جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش

ماخ

دفترچه سوالات و پاسخ تشریحی
مرحله اول
بیست و چهارمین دوره‌ی المپیاد فیزیک سال ۱۳۸۹

تعداد سوالات		مدت آزمون (دقیقه)
سوالات چند گزینه‌ای	مساله‌های تشریحی	
۳۰	۵	۱۸۰

توضیحات مهم

استفاده از ماشین حساب ممنوع است.

تذکرات آزمون:

ضمن آرزوی موفقیت برای شما دانش‌پژوه گرامی، خواهشمند است قبل از پاسخ به سؤالات آزمون به موارد زیر توجه کنید:

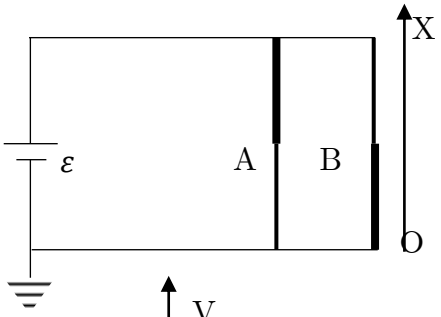
- این آزمون شامل **۳۰ سوال تستی و ۵ مسأله‌ی تشریحی** و وقت آن **۱۸۰ دقیقه** است.
- نمره‌ی هر سوال در ابتدای آن نوشته شده است.
- استفاده از ماشین‌حساب در این آزمون مجاز است.
- همراه داشتن تلفن همراه (حتی خاموش) در طول زمان آزمون مجاز **نیست**.
- فقط داوطلبانی می‌توانند دفترچه‌ی سؤالات را با خود ببرند که تا پایان آزمون در جلسه حضور داشته باشند.
- آماده‌سازی پاسخنامه‌ی این آزمون توسط **ایرانفو، مرجع المپیاد فیزیک ایران** انجام شده است.
- جمع‌آوری و آماده‌سازی دفترچه‌ی سوالات این آزمون توسط **کمیته‌ی علمی ماخ** انجام شده است.

ایرانفو
مرجع المپیاد فیزیک ایران

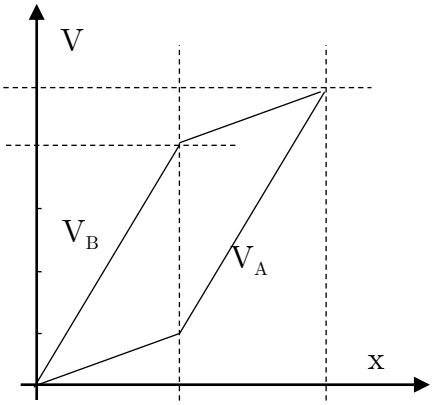
www.MAAKH.ir

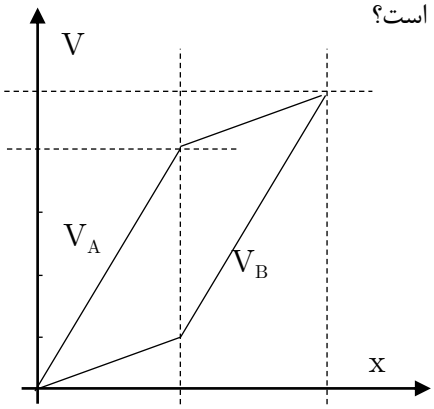
کلیه حقوق این سوالات برای ماخ محفوظ است.

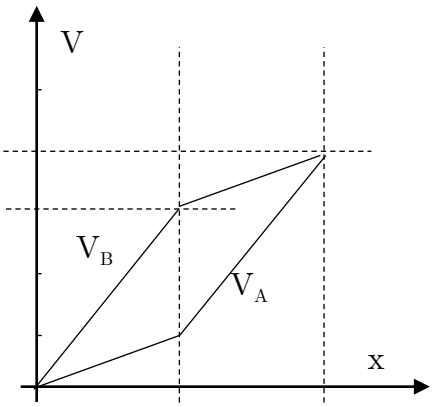
۱- در مداری که در شکل نشان داده شده شاخه‌های A و B از دو سیم با جنس یکسان و طول‌های یکسان ساخته شده است. قطر سیم در قسمت کلفت‌تر در هر شاخه دو برابر قسمت نازکتر است. محور x به موازات سیم‌ها است و مبداء آن نقطه‌ی o است. پتانسیل نقطه‌ای به مختصه‌ی x در شاخه‌ی A، $V_A(x)$ و در شاخه‌ی $V_B(x)$ است.

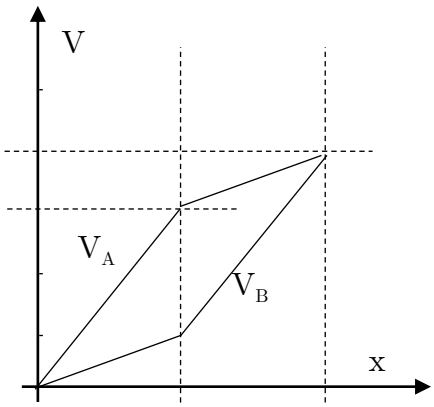


کدام نمودار درست است؟









۲- کابل مقاومت‌دار یکنواختی به طول ℓ با غلاف نارسانا از زیرزمین عبور کرده و در نقاط A و B در دسترس است. در زیرزمین و در فاصله‌ای نامعلوم x از سر A، غلاف نارسانا ساییده شده و جریان الکتریکی از این نقطه وارد زمین می‌شود. زمین را رسانایی با پتانسیل صفر می‌گیریم. فرض می‌کنیم در محل ساییدگی، کابل با مقاومت الکتریکی R به زمین وصل است. می‌خواهیم x را بیابیم. برای این کار ابتدا سر A را به پتانسیل V_A نسبت به زمین وصل می‌کنیم و پتانسیل سر آزاد B را نسبت به زمین می‌سنجیم. فرض کنید ابتدا پتانسیل V باشد. بار دیگر، سر B را به پتانسیل قابل تنظیمی وصل می‌کنیم و پتانسیل آن نسبت به زمین، V_B را چنان تنظیم می‌کنیم که پتانسیل سر آزاد A نسبت به زمین V شود. فاصله‌ی مجهول x از کدام رابطه به دست می‌آید؟

الف) $\frac{\ell}{x}=1+\frac{V_B-V}{V_A-V}$ ب) $\frac{x}{\ell}=1-\frac{V_A-V}{V_B+V_A}$ ج) $\frac{\ell}{x}=1+\frac{V_A-V}{V_B-V}$ د) $\frac{x}{\ell}=1-\frac{V_B-V}{V_B+V_A}$

۳- سیم ∩ شکل فلزی که مقاومت الکتریکی آن ناچیز است، در صفحه‌ای قائم نگه داشته شده است. میله‌ی افقی AD به طول ℓ و جرم m و مقاومت الکتریکی R می‌تواند آزادانه بر روی بازوهای قائم سیم ∩ شکل بلغزد. میدان مغناطیسی یکنواخت B بر صفحه‌ی سیم ∩ شکل عمود است. میله‌ی افقی را رها می‌کنیم تا به اندازه‌ی h سقوط کند. شتاب گرانش g است. اگر میله در این فاصله تقریباً به سرعت ثابتی، که به آن سرعت حد می‌گویند، رسیده باشد، کل گرمای تولید شده، در این فاصله‌ی زمانی چه قدر است؟

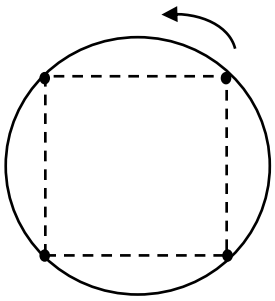
الف) $\frac{m^۳g^۲R^۲}{۲\ell^۴B^۴}$ ب) $m\ g\ h$

ج) $m\ g\ \ h+\frac{m^۳g^۲R^۲}{۲\ \ell^۴\ B^۴}$ د) $m\,g\,h-\frac{m^۳g^۲R^۲}{۲\,\ell^۴B^۴}$

۴- گلوله‌ی کوچکی به جرم m به انتهای نخی به طول ℓ در نقطه‌ی O بسته شده و مجموعه مانند آونگ ساده‌ای در صفحه‌ای عمودی نوسان می‌کند. دوره‌ی نوسان این آونگ در این حالت T است. اگر در نقطه‌ی O' که به فاصله‌ی $\frac{\ell}{n}$ از نقطه‌ی O و درست در زیر آن است. میخی قرار دهیم به طوری که نخ آونگ در هنگام حرکت به آن برخورد کند. دوره‌ی نوسان آونگ در این حالت T' می‌شود. در هرحال دامنه‌ی نوسان کوچک است. نسبت $\frac{T'}{T}$ کدام است؟

الف) ۱ ب) $\frac{۱}{۲}+\sqrt{\frac{n-۱}{۴n}}$ ج) $\frac{۱}{۲}+\sqrt{\frac{n-۱}{۴(n+۱)}}$ د) $\sqrt{\frac{n-۱}{n}}$

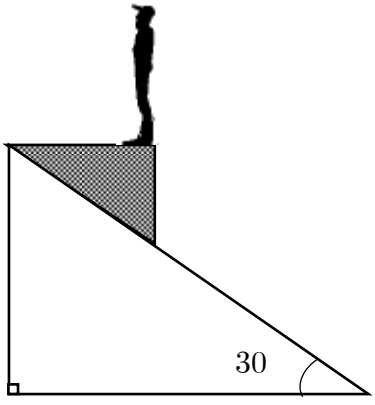
۵- چهار جرم مشابه m که مطابق شکل روی رأس‌های مربعی به ضلع a قرار دارند، بر اثر نیروی گرانش بین خودشان روی دایره‌ای با سرعت زاویه‌ی ω می‌گردند. کدام گزینه درست است؟



