هستید و امیدوار هستید که در جزیره‌ای به خشکی برسید. بلندترین قله جزیره ۲۳۰۰ متر ارتفاع دارد. از چه فاصله‌ای می‌توانید این قله را در حالی که تازه از افق سربرآورده ببینید؟

الف) ۸۵ کیلومتر ب) ۱۲۷ کیلومتر ج) ۱۷۰ کیلومتر د) ۲۱۲ کیلومتر

۸- مدار شکل زیر از زنجیره نامحدودی مقاومت‌ها تشکیل شده است که مقدار آنها در شکل داده شده است. مقاومت معادل بین نقطه‌ی A و B چقدر است؟

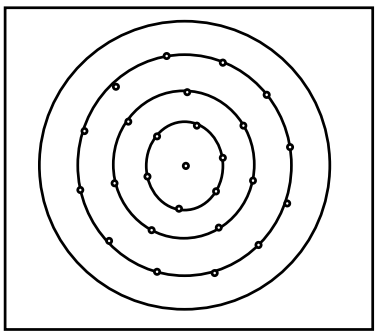


الف) $۳r$ ب) $۲r$ ج) $۲/۵r$ د) $۳/۵r$

۹- از نظر موتور سواری که با سرعت ۱۵ متر بر ثانیه به شرق می‌رود باد از جنوب شرقی با زاویه‌ی ۴۵ درجه می‌وزد. اگر موتور سوار با سرعت ۸ متر بر ثانیه در جهت شرق حرکت کند به نظر وی باد از جنوب می‌وزد. اندازه سرعت باد از نظر شخصی که روی زمین ساکن است چند متر بر ثانیه است؟

الف) ۹ ب) ۱۰/۵ ج) ۱۲/۵ د) ۱۷

۱۰- مطابق شکل سوراخ‌هایی روی محیط دوایر هم مرکزی روی یک قرص ایجاد شده است. فاصله هر دو سوراخ مجاور روی هریک از دایره‌ها $۱cm$ است. چراغی پشت قرص روشن است و قرص با سرعت ۳۰ دور در دقیقه حول محورش می‌چرخد. حداقل شعاع دایره‌ای که نور عبور کرده از سوراخ‌های آن به صورت یکنواخت دیده می‌شود چقدر است؟ چشم انسان نوری که با بسامدی بیش از ۱۶ بار در ثانیه روشن و خاموش شود پوسته روشن می‌بیند.



الف) $۲/۵۵cm$
ب) $۵/۱cm$
ج) $۷/۵cm$
د) $۱۰/۲cm$

۱۱- یک منبع نور نقطه‌ای روی کانون یک عدسی واگرای نازک به قطر ۱۰ سانتی‌متر قرار دارد. قطر قرص روشنی که بر روی پرده‌ای که موازی عدسی است و فاصله‌ی آن از عدسی برابر فاصله‌ی کانونی عدسی است ایجاد می‌شود چند سانتی‌متر است؟

الف) ۱۰ ب) ۲۰ ج) ۳۰ د) ۴۵

۱۲- صف یک ظرفی را از مایع A با چگالی ρ_A و نصف دیگر را از مایع B با چگالی ρ_B پر می‌کنیم. دو مایع با یکدیگر مخلوط می‌شوند و چگالی مخلوط $۸\frac{g}{cm^۳}$ است. اگر یک سوم ظرف را از مایع A و مابقی را از مایع B پر کنیم چگالی مخلوط $۶\frac{g}{cm^۳}$ می‌شود. چگالی هریک از معایعات چند $\frac{g}{cm^۳}$ است؟

الف) ۶ و ۹ ب) ۶ و ۱۰ ج) ۵ و ۱۱ د) ۴ و ۱۲

۱۳- دو باتری یکسان هریک با نیروی محرکه‌ی E و مقاومت داخلی r در نظر بگیرید. این دو باتری را می‌توان به صورت سری با موازی به هم وصل کرد مجموعه‌ی دو باتری را هر بار به دو سر مقاومت R می‌بندیم. برای اینکه اتلاف انرژی گرمایی در مقاومت R بیشینه باشد، چه رابطه‌ای بین R و r باید برقرار باشد؟

الف) در حالت موازی $R=\frac{r}{۲}$ و در حالت سری $R=۲r$ ب) در حالت موازی $R=۲r$ و در حالت سری $R=\frac{r}{۲}$

ج) در هر دو حالت $R = \frac{r}{۲}$ د) در هر دو حالت $R = ۲r$

۱۴- ماخ شخصی که طول قدش h است با سرعت یکنواخت v روی یک مسیر افقی و مستقیم در جهت عمود بر دیواری که مقابلش است به سمت دیوار راه می‌رود. یک چشمه‌ی نور نقطه‌ای روی زمین و پشت سر او قرار دارد. فاصله‌ی چشمه‌ی نور نقطه‌ای از دیوار D است. وقتی فاصله‌ی شخص از دیوار $d\,(d > D)$ است. اندازه سرعت حرکت سایه‌اش روی دیوار چقدر است؟

الف) $\frac{hDv}{۲d^۲}$ ب) $\frac{۲hDv}{d^۲}$ ج) $\frac{hDv}{۴d^۲}$ د) $\frac{hDv}{d^۲}$

۱۵- ماخ دو آینه‌ی واگرای یکسان که فاصله‌ی کانونی هریک ۳۰ سانتی‌متر است. مقابل هم قرار دارند. کانون‌ها و محورهای اصلی دو آینه برهم منطبق است. شیء کوچکی روی محور اصلی مشترک دو آینه و به فاصله ۱۰ سانتی‌متر از یکی از آینه‌ها قرار دارد. فاصله تصویر ایجاد شده پس از انعکاس در دو آینه، از آینه‌ای که به فاصله‌ی دورتری از شیء قرار دارد چند سانتی‌متر است؟

الف) ۱۰ ب) ۳۰ ج) ۴۰ د) ۵۰

۱۶- ماخ یک میز گرد به شعاع r در نظر بگیرید. که لامپی درست بالای مرکز آن روشن است. فاصله‌ی قائم بین مرکز میز و لامپ چقدر باشد تا روشنایی لبه‌ی میز بیشینه باشد؟

الف) $\frac{r}{\sqrt{۲}}$ ب) $\frac{r}{۲}$ ج) $\sqrt{۲}r$ د) r

۱۷- ماخ یک ظرف محتوی یخ صفر درجه و ظرف دیگری محتوی آب جوش صد درجه موجود است. با یک میله رسانای استوانه‌ای شکل مسی دو ظرف را به هم وصل می‌کنیم. سطح جانبی میله عایق‌بندی شده است به طوری که گرما از سطح جانبی آن به محیط منتقل نمی‌شود. مشاهده می‌کیم که یخ بعد از ۳۰ دقیقه ذوب می‌شود. اگر با میله آهنی همین تجربه را تکرار کنیم مشاهده می‌کنیم که یخ بعد از ۷۵ دقیقه ذوب می‌شود. اگر میله‌ها را به صورت سری برای انتقال گرما به کار بریم. یخ پس از چه مدتی ذوب می‌شود؟ سطح مقطع میله‌ها یکسان است.