الف) $\omega=\sqrt{\frac{Gm}{a^۳}(\frac{۱}{۲}+\sqrt{۲})}$ ب) $\omega=\sqrt{\frac{Gm}{a^۳}(\frac{\sqrt{۲}}{۲}+۲)}$

ج) $\omega=\sqrt{\frac{Gm}{a^۳}(\frac{۱}{۲\sqrt{۲}}+\sqrt{۲})}$ د) $\omega=\sqrt{\frac{Gm}{a^۳}(\frac{-۱}{۲}+\sqrt{۲})}$

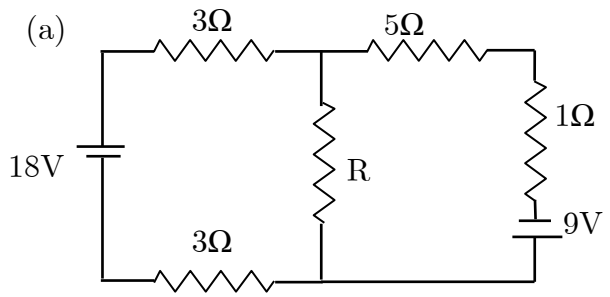
۶- شخصی روی سکوی متحرکی مطابق شکل ایستاده است. این سکو روی سطح شیبداری است که با افق زاویه‌ی ۳۰° می‌سازد. در حالی که سکو به پایین می‌لغزد، نیروی قائمی که سکو به شخص وارد می‌کند $\frac{۱۵}{۱۶}$ وزن شخص است. ضریب اصطکاک بین سکو و سطح شیبدار چقدر است؟

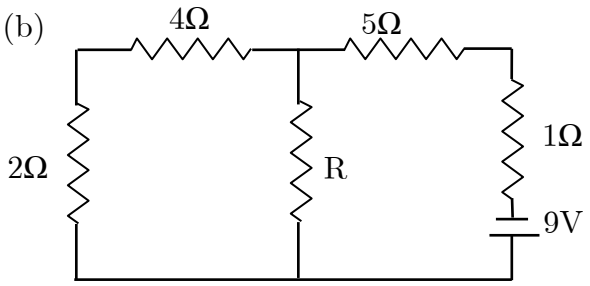


الف) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ب) $\frac{\sqrt{۳}}{۴}$

ج) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ د) $\frac{۲}{۳}$

۷- در مدارهای (a) و (b) شکل زیر، مقاومت R یکسان است. نسبت توان مصرفی در مقاومت R در مدار (a) به توان مصرفی در این مقاومت در مدار (b) چقدر است؟



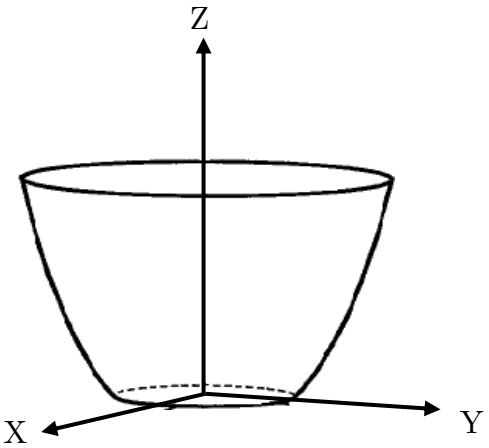


الف) ۴ ب) $\frac{۱}{۴}$ ج) ۱ د) $\frac{۹}{۴}$

۸- پرتابه‌ای را با سرعت اولیه‌ی $v_۰$ و زاویه‌ی α نسبت به افق پرتاب می‌کنیم. $v_۰$ چقدر باشد تا پس از زمان T پرتابه در حین پایین آمدن در نصف ارتفاع نقطه‌ی اوج خود باشد؟

الف) $\frac{۲gT}{(۲-\sqrt{۲})\sin\alpha}$ ب) $\frac{gT(\sqrt{۲}-۱)}{\sin\alpha}$ ج) $\frac{gT\cos\alpha}{۲+\sqrt{۲}}$ د) $\frac{gT(۲-\sqrt{۲})}{\sin\alpha}$

۹- فنجانی مطابق شکل در نظر بگیرید. فرض کنید این فنجان از چرخاندن سهمی $z=ax^۲-h$ در صفحه‌ی xz حول محور z ایجاد شده است، به طوری که بخش $z<۰$ سهمی بریده شده و صفحه‌ی تختی کف آن چسبانده شده است. a و h مقادیر ثابت و مثبت هستند. ارتفاع فنجان H است. فنجان را با مایعی به چگالی ρ پر می‌کنیم. جرم مایع M وفشار هوای بیرون $P_۰$ است. اندازه‌ی نیرویی که مایع به دیواره‌ی جانبی فنجان وارد می‌کند چقدر است؟



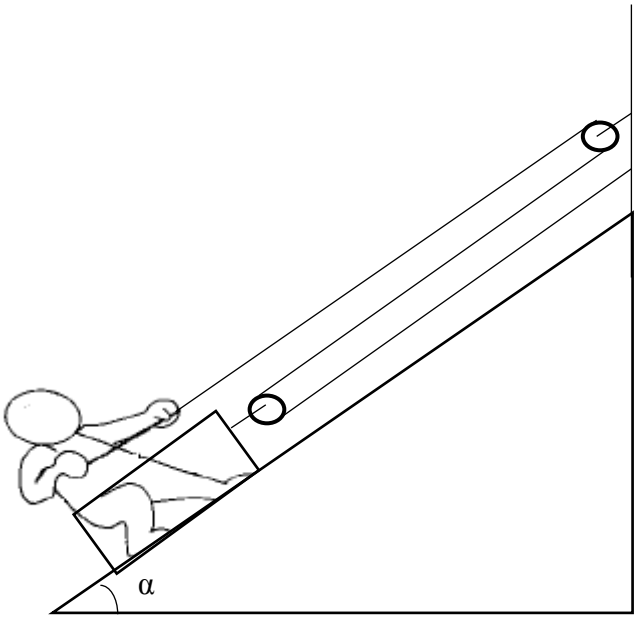
الف) $Mg-\frac{\pi h H \rho g - P_۰ \pi (H+h)}{\alpha}$

ب) $Mg-\frac{\pi h(H+h)\rho g - P_۰ \pi (H+h)}{\alpha}$

ج) $Mg-\frac{\pi h H \rho g - P_۰ \pi H}{\alpha}$

د) $Mg-\frac{\pi h (H+h)\rho g + P_۰ \pi h}{\alpha}$

۱۰- شخصی به جرم m درون جعبه‌ای به جرم m' ایستاده است. جعبه روی سطح شیب‌دار بدون اصطکاکی است که با افق زاویه‌ی α می‌سازد. شخص طنابی را که در شکل مشخص شده با نیروی ثابت F به موازات سطح شیب‌دار می‌کشد، و به این ترتیب شخص و جعبه روی سطح شیب‌دار بالا می‌روند. جرم قرقره‌ها و نخ ناچیز است. اگر مجموعه از حالت سکون شروع به حرکت کند، پس از زمان t چه طولی از طناب از داخل دستان شخص رد می‌شود؟



الف) $(\frac{۳F}{m'} - g\sin\alpha)t^۲$

ب) $(\frac{۳F}{m+m'} - g\sin\alpha)t^۲$

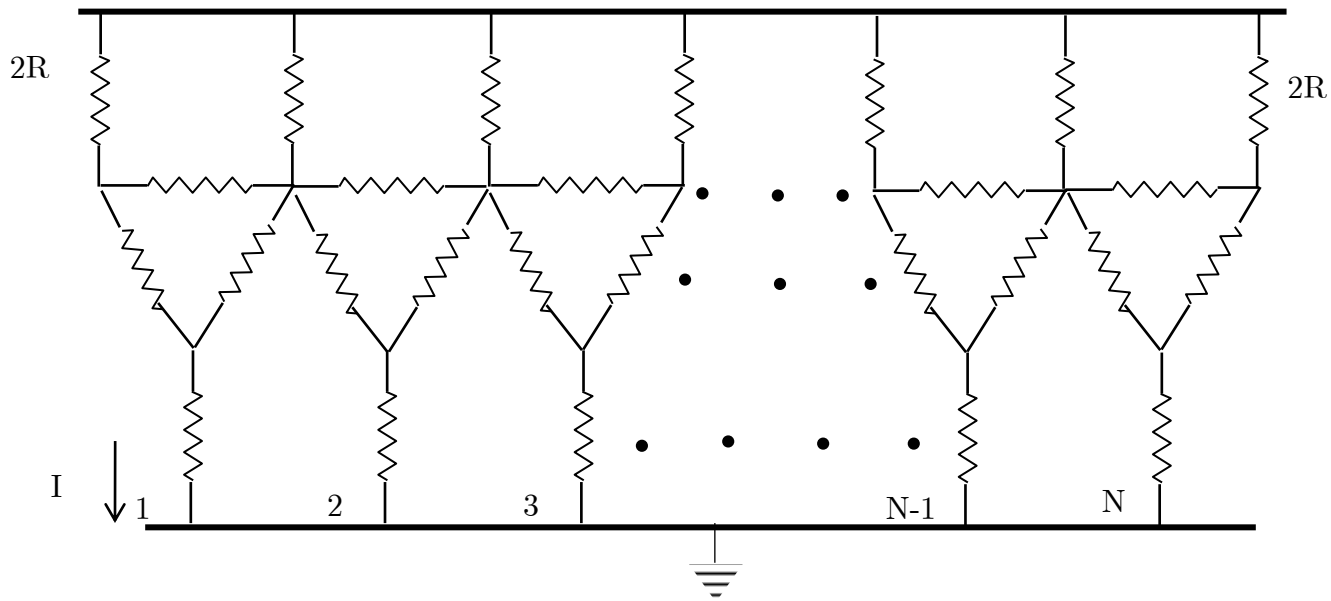
ج) $\frac{۳}{۲}(\frac{۳F}{m'} - g\sin\alpha)t^۲$

د) $\frac{۳}{۲}(\frac{۳F}{m+m'} - g\sin\alpha)$

۱۱- برای رنگ‌آمیزی یک مجسمه‌ی برنجی توپر بزرگ، ۱۰۰ قوطی رنگ لازم است. این مجسمه را ذوب می‌کنیم و با آن ۱۰۰۰ مجسمه‌ی برنزی توپر کوچک هم‌اندازه، که همگی متشابه مجسمه‌ی اصلی‌اند، می‌سازیم. برای رنگ‌آمیزی این ۱۰۰۰ مجسمه چند قوطی رنگ لازم است؟ ضخامت لایه‌ی رنگ در هر دو حالت یکسان است.

الف) ۱۰ ب) ۱۰۰ ج) ۱۰۰۰ د) ۱۰۰۰۰

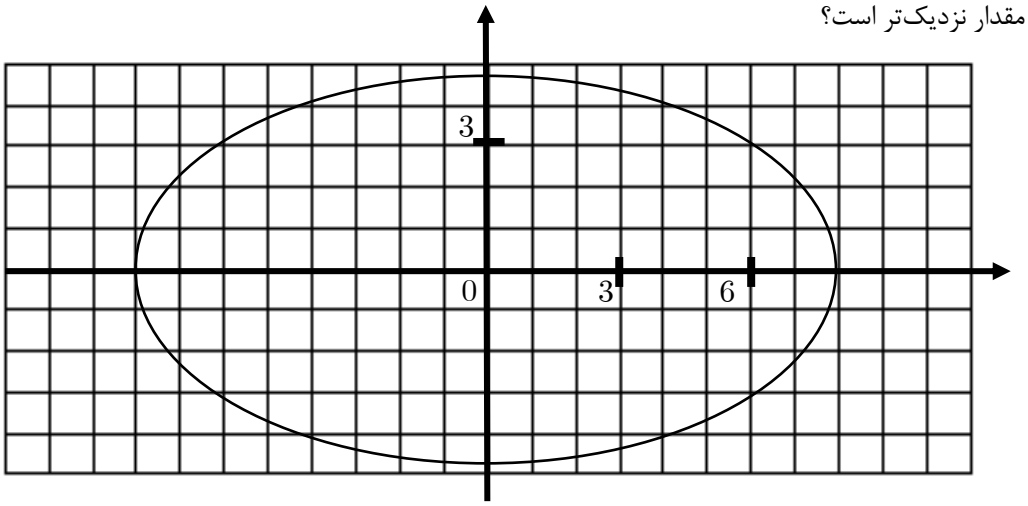
۱۲- در مدار شکل، در ردیف پایین N مقاومت مشابه R قرار دارد. مقاومت‌های انتهایی ردیف بالا $۲R$ و بقیه‌ی مقاومت‌ها، همگی R هستند. اگر انتهای مقاومت‌های ردیف بالا به پتانسیل $V_۰$ وصل شده باشد، جریان I در شکل چقدر است؟



الف) $\frac{۲V_۰(N+۱)}{R(۵N+۳)}$ ب) $\frac{۲V_۰(N+۱)}{R(۵N+۲)}$ ج) $\frac{V_۰}{۲R}$ د) $\frac{۲V_۰}{۵R}$

www.iranpho.ir
www.MAAKH.ir

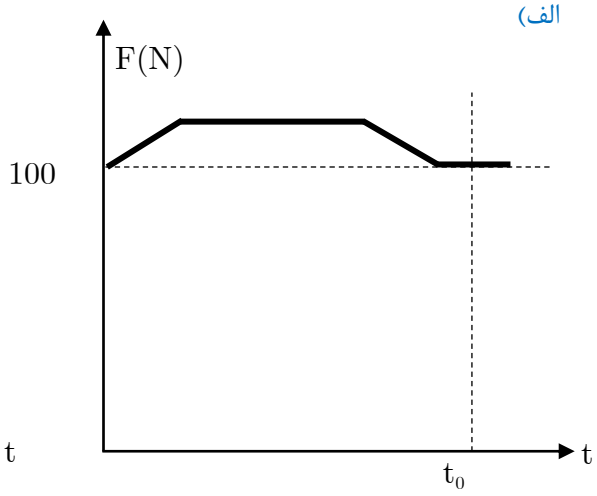
۱۳- منحنی سرعت ـ مکان ذره‌ای مطابق شکل است. هنگامی که سرعت ذره $۶\frac{m}{s}$ و مکان آن $۳m$ است، اندازه‌ی شتاب ذره به کدام مقدار نزدیک‌تر است؟



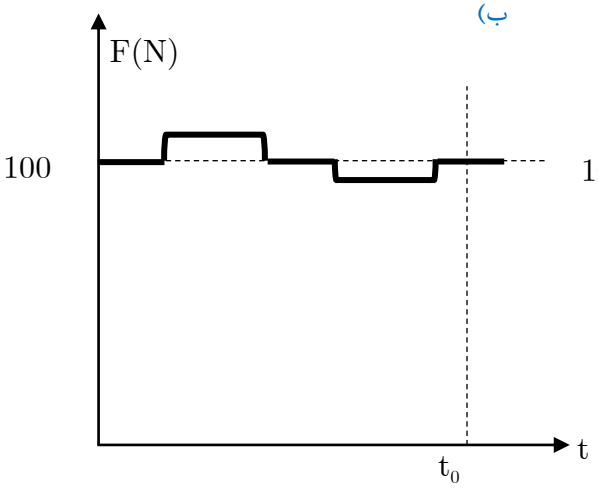
الف) $\alpha = ۲\frac{m}{s^۲}$ ب) $\alpha = ۴\frac{m}{s^۲}$ ج) $\alpha = ۸\frac{m}{s^۲}$ د) $\alpha = ۱۶\frac{m}{s^۲}$

۱۴- جسمی به جرم $۱۰kg$ کف یک آسانسور قرار دارد. آسانسور از حال سکون به طرف بالا به راه می‌افتد و پس از مدت t در ارتفاع معینی می‌ایستد کدام نمودار می‌تواند نشان‌دهنده‌ی بستگی زمانی نیرویی باشد که کف آسانسور به جسم وارد می‌کند؟

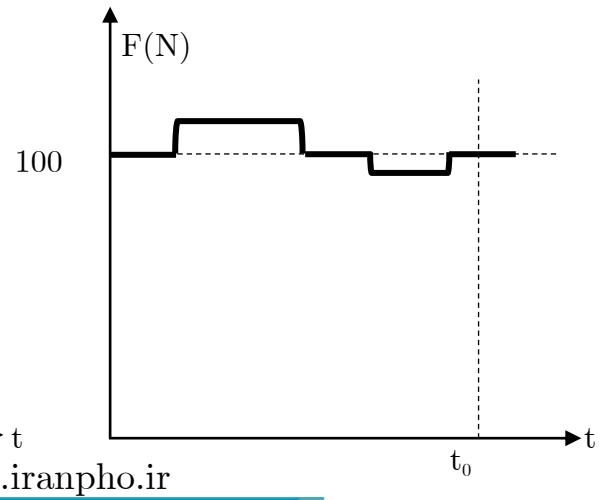
الف)



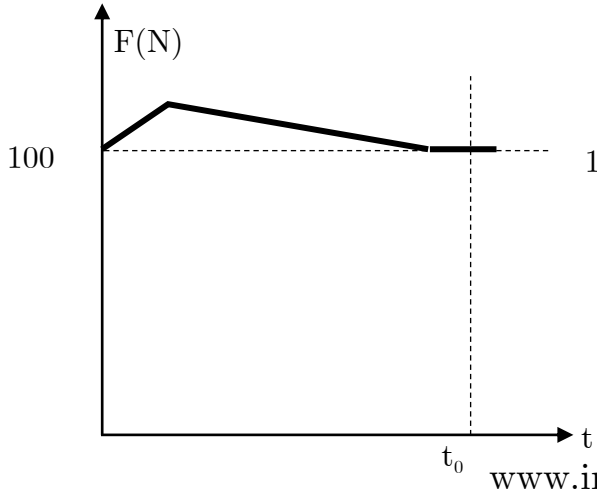
ب)



ج)