الف) ۹۰ دقیقه ب) ۱۰۵ دقیقه ج) ۱۲۰ دقیقه د) ۱۲۵ دقیقه

۱۸- ماخ دو تیغه‌ی متوازی السطوح شفاف یکی به ضخامت $d_۱ = ۴cm$ و ضریب شکست $n_۱ = ۲$ و دیگری به ضخامت $d_۱ = ۶cm$ و ضریب شکست $n_۲ = ۱/۵$ را به هم می‌چسبانیم. یک پرتو نور با زاویه‌ی ۳۷° نسبت به خط عمود به تیغه‌ی متوازی السطوح اول می‌تابد. جابه‌جایی عرضی پرتو نور پس از خروج از تیغه‌ی دوم نسبت به امتداد پرتو فرودی چند سانتی‌متر است؟ $(\sin ۳۷^\circ \approx ۰/۶)$

الف) ۵ ب) ۴ ج) ۳ د) ۲

۱۹- ماخ دو بار نقطه‌ی $+q_۱$ و $+q_۲$ در مکان $\vec{r_۱}$ و $\vec{r_۲}$ از فضا در نظر بگیرید. می‌توان یکبار نقطه‌ای مانند Q در مکان مناسبی از فضا مانند $\vec{R}$ قرارداد به طوری که هر سه بار در حال تعادل باشند. Q و $\vec{R}$ چقدر هستند؟

الف) $Q = -\frac{q_۱q_۲}{(\sqrt{q_۱}+\sqrt{q_۲})^۲}$ و $\vec{R} = \frac{\vec{r_۱}\sqrt{q_۲}+\vec{r_۲}\sqrt{q_۱}}{\sqrt{q_۱}+\sqrt{q_۲}}$

ب) $Q = -\frac{q_۱q_۲}{(\sqrt{q_۱}+\sqrt{q_۲})^۲}$ و $\vec{R} = \frac{\vec{r_۱}\sqrt{q_۱}+\vec{r_۲}\sqrt{q_۲}}{\sqrt{q_۱}+\sqrt{q_۲}}$

ج) $Q=-\frac{q_1q_2}{q_1+q_2}$ و $\vec{R}=\frac{\vec{r_1}q_2+\vec{r_2}q_1}{q_1+q_2}$

د) $Q=-\frac{q_1q_2}{q_1+q_2}$ و $\vec{R}=\frac{\vec{r_1}q_1+\vec{r_2}q_2}{q_1+q_2}$

۲۰- سطح آب یک حوض، یخ بسته است. ضخامت لایه‌ی یخ d و عمق آب زیر یخ D است. دمای هوای بالای استخر بر حسب سانتی‌گراد θ_1 و دمای کف استخر θ_2 می‌باشد. اگر رسانندگی گرمایی یخ و آب به ترتیب k_1 و k_2 باشند. نسبت $\frac{d}{D}$ چقدر باشد تا مقادیر d و D ثابت بمانند؟ انتقال گرما از سطح بالایی یخ و کف استخر صورت می‌گیرد.

الف) $\frac{\theta_1k_2}{\theta_2k_1}$ ب) $\frac{\theta_1k_1}{\theta_2k_2}$ ج) $\frac{\theta_2k_2}{\theta_2k_2}$ د) $\frac{\theta_2k_1}{\theta_1k_2}$

۲۱- شیء به فاصله‌ی یک متر از پرده‌ای قرار دارد. یک عدسی همگرا تصویری از شیء روی پرده تشکیل داده است. عدسی را $۲۰cm$ به طرف شیء حرکت می‌دهیم. مجدداً تصویر آن روی پرده تشکیل می‌شود. نسبت طول تصویر در حالت اول به طول تصویر در حالت دوم چقدر است؟

الف) $\frac{۲}{۳}$ ب) $\frac{۳}{۲}$ ج) $\frac{۹}{۴}$ د) $\frac{۴}{۹}$

۲۲- دو ذره‌ی باردار یکی به جرم M و بار الکتریکی $+Q$ و دیگری به جرم $\frac{M}{۲}$ و بار الکتریکی $-۲Q$ در میدان الکتریکی یکنواخت E در نظر بگیرید. فاصله‌ی دو بار از یکدیگر چقدر باشد. تا پس از این که رها می‌شوند در همان فاصله‌ی نسبی اولیه نسبت به هم باقی بمانند میدان الکتریکی در امتداد خط واصل دو بار می‌باشد.

الف) $\sqrt{\frac{۳Q}{۱۰\pi\varepsilon_0E}}$ ب) $\sqrt{\frac{۷Q}{۱۰\pi\varepsilon_0E}}$ ج) $\sqrt{\frac{۳Q}{۵\pi\varepsilon_0E}}$ د) $\sqrt{\frac{۷Q}{۵\pi\varepsilon_0E}}$

۲۳- دمای هوای اتاقی که حجم آن $۵۰m^3$ است $۲۷^\circ C$ و فشار هوای داخل آن $۱atm$ می‌باشد. اگر این مکان وجود داشت که انرژی جنبشی کل مولکول‌های هوای داخل این اتاق را برای پرتاب یک گلوله‌ی نیم تنی در راستای قائم به سمت بالا صرف کنیم، گلوله تا چه ارتفاعی بالا می‌رفت؟ هوا را گاز کامل با ظرفیت گرمایی مولی در حجم ثابت $\frac{۵}{۲}R$ در نظر بگیرید.

الف) ۲۰ کیلومتر ب) ۲ کیلومتر ج) ۲ متر د) ۲ سانتی‌متر

۲۴- کمینه فاصله‌ی ممکن بین یک شیء و تصویر حقیقی‌اش در یک عدسی همگرا که فاصله کانونی آن f است، چقدر می‌تواند باشد؟ شیء روی محور عدسی واقع است.

الف) f ب) $۲f$ ج) $۳f$ د) $۴f$

۲۵- از بالای سطح زمین سنگی با سرعت اولیه‌ی V_0 به سمت بالا پرتاب می‌شود. بعد از گذشت ۱۰ ثانیه از همان نقطه سنگ دیگری بدون سرعت اولیه رها می‌شود. با فرض اینکه ارتفاع نقطه‌ی پرتاب از سطح زمین زیاد است، شرط لازم و کافی برای آن که دو سنگ در نقطه‌ای از مسیر به هم برسند. چیست؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^2})$

الف) $V_0 > 50\frac{m}{s}$ ب) $V_0 > 100\frac{m}{s}$ ج) $100\frac{m}{s} < V_0 < 170\frac{m}{s}$ د) $50\frac{m}{s} < V_0 < 100\frac{m}{s}$

۲۶- قطاری روی یک ریل مستقیم حرکت می‌کند. شخصی که در داخل قطار رو به جنوب ایستاده است، سکه‌ای را که در دست دارد رها می‌کند. سکه جلوی شخص بر کف قطار می‌افتد کدام گزینه‌ی زیر صحیح است؟

الف) شتاب قطار حتماً به طرف شمال است. ب) شتاب قطار حتماً به طرف جنوب است.

ج) قطار حتماً به طرف شمال حرکت می‌کند. د) قطار حتماً به طرف جنوب حرکت می‌کند.

۲۷- مسافتی که یک انسان به طور متوسط در طول عمر خود می‌پیماید به کدام عدد نزدیک‌تر است؟

الف) 10^9 کیلومتر ب) 10^7 کیلومتر ج) 10^5کیلومتر د) 10^3 کیلومتر

۲۸- یک لامپ با توان P داخل یخچال کارنو که موتورش با توان P کار می‌کند. روشن مانده است. اگر دمای هوای بیرون یخچال T باشد، دمای داخل آن حداقل به چه مقداری می‌تواند برسد؟

الف) T ب) $\frac{T}{2}$ ج) $\frac{3T}{4}$ د) $\frac{T}{4}$

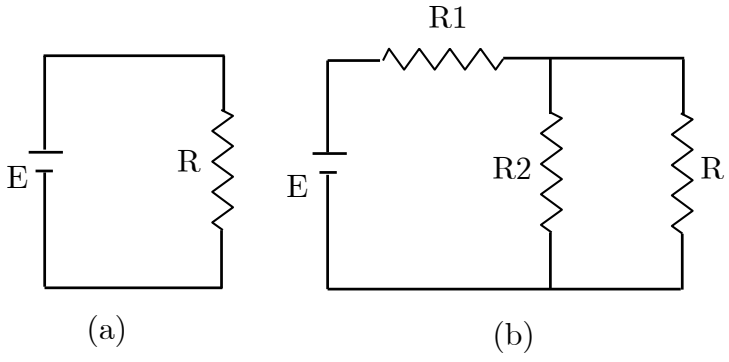
۲۹- بنابر یکی از نظریه‌های موجود در مورد مبدأ عالم، جهان اولیه دارای چگالی $10^{15}\ \frac{g}{cm^3}$ و شعاع آن برابر فاصله‌ی کنونی زمین تا خورشید بوده است. اگر ماده‌ی موجود در عالم را متشکل از پروتون، نوترون و الکترون با تعداد مساوی در نظر بگیریم، مرتبه بزرگی تعداد ذرات تشکیل دهنده‌ی جهان، کدامیک از گزینه‌های زیر می‌باشد؟