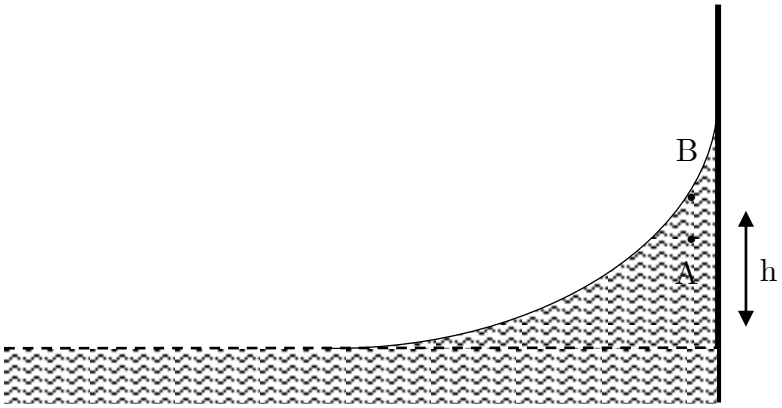


د)



www.iranpho.ir
www.MAAKH.ir

۱۵- مایعی به چگالی ρ کنار یک دیوار، به علت چسبندگی، کمی از آن بالا می‌رود. مطابق شکل نقطه‌ی A نقطه‌ای درون مایع درست زیر سطح مایع است، طوری که ارتفاع آن از سطح مایع در فاصله‌ی دور از دیوار، h است. نقطه‌ی B در نزدیکی A و درست بالای سطح مایع است. شتاب گرانش g است. اختلاف فشار این دو نقطه، $P_A - P_B$ تقریباً برابر است با:

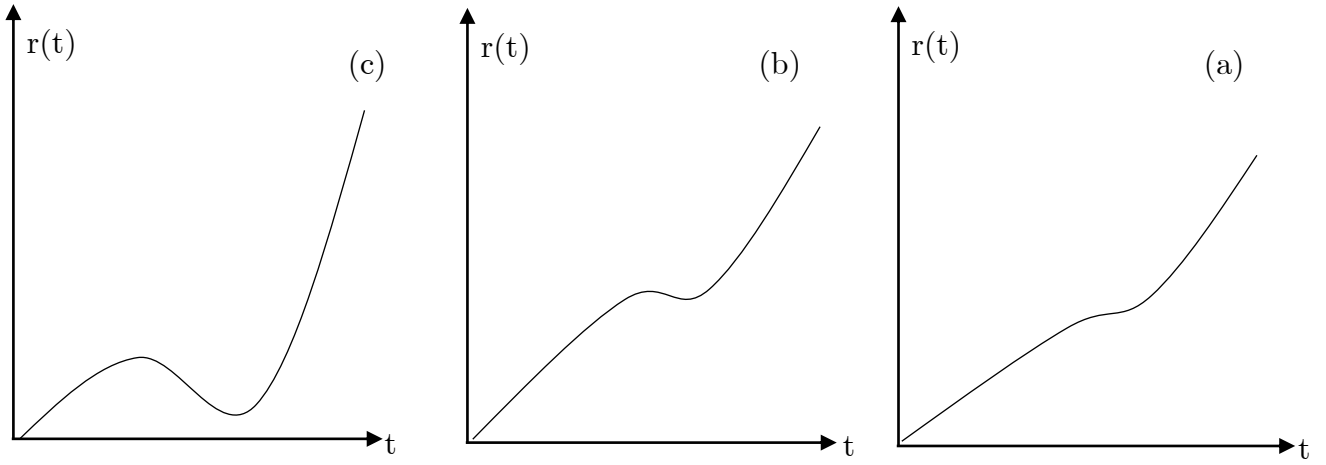


الف) ۰

ب) pgh

ج) $-ggh$

۱۶- پرتابه‌ای با سرعت اولیه‌ی V_0 و با زاویه‌ی اولیه‌ی $0 < \theta_0 < \frac{\pi}{2}$ نسبت به افق، و بالای آن، از مبداء مختصات پرتاب می‌شود، و پس از رسیدن به سطح افق نقطه‌ی پرتاب به حرکت خود ادامه می‌دهد. فاصله‌ی پرتابه تا مبداء برحسب زمان $r(t)$ است. سه حالت a و b و c را در نظر بگیرید.



کدام گزینه درست است؟

الف) به ازای مقادیری از v_0 که کوچکتر از یک مقدار بحرانی v_0 است حالت a رخ می‌دهد. به ازای $v_0 = v_c$ حالت b رخ می‌دهد، و با بزرگ شدن v_0 بالاخره حالت c رخ می‌دهد.

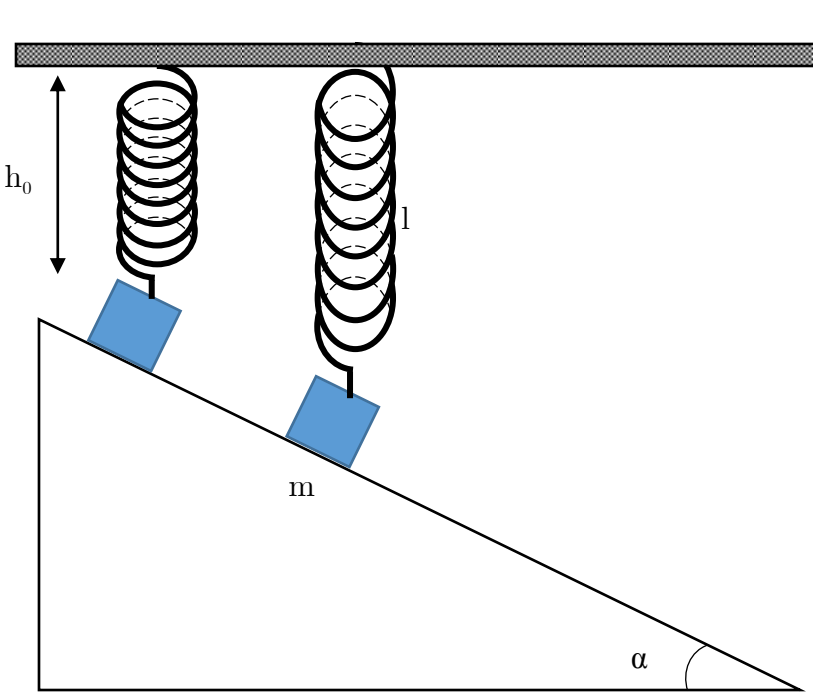
ب) به ازای مقادیری از v_0 که کوچکتر از یک مقدار بحرانی v_c است، حالت c رخ می‌دهد. به ازای $v_0 = v_c$ حالت b رخ می‌دهد، و با بزرگ شدن v_0 بالاخره حالت a رخ می‌دهد.

ج) به ازای مقادیری از θ_0 که کوچک‌تر از یک مقدار بحرانی θ_c است حالت a رخ می‌دهد. به ازای $\theta_0 = \theta_c$ حالت b رخ می‌دهد، و با بزرگ شدن θ_0 بالاخره حالت c رخ می‌دهد.

د) به ازای مقادیری از θ_0 که کوچکتر از یک مقدار بحرانی θ_c است حالت c رخ می‌دهد. به ازای $\theta_0 = \theta_c$ حالت b رخ می‌دهد، و با بزرگ شدن θ_0 بالاخره حالت a رخ می‌دهد.

www.iranpho.ir
www.MAAKH.ir

۱۷- مطابق شکل جسم m با فنری به ضریب k و طول عادی ℓ_0 به میله‌ی افقی ثابت T وصل است. این جسم روی سطح شیبداری به زاویه‌ی شیب α و ضریب اصطکاک μ ساکن است و در این حالت طول فنر ℓ است. حلقه‌ی اتصال فنر به میله‌ی T بدون اصطکاک است. اگر جسم m در بالاترین نقطه‌ی سطح شیبدار باشد طول فنر h_0 است و $h_0 < \ell_0$ کلی‌ترین بازه‌ی مقادیر ممکن ℓ که جسم روی سطح شیبدار ساکن بماند کدام است؟



الف) $\ell_0 \le \ell \le \ell_0 + \frac{mg}{k}$

ب) $h_0 \le \ell \le \ell_0 + \frac{mg}{k}$

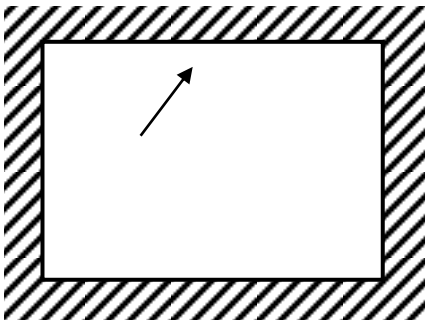
ج) $\ell = \frac{mg\sin\alpha}{k}(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$

د) $\ell = \ell_0 + \frac{mg}{k}$

۱۸- آب از آبشاری به ارتفاع $۱۰۰m$ به زمین فرو می‌ریزد. فرض کنید ضمن فرو ریختن آب ۱٪ آن تبخیر می‌شود، که همه‌ی گرمای لازم برای تبخیر آب از آب گرفته می‌شود. گرمای نهان تبخیر آب را $۲\times۱۰^۶ \frac{J}{kg}$، گرمای ویژه‌ی آب را $۴\times۱۰^۳ \frac{J}{(kg^\circ C)}$ و شتاب گرانش را $۱\times۱۰^۱ \frac{m}{s^۲}$ بگیرید. تغییر دمای آب به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟

الف) $۵\,^\circ C$ ب) $-۵\,^\circ C$ ج) $۱۰\,^\circ C$ د) $-۱۰\,^\circ C$

۱۹- شکل زیر مقطع چهار آینه‌ی تخت را نشان می‌دهد که مستطیلی به ابعاد A و B است. مسیر یک پرتوی نور بین آینه‌ها مستطیلی به ابعاد a و b است. نسبت $\frac{A}{B}$ چیست؟