الف) 10^{73} ب) 10^{76} ج) 10^{79} د) 10^{82}

۳۰- در مقیاس دمای بنزن $(^\circ B)$ دمای یخ زدن C_6H_6 برابر $0^\circ B$ (معادل $5/5^\circ C$) و دمای جوش آن $100^\circ C$ (معادل $80/1^\circ C$) است. در این مقیاس دمایی، دمای جوش آب چقدر است؟

الف) $114^\circ B$ ب) $121^\circ B$ ج) $127^\circ B$ د) $133^\circ B$

۳۱- دو مدار زیر را در نظر بگیرید. R_1R_2 چقدر باشد. تا جریان گذرنده از باتری در هر دو مدار یکسان ولی جریان گذرنده از R در مدار (b) برابر ۰/۱ جریان گذرنده از R در مدار (a) باشد؟



الف) R^2 ب) $0/9R^2$

ج) $0/7R^2$ د) $0/1R^2$

۳۲- قطعه چوبی به جرم m از ارتفاع H بالای سطح آب یک دریاچه رها می‌شود. براین قطعه در داخل آب نیروی شناوری رو به بالای $F(F > mg)$ وارد می‌شود. با صرف‌نظر کردن از نیروی مقاومت هوا، از لحظه‌ی رها شدن، چه مدت طـــول می‌کشد تا

قطعه پس از فرو رفتن در آب، دوباره به سطح آب برگردد؟

الف) $\frac{F+mg}{F-mg}\sqrt{\frac{2H}{g}}$ ب) $\frac{F+mg}{mg}\sqrt{\frac{2H}{g}}$ ج) $\frac{2F+mg}{F-mg}\sqrt{\frac{2H}{g}}$ د) $2\frac{F+mg}{F-mg}\sqrt{\frac{2H}{g}}$

۳۳- ماخ یک مخزن نفت استوانه‌ای شکل به قطر $6m$، ارتفاع $10m$ و ضریب انبساط طولی $1\times10^{-5}\frac{1}{k}$ در نظر بگیرید. در دمای $-10^{\circ}C$ فاصله‌ی سطح نفت داخل مخزن تا لبه‌ی مخزن $50cm$ است. ضریب انبساط حجمی نفت $1\times10^{-3}\frac{1}{k}$ است. در چه دمایی نفت از مخزن لبریز می‌شود؟

الف) $40/9^{\circ}C$ ب) $42/6^{\circ}C$ ج) $44/3^{\circ}C$ د) $46/0^{\circ}C$

۳۴- ماخ یک ستاره‌ی نوترونی کروی شکل که چگالی آن یکنواخت و برابر $10^{18}\frac{kg}{m^3}$ است. حول قطرش می‌چرخد. سریع‌ترین بسامدی که این ستاره می‌تواند با آن بچرخد. بدون اینکه از هم بپاشد برحسب هرتز از چه مرتبه بزرگی است؟

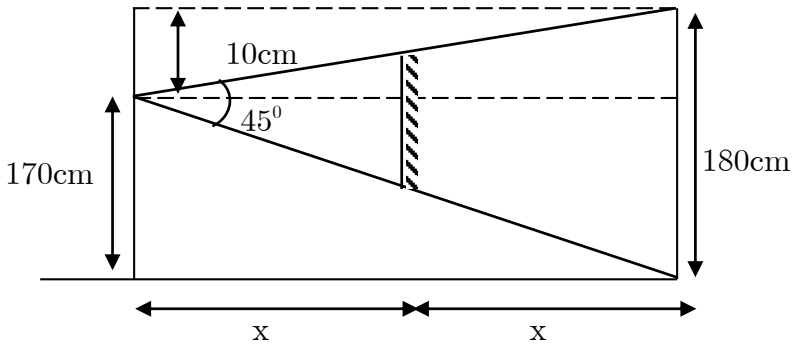
الف) 10^3 ب) 10 ج) 10^2 د) 10^4

۳۵- ماخ یک جعبه‌ی مکعب مستطیل شکل به ابعاد $20cm\times40cm\times80cm$ در نظر بگیرید. مورچه‌ای می‌خواهد با راه رفتن روی سطوح جعبه خود را از یک گوشه به گوشه‌ی مقابل برساند (دو گوشه در امتداد بزرگترین قطر جعبه واقع‌اند.) کوتاه‌ترین مسافتی که می تواند طی کند چقدر است؟

الف) $92cm$ ب) $100cm$ ج) $125cm$ د) $140cm$

«پاسخ تشریحی»

۱- گزینه [ج] صحیح است.



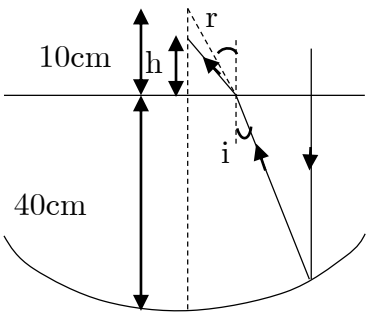
برای اینکه شخص فقط تمام قد خود را در آینه ببیند باید:

$$\tan^{-1}(\frac{۱۰}{۲x}) + \tan^{-1}(\frac{۱۷۰}{۲x}) = ۴۵^\circ$$

با جای‌گذاری گزینه‌ها در معادله‌ی بالا درمی‌یابیم که نزدیک‌ترین جواب $x = ۹۴cm$ است.

۲- گزینه [ب] صحیح است.

می‌دانیم که نور وقتی به طور عمودی وارد آب می‌شود بدون شکست به مسیر خود ادامه می‌دهد. بعد به آینه برخورد می‌کند و در نقطه‌ی کانونی جمع می‌شود. اما چون فاصله‌ی کانونی بیش تر از عمق آب است. پس پرتوها در خارج شدن از آب می‌شکنند و در نقطه‌ای به فاصله‌ی h از سطح آب جمع می‌شوند.



$$\Rightarrow n \sin i = \sin r$$

$$\Rightarrow \frac{۴}{۳}\times \sin i = \sin r$$

$$\frac{\tan(۹۰-i)}{\tan(۹۰-r)} = \frac{۱۰}{h}$$

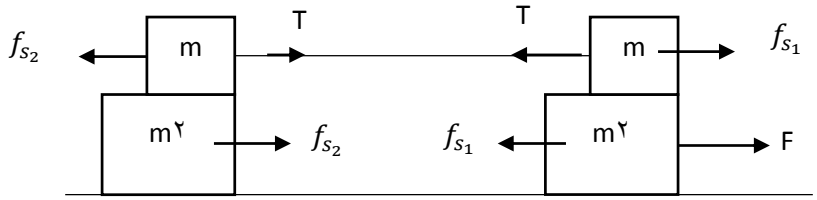
$$\Rightarrow \frac{\tan r}{\tan i} = \frac{۱۰}{h} \Rightarrow h = ۱۰\times \frac{\tan i}{\tan r}$$

$$\Rightarrow \frac{\tan i}{\tan r} \approx \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{۱}{n} = \frac{۳}{۴}$$ تقریب پیرامحوری،

$$h = ۱۰\times \frac{۳}{۴} = ۷/۵cm$$

$$\Rightarrow ۴۰ + ۷/۵ = ۴۷/۵\,cm$$

۳- ماخ گزینه [د] صحیح است.



چون هر دو نیروی
$$\begin{cases} F - f_{S۱} = ۲ma \\ f_{S۱} - T = ma \\ T - f_{S۲} = ma \\ f_{S۲} = ۲ma \\ f_{S۱} = \mu mg \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F - f_{S۱} = f_{S۲} \\ f_{S۱} = ۲f_{S۲} \\ f_{S۱} = \mu mg \end{cases} \Rightarrow F - \mu mg = \frac{\mu mg}{۲} \Rightarrow F = \frac{۲\mu mg}{۲}, f_{S۲} = \frac{\mu mg}{۲}$$

اصطکاک ایستایی از بیشینه‌ی آستانه‌ی حرکت خود بیشتر نیستند این جواب قابل قبول است.

۴- ماخ گزینه [ج] صحیح است.