الف) $\frac{a}{b}$ ب) $\frac{ab}{a^۲+b^۲}$

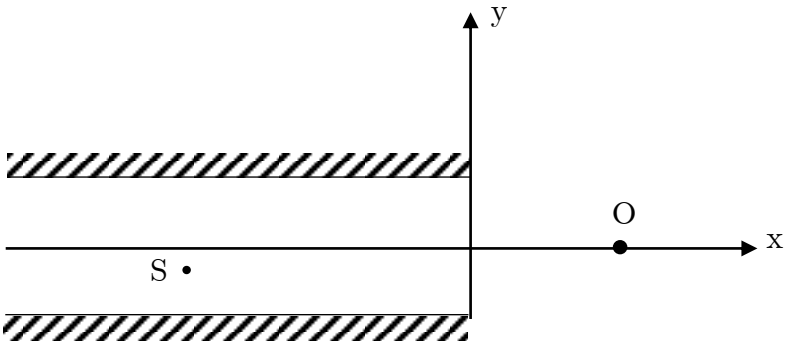
ج) ۱ د) $\frac{a}{\sqrt{a^۲+b^۲}}$

۲۰- دو آینه‌ی تخت موازی به فاصله‌ی $۳/۰m$ از یکدیگر قرار دارند. مطابق شکل محور x موازی آینه‌ها و به یک فاصله از هر دو است، و محور y عمود بر آینه‌هاست. و از لبه‌های آن‌ها می‌گذرد. چشمه‌ی نقطه‌ی S و ناظر O هر دو در صفحه‌ی xy هستند و مختصه‌ی آن‌ها چنین است:

$x_S = -۰/۸cm$ $\quad$ $x_O = ۰/۲cm$

$y_S = -۰/۵cm$ $\quad$ $y_O = ۰/۰$

ناظر O چند تصویر از چشمه‌ی S در آینه‌ها می‌بیند؟



الف) ۲

ب) ۳

ج) ۴

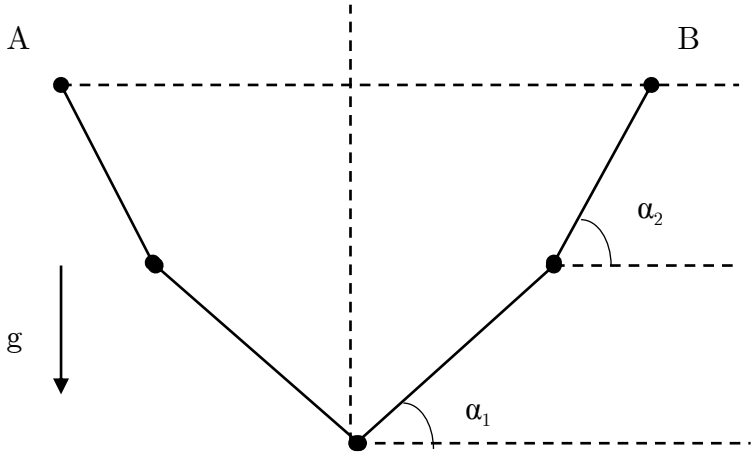
د) ۵

هـ) ∞

۲۱- قطره‌های باران تحت اثر بادی که با سرعت افقی u_ω می‌وزد قرار دارند و شتاب گرانش g است. فرض کنید نیروی مقاومت هوا از دید ناظری کـه نـسبت به هوا ساکن است $-b\overline{v}$ است، که $\overline{v}$ سرعت قطره‌ی باران نسبت به این ناظر و b یک ضریب ثابت و مثبت است. پس از مدتی، قطرات باران از دید ناظر زمین با سرعت حدی ثابتی که نسبت به امتداد قائم زاویه‌ی α می‌سازد، سقوط می‌کنند. کدام گزینه درست است؟

الف) $\sin\alpha = \frac{bv_\omega}{mg}$ $\quad$ ب) $\cos\alpha = \frac{bv_\omega}{mg}$ $\quad$ ج) $\tan\alpha = \frac{bv_\omega}{mg}$ $\quad$ د) $\cot\alpha = \frac{bv_\omega}{mg}$

۲۲- مطابق شکل سه گلوله‌ی متشابه با چهار ریسمان سبک به طول‌های مساوی، بین نقاط هم ارتفاع A و B آویخته شده‌اند. امتداد نخ‌ها با افق زاویه‌های $a_۱$ و $a_۲$ می‌سازند. نسبت $\frac{\tan a_۱}{\tan a_۲}$ چیست؟



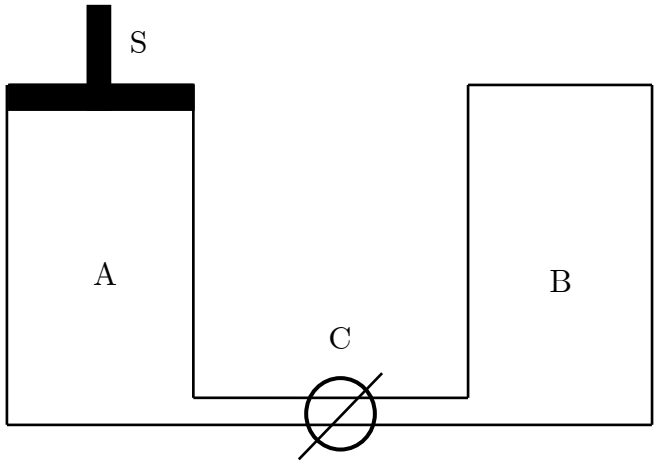
الف) $\frac{۲}{۳}$

ب) $\frac{۱}{\sqrt{۳}}$

ج) $\frac{۱}{۳}$

د) $\frac{۱}{۲}$

۲۳- دو محفظه‌ی عایق استوانه‌ای یکسان A و B به حجم V و ظرفیت گرمایی ناچیز، مطابق شکل، توسط شیر C به‌هم متصل‌اند. ابتـدا استوانه‌ی A حاوی n مول گاز کامل تک اتمی در دمای T و ظرفیت گرمایی مولی در حجم ثابت $\frac{۳}{۲}R$ است. انتهایی بالایی محفظه‌ی A توسط پیستون S، که می‌تواند آزادانه درون استوانه حرکت کند، کاملاً بسته شده است. استوانه‌ی دربسته و درون آن کاملاً خلاء است. شیر C به گونه‌ای باز می‌شود که بر اثر ورود گاز به استوانه‌ی B پیستون به طریقی به پایین بلغزد که فشار در A ثابت بماند. پس از آن که گاز تمامی حجم ظرف B و بخشی از حجم ظرف A را پر کرد، پیستون ساکن می‌شود. اگر T' دمای مطلق گاز در پایان این فرآیند باشد، نسبت $\frac{T'}{T}$ چقدر است؟



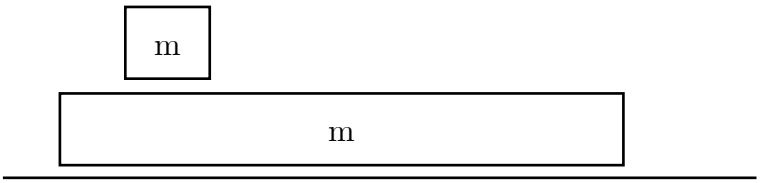
الف) $\frac{۸}{۶}$

ب) $\frac{۶}{۵}$

ج) $\frac{۷}{۵}$

د) $\frac{۹}{۷}$

۲۴- جعبه‌ای به جرم m روی جعبه‌ی دراز دیگری به جرم m قرار دارد. اصطکاک جعبه‌ی زیر با زمین ناچیز است، اما دو جعبه باهم اصطکاک دارند. در لحظه‌ی $t=۰$ جعبه‌ی زیری ساکن است و جعبه‌ی رویی با سرعت $v_۰$ نسبـت به زمین حرکت می‌کند. کل کار نیروی اصطکاک روی جعبه‌ی بالایی از دید ناظر زمینی چقدر است؟ فرض کنید جعبه‌ی پایینی آن قد دراز است که جعبه‌ی بالایی از روی آن نمی‌افتد.



الف) $-\frac{۳}{۸}mv_۰^۲$

ب) $-\frac{۱}{۲}mv_۰^۲$

ج) $-\frac{۱}{۴}mv_۰^۲$

د) $-\frac{۳}{۴}mv_۰^۲$

۲۵- در فاصله‌ی d از یک دیوار، یک عدسی همگرا با فاصله‌ی کانونی $f>d$ به موازات دیوار قرار دارد. از سمت مقابل دیوار یک باریکه‌ی لیزر با سطح مقطع دایره‌ای، که محور آن همان محور عدسی است، به عدسی می‌تابد. شدت باریکه $I_۰$ است. پس از عبور این باریکه از عدسی یک قرص روشن روی دیوار تشکیل می‌شود. شدت این قرص روشن، I، چیست؟

الف) $I=I_۰$

ب) $I=I_۰\frac{f}{f-d}$

ج) $I=I_۰(\frac{f}{f-d})^۲$

د) $I=I_۰\frac{f^۲}{(f-d)d}$

۲۶- گلوله‌ی کوچکی به جرم m دارای بار الکتریکی مثبت Q از نخی با جرم ناچیز به طول ℓ آویخته شده است. گلوله‌ی مشابه دیگری با همان بار الکتریکی را به آرامی به گلوله‌ی آویخته نزدیک می‌کنیم و در جای قبلی گلوله‌ی اول نگه می‌داریم. راستای نخ به اندازه‌ی θ از راستای قائم منحرف می‌شود. کشش نخ در این وضعیت چقدر است؟ شتاب گرانش g وثابت قانون کولن k است.