یک اتاق معمولی را می‌توان $۵m\times ۴m\times ۳m$ در نظر گرفت. یک ذرت بو داده را می‌توان یک کره به شعاع $۱cm$ در نظر گرفت پس:

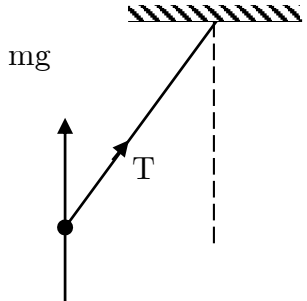
$$V_{\text{اتاق}} = ۵\times ۴\times ۳ = ۶۰m^۳$$

$$V_{\text{ذرت}} = \frac{۴}{۳}\pi \times ۱^۳ \frac{۴\pi}{۳} \approx ۴\,cm^۳$$

$$\Rightarrow N = \frac{V_{\text{اتاق}}}{V_{\text{ذرت}}} = \frac{۶۰m^۳}{۴\times ۱۰^{-۶}m^۳} = ۱۵\times ۱۰^۶ = ۱/۵\times ۱۰^۷$$

۵- ماخ گزینه [د] صحیح است.

در حرکت شتابدار، می‌توانیم در یک دستگاه تالخت متصل به آسانسور معادلات حرکت جسم را بنویسیم. با این تفاوت که یک نیروی مجازی نیز به جسم وارد می‌شود. اندازه‌ی نیروی مجازی برابر است با شتاب آسانسور ضرب در جرم جسم و جهت آن در جهت خلاف شتاب است.



www.MAAKH.ir

پس جمع نیروهای وارد بر جسم برابر است با: $\vec{I}+m\vec{g}-m\vec{g}=\vec{T}$

پس فقط نیروی طناب است که به جسم وارد می‌شود. اگر جسم سرعت داشته باشد. پس با سرعت یکنواخت روی یک دایره به مرکز نقطه‌ی آویز حرکت می‌کند، اگر جسم بدون سرعت باشد، طناب شل می‌شود و جسم ساکن می‌ماند.

۶- ماخ گزینه [ج] صحیح است.

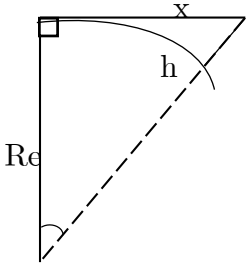
بار هر قطره‌ی آب برابر است با q: $V=\frac{q}{۴\mu\varepsilon_{۰}R}\Rightarrow q=۴\mu\varepsilon_{۰}RV$

$$Q=۱۰۰۰q \qquad v'=۱۰۰۰v\Rightarrow \frac{۴}{۳}\pi R'^{۳}=۱۰۰۰\times\frac{۴}{۳}\pi R^{۳}=R'=۱۰R$$

$$\Rightarrow V'=\frac{Q}{۴\mu\varepsilon_{۰}R}=\frac{۱۰۰۰\times ۴\mu\varepsilon_{۰}RV}{۴\mu\varepsilon_{۰}R'}=\frac{۱۰۰۰\times ۱}{۱۰}=۱۰۰V$$

۷- ماخ گزینه [ج] صحیح است.

در این سؤال با فرض اینکه قدرت تشخیص ما زیاد است باید انحنای زمین را در حل سئوال در نظر بگیریم.

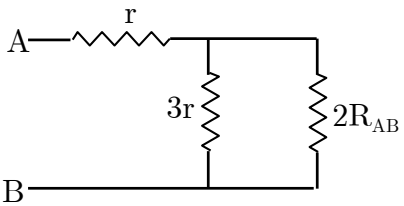


$$R_e^{۲}+x^{۲}=(h+R_e)^{۲}$$
$$\Rightarrow x^{۲}=h^{۲}+۲R_eh\xrightarrow{h\ll R_e}x^{۲}\approx ۲R_eh$$
$$\Rightarrow x=\sqrt{۲\times ۶/۴\times ۱۰^{۶}\times ۲۳۰۰}\approx ۱۷۰km$$

۸- ماخ گزینه‌ی [الف] صحیح است.

اگر مقاومت معادل از هر نقطه‌چین را در نظر بگیریم می‌بینیم که در هر پله مقاومت بعدی ۲ برابر مقاومت پله‌ی قبلی است. چون مقاومت‌ها تابی‌نهایت ادامه دارند و در مقاومت‌ها اگر مقدار همه‌ی مقاومت‌ها دو برابر شود. مقدار مقاومت معادل نیز دو برابر می‌شود. مقاومت معادل بین دو نقطه‌ی A و B را R_{AB} در نظر می‌گیریم:

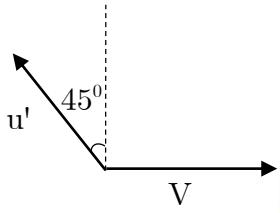
$$\Rightarrow \frac{۲R_{AB}\times ۳r}{۳r+۲R_{AB}}+r=R_{AB}\Rightarrow ۶rR_{AB}+۳r^{۲}+۲R_{AB}r=۳rR_{AB}+۲R_{AB}^{۲}$$
$$\Rightarrow ۲R_{AB}^{۲}-۵R_{AB}r=۳r^{۲}=۰\Rightarrow R_{AB}=(\frac{۵\pm\sqrt{۲۵+۲۴}}{۲\times ۲})r\Rightarrow R_{AB}=۳r$$



۹- ماخ گزینه [ب] صحیح است.

سرعت باد از نظر موتور سوار برابر است با سرعت باد از نظر ناظر ساکن، منهای سرعت موتور سوار:

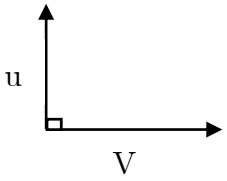
$$u'=u-V\Rightarrow u=u'+V$$



www.MAAKH.ir

$$\Rightarrow u_x = V - u'\cos ۴۵ = ۱۵ - \frac{\sqrt{۲}}{۲}u'$$

$$u_y = u'\sin ۴۵ = u'\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$



$$u_x = V = ۸$$

$$\Rightarrow ۱۵ - \frac{\sqrt{۲}}{۲} \times u' = ۸ \Rightarrow u_y = ۷$$

$$\Rightarrow u = \sqrt{u_x^۲ + u_y^۲} = \sqrt{۶۴ + ۴۹} \approx ۱۰ / ۵\, m / s$$

۱۰- ماخ گزینه [ب] صحیح است.

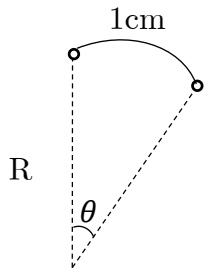
اگر فرکانس نوری که از سوراخ عبور می‌کند از ۱۶ هرتز بیشتر شود. انسان نور را پیوسته می‌بیند. پس باید شعاع دایره‌ای را بیابیم که در آن فاصله‌ی زمانی بین دو وضعیت یکسان کمتر از $\frac{۱}{۱۶}s$ شود،

$$T = \frac{۱}{۱۶}s$$

$$\theta = \omega T = \frac{۱cm}{R} \Rightarrow R = \frac{۱}{\omega T}$$

$$\omega = \frac{۳۰ \times ۲\pi}{۶۰}\pi rad / s$$

$$\Rightarrow R = \frac{۱}{\pi \times \frac{۱}{۱۶}} = \frac{۱۶}{\pi} \approx ۵ / ۱cm$$

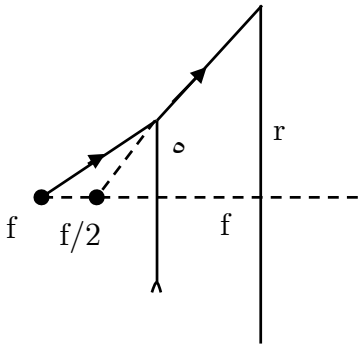


۱۱- ماخ گزینه [ج] صحیح است.

$$\frac{۱}{P} + \frac{۱}{q} = -\frac{۱}{f}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{f} + \frac{۱}{q} = -\frac{۱}{f} \Rightarrow q = -\frac{f}{۲}$$

$$\Rightarrow \frac{۲}{f + \frac{f}{۲}} = \frac{۵}{r} \Rightarrow \frac{۱}{۳} \Rightarrow r = ۱۵\, cm \Rightarrow ۲r = ۳۰\, cm$$



۱۲- ماخ پاسخ صحیح ندارد.

$$\rho_A \frac{V}{۲} + \rho_B \frac{V}{۲} = \rho \times V$$

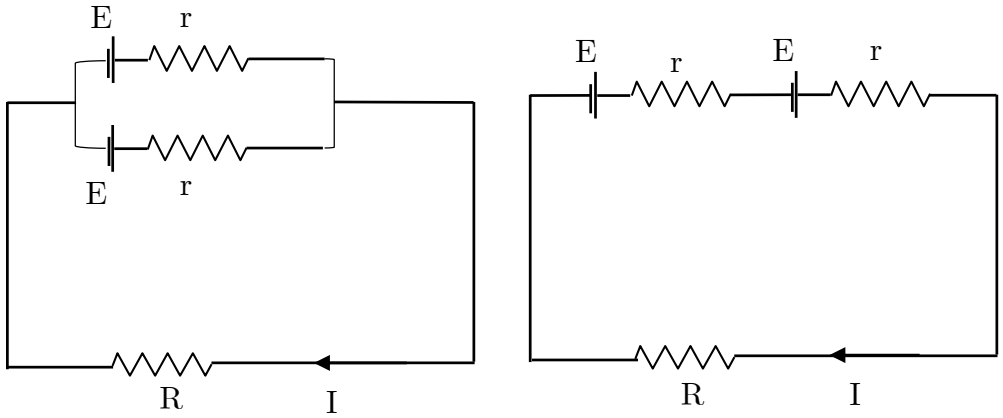
$$\Rightarrow \rho = \frac{\rho_A + \rho_B}{۲} \Rightarrow \rho_A + \rho_B = ۱۶\, g/cm^۳$$

$$\rho_A \times \frac{V}{۳} + \rho_B \frac{۲V}{۳} = \rho' \times V$$

$$۳\rho' = ۲\rho_B + \rho_A = ۱۸\, g/cm^۳$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \rho_A + ۲\rho_B = ۱۸ \\ \rho_A + \rho_B = ۱۶ \end{cases} \Rightarrow \rho_B = ۲ g/cm^۲ \Rightarrow \rho_A = ۱۴\, g/cm^۳$$

۱۳- گزینه [الف] صحیح است.



$$a: E - \frac{rI}{۲} - RI = ۰ \quad b: ۲E - ۲rI - RI = ۰$$

$$\Rightarrow I = \frac{E}{R + \frac{r}{۲}} \qquad \Rightarrow I = \frac{۲E}{۲r + R}$$

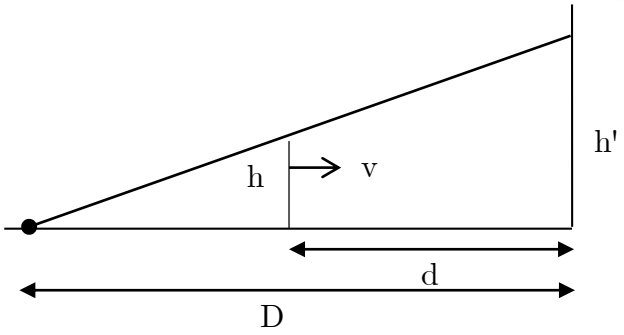
$$\Rightarrow P = RI^۲ = \frac{۴E^۲R}{(r + ۲R)^۲} \qquad \Rightarrow R = RI^۲ = \frac{۴E^۲R}{(R + ۲r)^۲}$$

$$\frac{dP}{dR} = \frac{۴E^۲(r - ۲R)}{(r + ۲R)^۳} = ۰ \qquad \frac{dP}{dR} = \frac{۴E^۲(۲r - R)}{(R + ۲r)^۳} = ۰$$

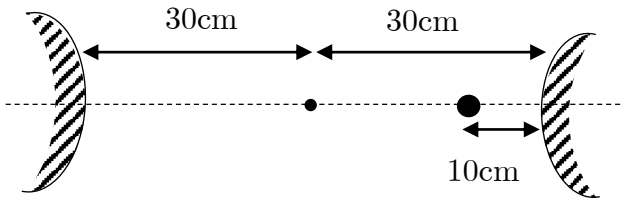
$$\Rightarrow R = \frac{r}{۲} \qquad \Rightarrow R = ۲r$$

۱۴- پاسخ صحیح ندارد.

$$\frac{D-d}{D}=\frac{h}{h'}$$
$$\Rightarrow h'=\frac{Dh}{D-d}$$
$$V'=\frac{dh'}{dt}=\frac{Dh}{(D-d)}\times V=\frac{DhV}{(D-d)^{۲}}$$



۱۵- پاسخ صحیح ندارد.



تصویر در آینه‌ی اول $\frac{۱}{P}+\frac{۱}{q}=-\frac{۱}{f}\Rightarrow\frac{۱}{۱۰}+\frac{۱}{q}=-\frac{۱}{۳۰}\Rightarrow\frac{۱}{q}=\frac{۳+۱}{۳۰}\Rightarrow q=-۷/۵\,cm$

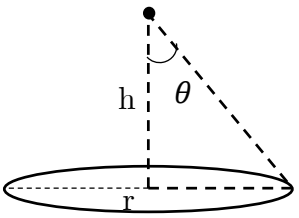
$\Rightarrow ۷/۵+۶۰=۶۷/۵\,cm$

تصویر در آینه‌ی دوم $\frac{۱}{۶۷/۵}+\frac{۱}{q'}=-\frac{۱}{۳۰}\Rightarrow-\frac{۱}{q'}=\frac{۱}{۳۰}+\frac{۱}{۶۷/۵}\Rightarrow q'\approx-۲۰/۸\,cm$

۱۶- گزینه [الف] صحیح است.

می‌دانیم روشنایی نور با معکوس فاصله به توان ۲ و کسینوس زاویه‌ی θ رابطه دارد:

$$\Rightarrow I\propto\frac{h}{(h^{۲}+r^{۲})^{\frac{۳}{۲}}}$$
$$\Rightarrow\frac{dI}{dh}=۰\Rightarrow\frac{(h^{۲}+r^{۲})^{\frac{۳}{۲}}-\frac{۳}{۲}\times۲h^{۲}(h^{۲}+r^{۲})^{\frac{۱}{۲}}}{(h^{۲}+r^{۲})^{۳}}=۰$$
$$\Rightarrow h^{۲}+r^{۲}-۳h^{۲}=۰\Rightarrow۲h^{۲}=r^{۲}\Rightarrow h=\frac{r}{\sqrt{۲}}$$



۱۷- گزینه [ب] صحیح است.

در سری کردن دو میله می‌توانیم ضریب رسانندگی معادل به کار ببریم:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t}=k_{Cu}A\frac{\Delta T_{۲}}{\Delta L}=k_{Fe}A\frac{\Delta T_{۱}}{\Delta L}=kA\frac{\Delta T}{\Delta L}$$
$$\left.\begin{array}{l}\Delta T_{۱}+\Delta T_{۲}=\Delta T\\ \Rightarrow k_{Cu}\Delta T_{۱}=k_{Fe}\Delta T_{۲}\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{k_{Fe}}{k_{Cu}}\Delta T_{۲}+\Delta T_{۲}=\Delta T\Rightarrow\Delta T_{۲}=\frac{\Delta T}{۱+\frac{k_{Fe}}{k_{Cu}}}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta Q}{\Delta t} = k_{Fe} A \times \frac{\Delta T}{1 + \frac{k_{Fe}}{k_{Cu}}} \times \frac{1}{\Delta T} = \frac{k_{Fe} k_{Cu}}{k_{Fe} + k_{Cu}} \times \frac{\Delta T}{\Delta L} A$$

$$\Rightarrow k = \frac{k_{Fe} k_{Cu}}{(k_{Fe} + k_{Cu})}$$

$$k_{Cu} \times 30\,\text{min} = k_{Fe} \times 75\,\text{min} \Rightarrow \frac{k_{Fe}}{k_{Cu}} = \frac{30}{75} = \frac{2}{5}$$