الف) mg

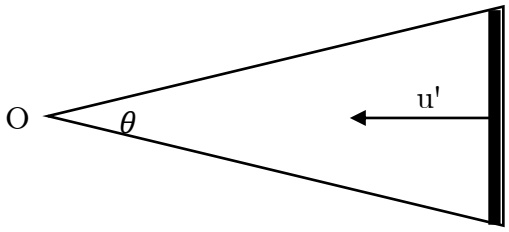
ب) $mg\cos\theta$

ج) $\frac{kQ^۲}{۴\ell^۲\sin^۳\theta}$

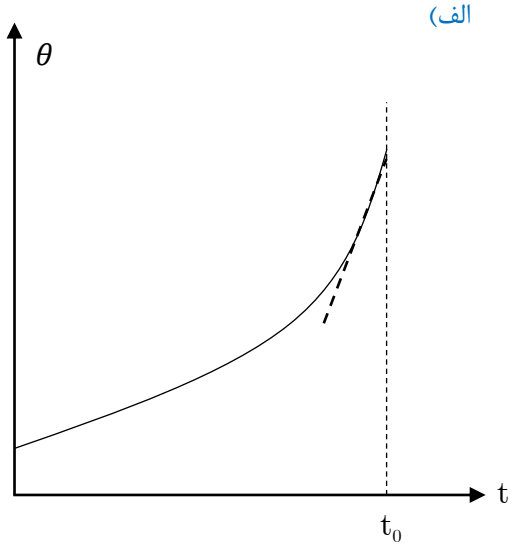
د) $\frac{kQ^۲}{\ell^۲\sin^۳\theta}$

www.iranpho.ir
www.MAAKH.ir

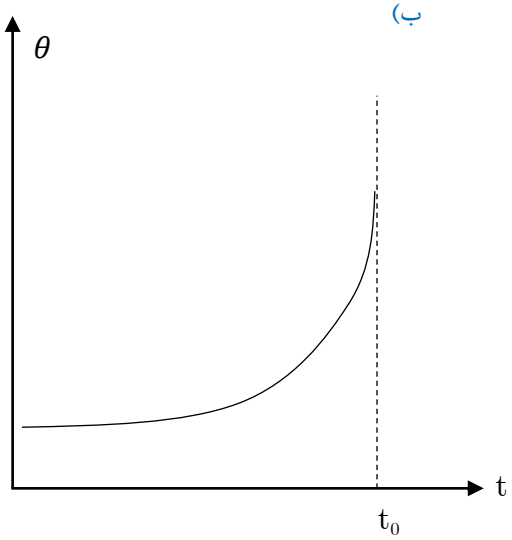
۲۷- میله‌ای مطابق شکل با سرعت ثابت $\overline{v}$ عمود بر امتداد خود حرکت می‌کند. ناظر O میله را با زاویه‌ی θ می‌بیند. خط واصل از ناظر O به مرکز میله در امتداد $\overline{v}$ است. اگر در لحظه‌ای t_O میله به ناظر برسد، کدام گزینه بستگی θ به زمان را نشان می‌دهد؟



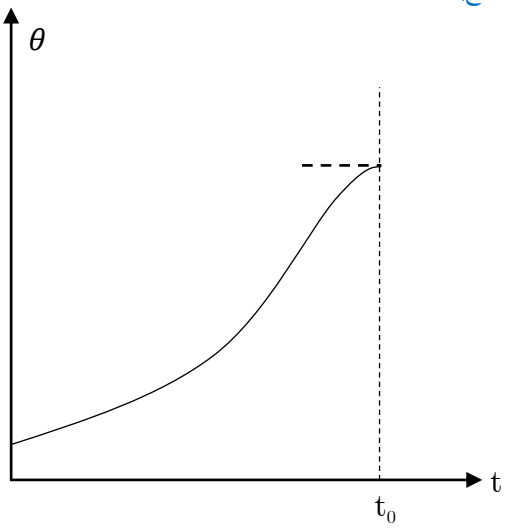
الف)



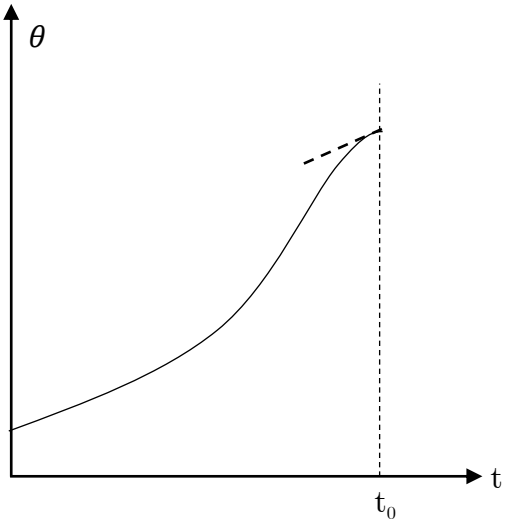
ب)



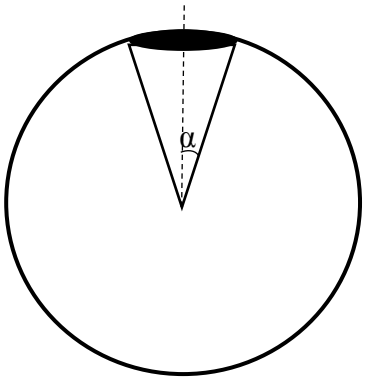
ج)



د)



۲۸- یک چشمه‌ی نقطه‌ای نور که در تمام جهات به طور یکسان تابش می‌کند زیر سطح افقی مایعی قرار دارد. ضریب شکست مایع ۱/۲۵ است. بالای مایع هوا است. چند درصد از نور چشمه از سطح مایع خارج می‌شود؟ مساحت یک عرقچین کروی به شعاع R و با نیم‌زاویه‌ی رأس α برابر $۴\pi R^۲ \sin^۲ \frac{\alpha}{۲}$ است.



الف) کمتر از ٪۲۰

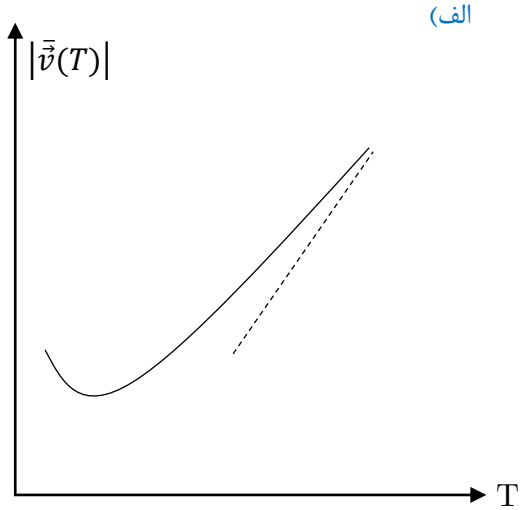
ب) بین ٪۲۰ تا ٪۳۰

ج) بین ٪۳۰ تا ٪۴۰

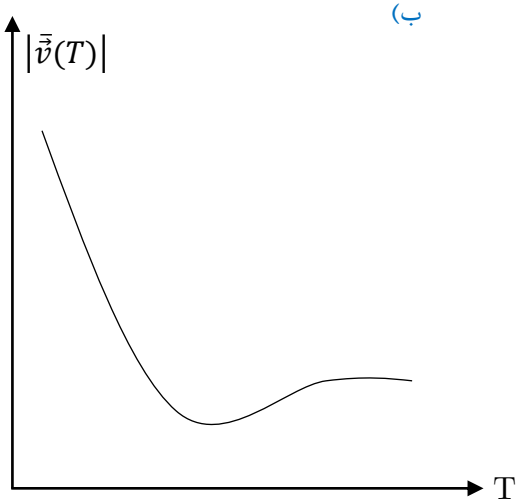
د) بیشتر از ٪۴۰

۲۹- پرتابه‌ای در زمان $t = ۰$ با سرعت اولیه‌ی $v_۰$ تحت زاویه‌ی θ نسبت به افق و بالای افق پرتاب می‌شود و پس از رسیدن به سطح افق نقطه‌ی پرتاب به حرکت خود ادامه می‌دهد. بردار سرعت متوسط پرتابه بین زمان $t = ۰$ تا $t = T$ را با $\vec{\bar{v}}(T)$ نشان می‌دهیم. $|\vec{\bar{v}}(T)|$ اندازه‌ی این بردار است. کدام گزینه نمودار $|\vec{\bar{v}}(T)|$ بر حسب T را درست نشان می‌دهد؟

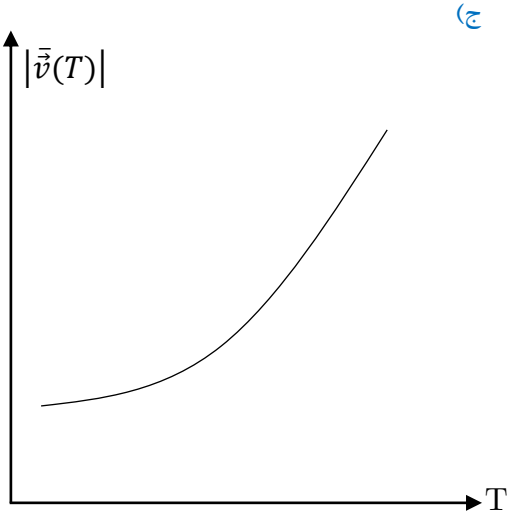
الف)