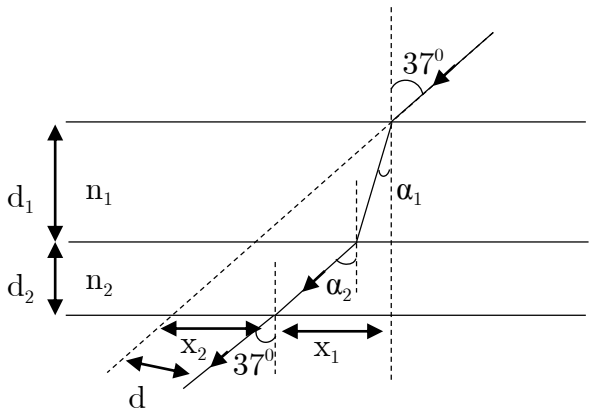
$$\Rightarrow 75 k_{Fe} = \Delta t \times k$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{75 k_{Fe}}{k}$$

$$k = \frac{k_{Fe}}{(1 + \frac{k_{Fe}}{k_{Cu}})} = \frac{k_{Fe}}{(1 + \frac{2}{5})} = \frac{5 k_{Fe}}{7}$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{75 \times k_{Fe}}{\frac{5 k_{Fe}}{7}} = 105\,\text{min}$$

۱۸- گزینه [ج] صحیح است.



$$\sin 37^\circ = n_1 \sin \alpha_1 \Rightarrow \sin \alpha_1 = 0/3 \Rightarrow \cos \alpha_1 = 0/95 \Rightarrow \tan \alpha_1 = 0/32$$

$$\Rightarrow n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2 = 0/4 \Rightarrow \cos \alpha_2 = 0/92 \Rightarrow \tan \alpha_2 = 0/43$$

$x_1 = d_1 \tan \alpha_1 + d_2 \tan \alpha_2 = 3/86\,cm$ جابه‌جایی افقی پرتو به دست می‌آید:

$x_2 = (d_1 + d_2) \tan 37^\circ - x_1 = 3/64\,cm$ انحراف افقی پرتو از مسیر اولیه:

$d = x_2 \sin(90 - 17) \simeq 3\,cm$ جابه‌جایی عرضی پرتو:

۱۹- گزینه [الف] صحیح است.

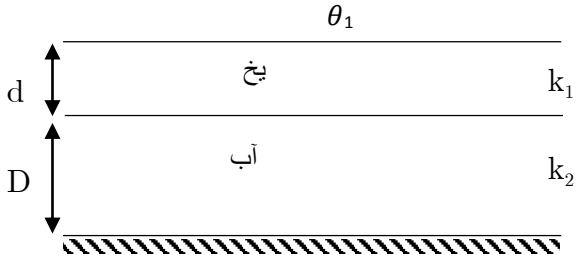
برای به دست آوردن Q و R به دو معادله از تعادل نیروها برای بارها نیازمندیم:

$$\Rightarrow \sum \vec{F} = ۰ \Rightarrow Q \text{ برای بار } \frac{q_۱(\vec{R}-\vec{r}_۱)}{۴\pi\varepsilon_۰ |\vec{R}-\vec{r}_۱|^۳} + \frac{q_۲(\vec{R}-\vec{r}_۲)}{۴\pi\varepsilon_۰ |\vec{r}_۲-\vec{R}|^۳} = ۰$$

$$q_۱ \text{ برای بار } \frac{Q(\vec{r}_۱-\vec{R})}{۴\pi\varepsilon_۰ |\vec{r}_۱-\vec{R}|^۳} + \frac{q_۲(\vec{r}_۱-\vec{r}_۲)}{۴\pi\varepsilon_۰ |\vec{r}_۱-\vec{r}_۲|^۳} = ۰$$

۲۰- ماخ گزینه [ب] صحیح است.

برای اینکه مقادیر d و D ثابت بمانند باید سیستم به حالت پایدار برسد. پس گرمای از دست رفته و گرفته شده برای هر دو ماده باید یکی باشد. در مرز آب و یخ دما صفر درجه است.

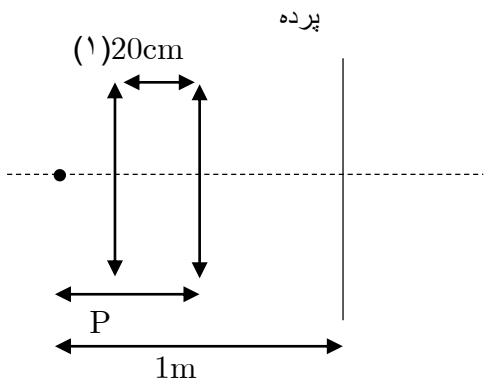


$$\frac{k_۱A(\theta_۱-۰)}{d} = \frac{k_۲A(\theta_۲-۰)}{D}$$

$$\Rightarrow \frac{k_۱\theta_۱}{d} = \frac{k_۲\theta_۲}{D} \Rightarrow \frac{d}{D} = \frac{\theta_۲k_۱\theta_۱}{k_۲\theta_۲}$$

۲۱- ماخ گزینه [د] صحیح است.

ابتدا فاصله‌ی شیء تا عدسی را بر حسب فاصله‌ی کانونی حساب می‌کنیم.



$$\frac{۱}{P} + \frac{۱}{q} = \frac{۱}{f} \Rightarrow \frac{۱}{p} + \frac{۱}{۱-p} = \frac{۱}{f}$$

$$\Rightarrow \frac{۱-p+p}{p(۱-p)} = \frac{۱}{f} \Rightarrow p(۱-p) = f \Rightarrow p^۲ - p + f = ۰$$

$$\Rightarrow p = \frac{۱ \pm \sqrt{۱-۴f}}{۲}$$

هر دو ریشه قابل قبول هستند. یکی از ریشه‌ها فاصله‌ی جسم تا عدسی در حالت اول و ریشه‌ی بعدی فاصله‌ی جسم تا عدسی در حالت دوم است. اختلاف فاصله‌ی دو حالت $۲۰cm$ است:

$$\frac{۱+\sqrt{۱-۴f}}{۲} - \frac{۱-\sqrt{۱-۴f}}{۲} = ۰/۲$$

$$\Rightarrow \frac{۲\sqrt{۱-۴f}}{۲} = ۰/۲$$

$$\Rightarrow ۱-۴f = ۰/۴ \Rightarrow ۴f = ۰/۹۶m$$

$$\Rightarrow f = ۲۴cm \Rightarrow p_۱ = ۰/۶ \, , p_۲ = ۰/۴$$

از فرمول بزرگ‌نمایی خطی می‌دانیم:

$$m = |\frac{q}{p}|$$

$$\Rightarrow \frac{m_۱}{m_۲}=\frac{\frac{q_۱}{p_۱}}{\frac{q_۲}{p_۲}}=\frac{\frac{۰/۴}{۰/۶}}{\frac{۰/۶}{۰/۴}}=(\frac{۰/۴}{۰/۶})^۲=\frac{۴}{۹}$$

۲۲- ماخ گزینه [الف] صحیح است.

از قانون نیوتن برای بار $-۲Q$ داریم:

$$-۲QE+\frac{Q\times ۲Q}{۴\pi\varepsilon_۰ L^۲}=\frac{M}{۲}a$$

برای بار $+Q$ داریم:

$$QE-\frac{۲Q}{۴\pi\varepsilon_۰ L^۲}=Ma'$$

برای اینکه فاصله‌ی نسبی دو بار ثابت بماند باید شتاب دو بار برابر باشد:

$$a'=a$$
$$\Rightarrow \frac{۴Q^۲}{۴\pi\varepsilon_۰ L^۲}-۴QE=QE-\frac{۲Q^۲}{۴\pi\varepsilon_۰ L^۲}$$
$$\Rightarrow \frac{۶Q^۲}{۴\pi\varepsilon_۰ L^۲}=۵QE\Rightarrow L=\sqrt{\frac{۳Q^۲}{۱۰\pi\varepsilon_۰ E}}$$

۲۳- ماخ گزینه [ب] صحیح است.

از قانون گازهای کامل می‌توانیم تعداد مول مولکول هوای اتاق را حساب کنیم:

$$PV=nRT\Rightarrow n=\frac{PV}{RT}$$

از تعریف گاز کامل می‌دانیم که مولکول‌های گاز انرژی پتانسیل ندارند و انرژی جنبشی آن‌ها در دمای صفر کلوین، صفر است. پس تغییرات انرژی درونی آن‌ها از دمای صفر کلوین تا دمای T همان انرژی جنبشی مولکول‌ها می‌باشد.

$$\Delta u=nC_{MV}\Delta T$$
$$\Delta u=\frac{PV}{RT}\times\frac{۵}{۲}R\times T=\frac{۵}{۲}PV$$
$$\Rightarrow \Delta u=mgh\Rightarrow h=\frac{۵PV}{۲mg}$$
$$\Rightarrow h=\frac{۵\times ۱۰^۵\times ۵۰}{۲\times ۵۰۰\times ۱۰}=۲۵۰۰m=۲/۵km$$

که به گزینه‌ی (ب) نزدیک‌تر است.

۲۴- ماخ گزینه [د] صحیح است.

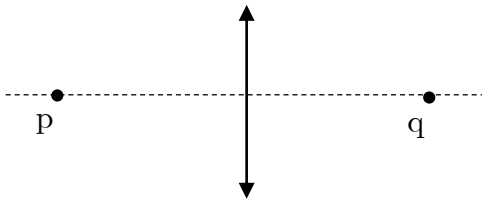
$$\frac{۱}{P}+\frac{۱}{q}=\frac{۱}{f}$$

$$\Rightarrow \frac{q+p}{pq}=\frac{۱}{f}\Rightarrow \frac{pq}{q+p}=f$$

$$D=p+q\Rightarrow q=D-p$$

$$\Rightarrow \frac{p(D-p)}{D}=f\Rightarrow pD-p^{۲}=fD$$

$$\Rightarrow D=\frac{p^{۲}}{p-f}$$



برای اینکه D کمینه شود.

$$\frac{dD}{dp}=۰\Rightarrow \frac{۲p(p-f)-p^{۲}}{(p-f)^{۲}}=۰$$

$$\Rightarrow p^{۲}-۲pf=۰\Rightarrow p=۲f$$

$$\Rightarrow D=\frac{(۲f)^{۲}}{۲f-f}=\frac{۴f^{۲}}{f}=۴f$$

۲۵- گزینه [د] صحیح است.

اگر جهت مثبت را رو به پایین بگیریم. سرعت سنگ اول در هر لحظه برابر است با: $V_۱=gt-V_۰$

اندازه‌ی سرعت سنگ دوم بعد از پرتاب برابر است با:

$$V_۲=g(t-۱۰)$$

سرعت نسبی سنگ دوم نسبت به اول برابر است با:

$$\Rightarrow V_۲-V_۱=g(t-۱۰)-(gt-V_۰)$$

$$\Rightarrow V_۲-V_۱=V_۰-۱۰۰$$

اگر سرعت نسبی سنگ‌ها منفی باشد. یعنی فاصله‌ی آن‌ها کم شود دو سنگ می‌توانند به هم برسند:

$$V_۰<۱۰۰m/s$$

از طرفی می‌دانیم اگر سرعت اولیه طوری باشد که سنگ اول قبل از رها شدن سنگ دوم از نقطه‌ی اولیه عبور کند دو سنگ هیچگاه به هم نمی‌رسند.

$$V_۰=gt_۰-V_۰$$

$$\Rightarrow \frac{۲V_۰}{g}=t_۰\Rightarrow ۱۰s\Rightarrow \frac{۲V_۰}{g}>۱۰\Rightarrow V_۰>۵۰m/s\Rightarrow ۵۰m/s<V_۰<۱۰۰\ m/s$$

۲۶- گزینه [الف] صحیح است.

اگر جسمی در داخل دستگاه شتاب‌داری قرار گیرد. یک نیروی مجازی برابر با شتاب دستگاه ضرب در جرم جسم به آن وارد می‌شود. جهت این نیرو خلاف جهت شتاب دستگاه است. پس اگر رو به جنوب بایستیم و سکه روبه روی شخص بیافتد. پس نیرویی رو به جنوب به سکه وارد شده است. بنابراین شناب دستگاه به طرف شمال است. در این صورت گزینه (الف) صحیح است.

۲۷- گزینه [ج] صحیح است.

سرعت قدم زدن یک انسان معمولی تقریباً $۳\,km/h$ است. یک انسان در طول روز حدود ۳ ساعت قدم می‌زند. طول عمر یک انسان را ۶۰ سال در نظر می‌گیریم:

$$۶۰\times ۳۶۵\times ۳\times ۳\approx ۱۰^{۵}km$$

۲۸- ماخ گزینه [ب] صحیح است.

ماکسیمم توان ورودی به یخچال برابر است با:

$$P'=P(\frac{T}{T'}-۱)$$

که T' دمای داخل یخچال است. در حالت تعادل این توان با توان لامپ برابر است:

$$P=(\frac{T}{T'}-۱)P\Rightarrow \frac{T}{T'}=۲\Rightarrow T'=\frac{T}{۲}$$

۲۹- ماخ گزینه [ج] صحیح است.

تقریباً $۵۰۰s$ طول می‌کشد تا نور خورشید به زمین برسد. پس فاصله‌ی زمین تا خورشید را می‌توانیم حساب کنیم:

$$R=۵۰۰\times ۳\times ۱۰^{۸}=۱/۵\times ۱۰^{۱۱}m$$

جرم ماده‌ی اولیه‌ی جهان می‌شود:

$$M=\frac{۴}{۳}\pi R^{۳}\rho=\frac{۴}{۳}\pi\times(۱/۵\times ۱۰^{۱۱})^{۳}\times ۱۰^{۱۸}kg$$

$$\Rightarrow M=۱/۴\times ۱۰^{۵۲}kg$$

می‌دانیم جرم پروتون و نوترون تقریباً برابر است و از جرم الکترون در برابر پروتون و نوترون می‌توان صرف‌نظر کرد. جرم پروتون تقریباً $۱/۷\times ۱۰^{-۲۷}kg$ است.

$$N=\frac{M}{۲\times ۱/۷\times ۱۰^{-۲۷}}=$$ تعداد هریک از ذرات با فرض برابر بودن

$$N=\frac{۱/۴\times ۱۰^{۵۲}}{۳/۴\times ۱۰^{-۲۷}}=۴/۱۰^{۷۸}$$

$$=۳N=۱/۲\times ۱۰^{۷۹}\approx ۱۰^{۷۹}$$

۳۰- ماخ گزینه [ج] صحیح است.

ابتدا رابطه‌ی دمای بنزن و سانتی‌گراد را پیدا می‌کنیم:

$$\frac{۸۰/۱-۵/۵}{۱۰۰}=۰/۷۴۶$$

یعنی هر $۰/۷۴۶^{\circ}C$ معادل $۱^{\circ}B$ است.

$$۱۰۰-۸۰/۱=۱۹/۹^{\circ}C$$

$$\frac{۱۹/۹}{۰/۷۴۶}=۲۶/۷^{\circ}B\Rightarrow ۱۰۰+۲۶/۷=۱۲۶/۷^{\circ}B\approx ۱۲۷^{\circ}B$$

۳۱- ماخ گزینه [د] صحیح است.

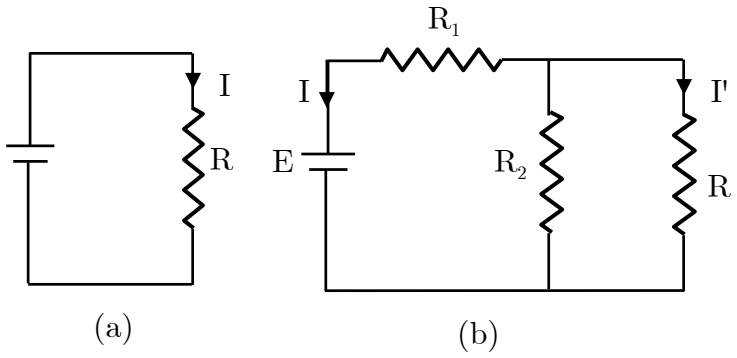
برای اینکه جریان گذرنده از هر دو باتری یکسان باشد باید مقاومت معادل از دو سر باتری در هر دو حالت یکی باشد:

$$R=\frac{RR_۲}{R+R_۲}+R_۱$$

$$\Rightarrow R^۲+RR_۲=RR_۲+R_۱R+R_۱R_۲$$

$$\Rightarrow R^۲-RR_۱-R_۱R_۲=۰$$

$$I'=۰/۱I, I=\frac{E}{R}$$



$$\Rightarrow \frac{E-\frac{ER_۱}{R}}{R}=۰/۱\frac{E}{R}\Rightarrow ۱-\frac{R_۱}{R}=۰/۱\Rightarrow \frac{R_۱}{R}=۰/۹\Rightarrow R_۱=۰/۹R$$

$$\Rightarrow R_۱R_۲=R^۲-RR_۱=R^۲-۰/۹R^۲=۰/۱R^۲$$

۳۲- ماخ گزینه [الف] صحیح است.