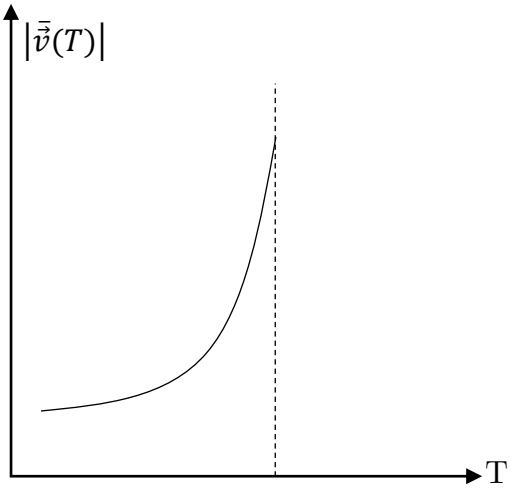
ب)



ج)

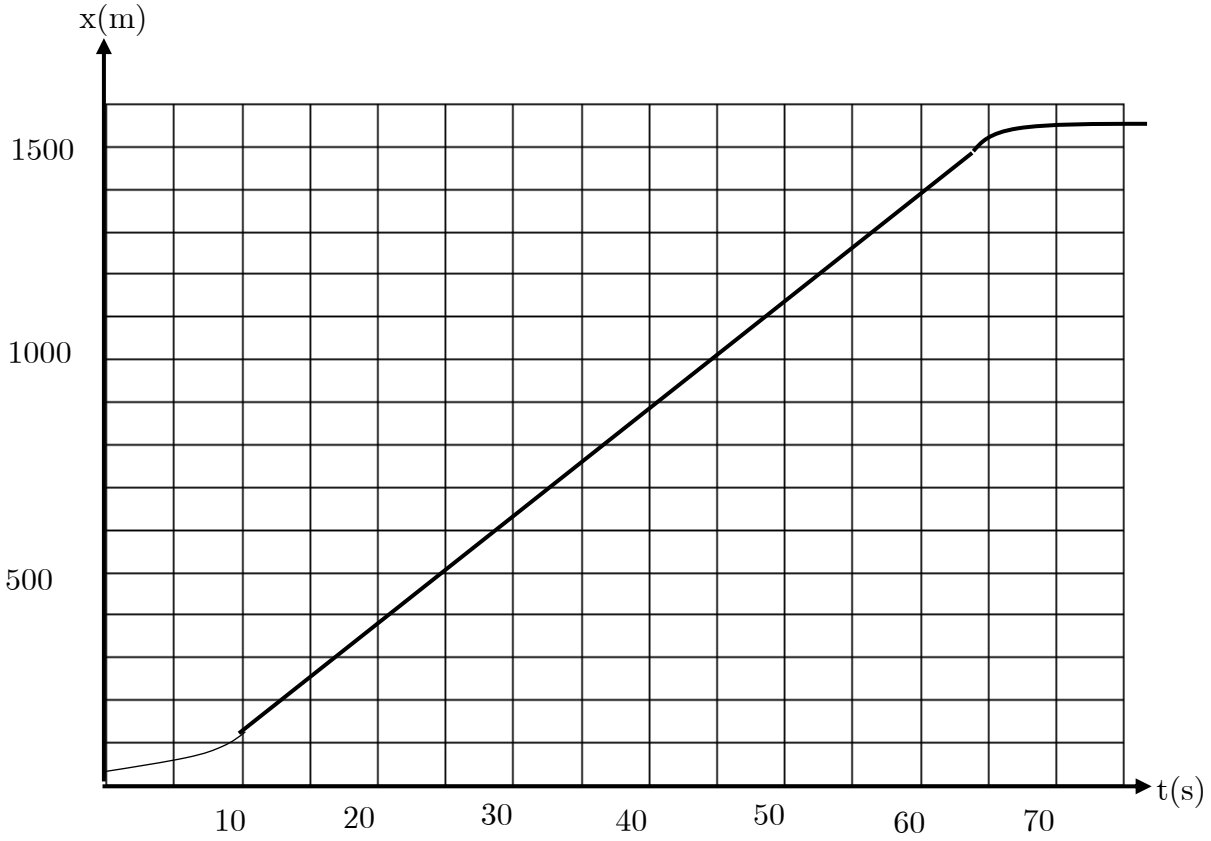


د)



www.iranpho.ir
www.MAAKH.ir

۳۰- یوزپلنگی آهویی را در فاصله‌ی ۵۰۰ متری خود می‌بیند و به سمت آن می‌دود. حرکت یوزپلنگ و آهو را در یک خط راست بگیرید. منحنی مکان ـ زمان یوزپلنگ را در شکل می‌بینید. به اندازه‌ی زمان τ طول می‌کشد تا آهو متوجه یوزپلنگ شود و شروع به فرار کند. آهو در مدت بسیار کوتاهی سرعت خود را به ۶۰ $\frac{km}{h}$ می‌رساند و با این سرعت ثابت فرار می‌کند. از زمان شتاب گرفتن آهو چشم‌پوشی کنید. برای آن که آهو بتواند از دست یوزپلنگ فرار کند، حداکثر مقدار τ به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟



الف) ۵s ب) ۱۰ s ج) ۱۵ s د) ۲۰ s

«مسئله‌های کوتاه»

۱- نوار مسی نازکی به ضخامت a عرض w، و طول بسیار بلند L (حدود متر) بین دو نوار لاستیکی با همین عرض و طول، و ضخامت b قرار گرفته است. این دو نوار در شکل زیر با نام‌های R_1 و R_2 مشخص شده‌اند. a و b بسیار کوچک‌تر از w اند. از نوار مسی جریان I در امتداد طول آن می‌گذرد و مجموعه در محیطی به دمای ثابت θ_0 قرار گرفته است. نوار مسی بر اثر عبور جریان گرم می‌شود و گرما فقط از نوار مسی به دو نوار لاستیکی و فقط از سطوح بالایی و پایینی دو نوار لاستیکی به محیط منتقل می‌شود فرض کنید دمای سطوح بالایی و پایینی این دو نوار لاستیکی همواره همان دمای محیط است. ضریب هدایت گرمایی لاستیک k و مقاومت ویژه‌ی مس ρ است. در حالت پایدار دمای نوار مسی چند درجه‌ی سلسیوس است؟ همه‌ی مقادیر عددی لازم در زیر داده شده است.

$$a = ۰/۱mm,\quad b = ۰/۲mm,\quad w = ۱/۰\,mm,\quad I = ۲۰\,A,$$

$$\rho = ۱/۷\times۱۰^{-۸}\Omega m,\quad k = ۰/۱۶\frac{W}{^\circ Cm},\qquad \theta_0 = ۲۳\,^\circ C.$$

۲- نوار مسی نازکی به عرض w، ضخامت a، و طول L (در حدود متر) در اتاقی به دمای $T = ۳۰۰K$ قرار گرفته. از این نوار یک جریان الکتریکی به شدت I در جهت طول نوار می‌گذرد. نوار فقط می‌تواند با تابش با محیط اطرافش تبادل گرما بکند. وقتی جسمی به مساحت A و دمای مطلق T_2 در اتاقی به دمای مطلق T_1 قرار می‌گیرد، با توان $A\sigma T_2^4$ انرژی از دست می‌دهد، و با توان $A\sigma T_1^4$ از محیط انرژی می‌گیرد، که در اینجا σ ثابت است.

دمای این نوار مسی در حالت پایدار چند درجه‌ی سلسیوس است؟ همه‌ی عددهای لازم در زیر آمده است. برای محاسبه می‌توانید از تقریب $(۱+x)^{\frac{۱}{۴}} \simeq ۱+\frac{x}{۴}-\frac{۳x^۲}{۳۲}$ که برای xهای بسیار کوچکتر از ۱ متغیر است، استفاده کنید.

$$w = ۱۰cm,\qquad a = ۰/۱mm,\quad \sigma = ۵/۷\times۱۰^{-۸}Wm^{-۲}k^{-۴},$$
$$\rho = ۱/۷\times۱۰^{-۸}\Omega m,\quad I = ۲۰A.$$

۳- یکی از واکنش‌های شکافت هسته‌ای اتم ${}^{۲۳۵}_{۹۲}U$ به صورت زیر است.

$${}^{۲۳۵}_{۹۲}U + {}^{۱}_{۰}n \rightarrow {}^{۱۴۱}_{۵۶}Ba + {}^{۹۲}_{۳۶}Kr + ۳{}^{۱}_{۰}n$$

جرم ذرات این واکنش برحسب واحد جرم اتمی (u) در جدول زیر آمده است.