قطعه از ارتفاع H بالای سطح آب رها شده است. سرعت و زمان رسیدن قطعه به سطح آب برابر می‌شود با:

$$V_۰=\sqrt{۲gH}\ ,t_۰=\sqrt{\frac{۲H}{g}}$$

با صرف‌نظر از کشش سطحی آب، اگر فرض کنیم قطعه با همان سرعت $V_۰$ وارد آب می‌شود. در داخل آب:

$$F-mg=ma\Rightarrow a=\frac{F-mg}{m}$$

$$\Rightarrow y=\frac{۱}{۲}\frac{F-mg}{m}t^۲-V_۰t\Rightarrow y=۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t=۰ & \text{(لحظه ورود به آب)} \\ t=\frac{۲mV_۰}{F-mg}=\frac{۲mg}{F-mg}\sqrt{\frac{۲H}{g}} & \text{(زمان برگشت به سطح آب)} \end{cases}$$

$$T=\frac{۲mg}{F-mg}\sqrt{\frac{۲H}{g}}+\sqrt{\frac{۲H}{g}}=\frac{F+mg}{F-mg}\sqrt{\frac{۲H}{g}}$$

۳۳- ماخ گزینه [ج] صحیح است.

زمان نفت از مخزن لبریز می‌شود که حجم نفت از حجم مخزن بزرگ‌تر شود.

$V_۱=\pi\times ۳^۲\times ۹/۵\,m^۲$، حجم نفت در $-۱۰^\circ C$

$-۱۰^\circ C$ حجم مخزن در $V_۲ = \pi \times ۳^۲ \times ۱۰ m^۲$

$$\Rightarrow V_۱' = V_۱(۱ + ۱۰^{-۳}\Delta T)$$
$$\Rightarrow V_۲' = V_۲(۱ + ۳ \times ۱۰^{-۵}\Delta T)$$
$$\Rightarrow V_۱' > V_۲'$$
$$\Rightarrow = V_۱(۱ + ۱۰^{-۳}\Delta T) > V_۲(۱ + ۳ \times ۱۰^{-۵}\Delta T)$$
$$\Rightarrow ۹\pi \times ۹/۵(۱ + ۱۰^{-۳}\Delta T) > ۹\pi \times ۱۰(۱ + ۳ \times ۱۰^{-۵}\Delta T)$$
$$\Rightarrow ۹/۵ \times ۱۰^{-۳}\Delta T - ۳۰ \times ۱۰^{-۵}\Delta T > ۰/۵$$
$$\Rightarrow \Delta T(۰/۰۰۹۲) > ۰/۵$$
$$\Delta T > ۵۴/۳^\circ C$$
$$\Rightarrow T - ۱۰ = ۵۴/۳^\circ C \Rightarrow T = ۴۴/۳^\circ C$$

۳۴- ماخ گزینه [الف] صحیح است.

میدان گرانشی یک جسم کروی برابر است با:

$$F = \frac{GM(r)}{r^۲}$$

که $M(r)$ جرمی از ستاره است که داخل کره‌ای به شعاع r و هم مرکز با ستاره است. از این فرمول درمی‌یابیم که بیشینه میدان گرانشی در سطح جسم است.

شتاب ناشی از چرخش سیاره برابر است با: $a = r\omega^۲$

که r فاصله از محور چرخش است. ماکسیمم این شتاب در سطح ستاره روی استوای ستاره است. این شتاب رو به بیرون است.

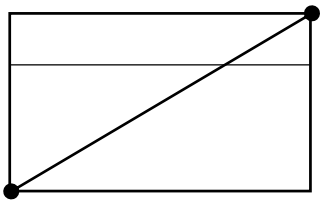
$$r\omega^۲ = \frac{G \times \frac{۴}{۳}\pi r^۳ \rho}{r^۲}$$

برای اینکه ستاره از هم نپاشد باید این شتاب کمتر از میدان گرانشی باشد.

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{۴}{۳}\pi\rho G} \Rightarrow F = \frac{\omega}{۲\pi} = \sqrt{\frac{\rho G}{۳\pi}}$$
$$\Rightarrow F = \sqrt{\frac{۱۰^{۱۸} \times ۶/۶۷ \times ۱۰^{-۱۱}}{۳\pi}} = ۲/۷ \times ۱۰^۳ Hz$$

۳۵- ماخ گزینه [ب] صحیح است.

مورچه می خواهد به نقطه‌ای واقع در رأس مقابل برسد. می‌دانیم کوتاه‌ترین مسیر بین دو نقطه خط مستقیم بین دو نقطه است. اما مورچه نمی‌تواند روی خط مستقیم بین دو رأس روی قطر مکعب حرکت کند. پس مورچه باید حداقل روی دو سطح مجاور مکعب مستطیل حرکت کند. حال اگر دو سطح مجاور را که برهم عمودند در کنار هم قرار دهیم، مورچه برای اینکه کوتاه‌ترین مسافت را طی کند. باید روی قطر مستطیل به وجود آمده حرکت کند. برای سه حالت ممکن داریم:



$$\sqrt{(۲+۴۰)^۲+۸۰^۲}=۱۰۰cm$$

$$\sqrt{(۴۰+۶۰)^۲+۸۰^۲}=۱۲۸cm$$

$$\sqrt{(۶۰+۸۰)^۲+۴۰^۲}=۱۴۵/۶cm$$

پس کوتاه‌ترین مسافتی که مورچه می‌تواند طی کند $۱۰۰cm$ است.

کلید سوالات

۱ الف ب **د** هـ	۲۱ الف ب ج **هـ**	۴۱ الف ب ج د هـ
۲ **الف** ج د هـ	۲۲ **ب** ج د هـ	۴۲ الف ب ج د هـ
۳ الف ب **ج** هـ	۲۳ **الف** ج د هـ	۴۳ الف ب ج د هـ
۴ الف ب **د** هـ	۲۴ الف ب ج **هـ**	۴۴ الف ب ج د هـ
۵ الف ب ج **هـ**	۲۵ الف ب ج **هـ**	۴۵ الف ب ج د هـ
۶ الف ب **د** هـ	۲۶ **ب** ج د هـ	۴۶ الف ب ج د هـ
۷ الف ب **د** هـ	۲۷ الف **ب** د هـ	۴۷ الف ب ج د هـ
۸ **الف** ج د هـ	۲۸ **الف** ج د هـ	۴۸ الف ب ج د هـ
۹ **الف** ج د هـ	۲۹ الف **ب** د هـ	۴۹ الف ب ج د هـ
۱۰ **الف** ج د هـ	۳۰ الف **ب** د هـ	۵۰ الف ب ج د هـ
۱۱ الف ب **د** هـ	۳۱ الف ب ج **هـ**	۵۱ الف ب ج د هـ
۱۲ الف ب ج د هـ	۳۲ **ب** ج د هـ	۵۲ الف ب ج د هـ
۱۳ **الف** ج د هـ	۳۳ الف **ب** د هـ	۵۳ الف ب ج د هـ
۱۴ الف ب ج د هـ	۳۴ **ب** ج د هـ	۵۴ الف ب ج د هـ
۱۵ الف ب ج د هـ	۳۵ **الف** ج د هـ	۵۵ الف ب ج د هـ
۱۶ **الف** ج د هـ	۳۶ الف ب ج د هـ	۵۶ الف ب ج د هـ
۱۷ **الف** ج د هـ	۳۷ الف ب ج د هـ	۵۷ الف ب ج د هـ
۱۸ الف ب **د** هـ	۳۸ الف ب ج د هـ	۵۸ الف ب ج د هـ
۱۹ **الف** ج د هـ	۳۹ الف ب ج د هـ	۵۹ الف ب ج د هـ
۲۰ **الف** ج د هـ	۴۰ الف ب ج د هـ	۶۰ الف ب ج د هـ