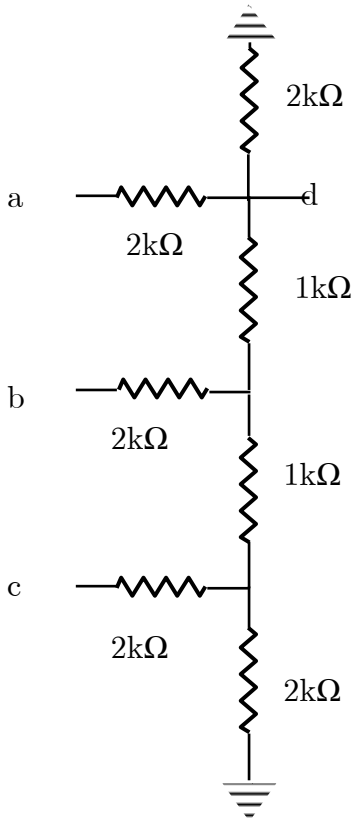
ذره	${}^{۲۳۵}_{۹۲}U$	${}^{۱۴۱}_{۵۶}Ba$	${}^{۹۲}_{۳۶}Kr$	${}^{۱}_{۰}n$
جرم	۲۳۵/۴u	۱۴۰/۹۱u	۹۱/۹۱u	۱/۰۱u

www.iranpho.ir
www.MAAKH.ir

۰٫۵٪ از اتم‌های اورانیوم غنی شده که در نیروگاه هسته‌ای به عنوان سوخت استفاده می‌شود $^{۲۳۵}_{۹۲}U$ و بقیه $^{۲۳۸}_{۹۲}U$ اند. هسته‌های $^{۲۳۸}_{۹۲}$ واکنش شکافت ندارند. در واکنش فوق فرض کنید انرژی جنبشی نوترون اولیه ناچیز است. انرژی آزاد شده از شکافت کامل ۱۰ g سوخت نیروگاه هسته‌ای چند گیگاژول است؟ (گیگا یعنی $۱۰^{۹}$) فرض کنید فقط واکنشی که در بالا آمد روی می‌دهد.

$۱u = ۱/۷ \times ۱۰^{-۲۷} kg,$

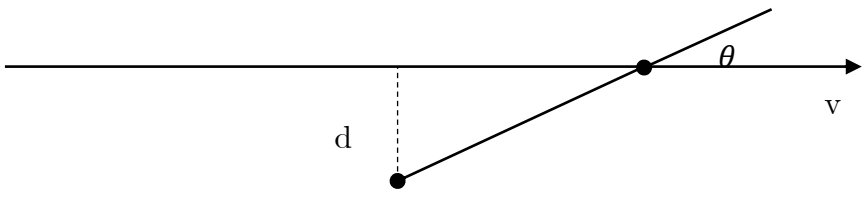
۴- ماخ در مدار شکل، نقاط a و b و c را به پتانسیل $۲۴V$ وصل می‌کنیم. پتانسیل نقطه‌ی d چند ولت است؟

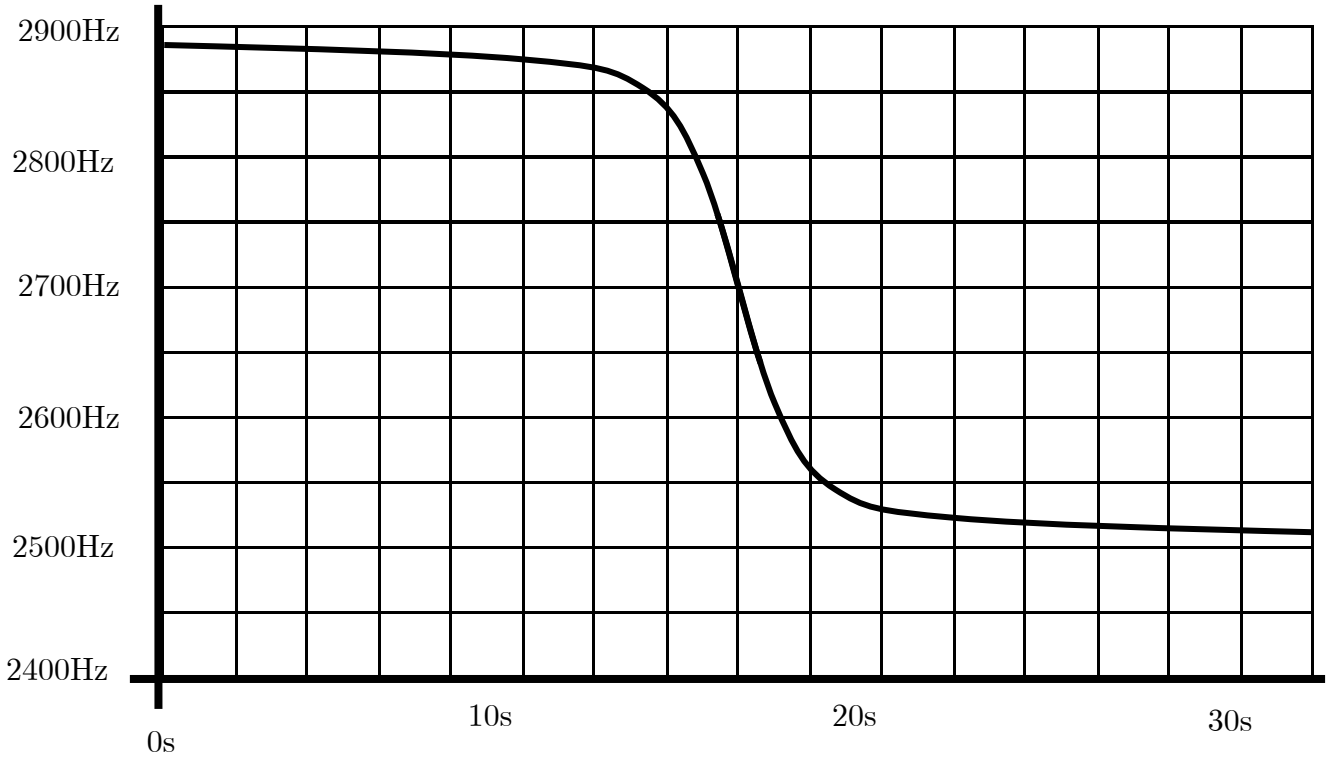


۵- ماخ شخصی در کنار جاده‌ای، به فاصله‌ی d از جاده ایستاده است. آمبولانسی، آژیرکشان، در جاده حرکت می‌کند، به نحوی که ابتدا به شخص نزدیک می‌شود و سپس دور می‌شود. اگر بسامد آژیر آمبولانس $f_{\circ}$ باشد، بسامدی که شخص می‌شنود f است که با فرمول زیر داده می‌شود.

$$f = f_{\circ}(۱ - \frac{u}{c}\cos\theta)$$

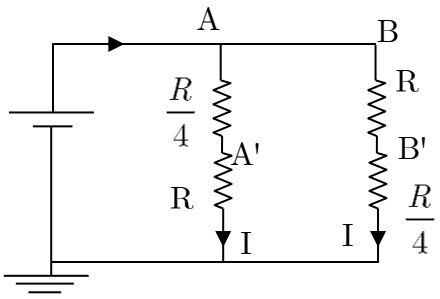
در این فرمول $c = ۳۲۹\frac{m}{s}$ سرعت صوت در هوا است، و θ زاویه‌ای است که خط واصل شخص به آمبولانس با امتداد بردار سرعت آمبولانس می‌سازد. (شکل را ببینید) این شخص با یک ابزار دقیق بسامد آژیر برحسب زمان را ثبت کرده است. نمودار حاصل در زیر آمده است. سرعت آمبولانس چند متر بر ثانیه است؟




2900Hz
2800Hz
2700Hz
2600Hz
2500Hz
2400Hz
0s
10s
20s
30s

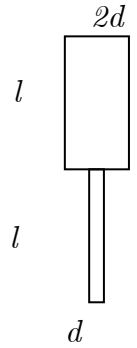
«پاسخ‌نامه تشریحی»

۱- گزینه‌ی [الف] صحیح است.



$$\left.\begin{aligned} O + RI &= V_{A'} \\ O + \frac{R}{۴} I &= V_{B'} \end{aligned}\right\} \rightarrow \frac{V_{A'}}{V_{B'}} = ۴$$

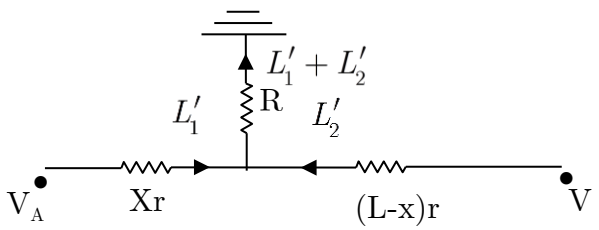
چون مقاومت با عکس مساحت ارتباط دارد پس مقاومت قسمت کلفت $\frac{۱}{۴}$ مقاومت قسمت باریک است. همچنین با توجه به اینکه مقاومت کل دو شاخه با هم برابر است پس جریان عبوری از هر دو شاخه یکسان می‌باشد.

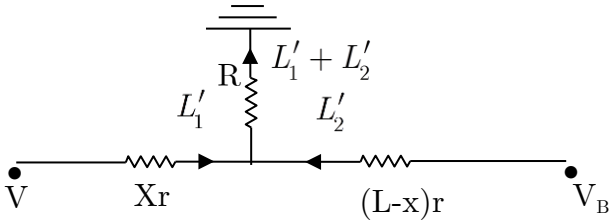


$$\rho \frac{l}{\frac{\pi}{۴}(۲d)^۲} = \rho \frac{l}{\pi d^۲} : \frac{R}{۴}$$

$$\rho \frac{l}{\frac{\pi}{۴} d^۲} = ۴\rho \frac{l}{\pi d^۲} : R$$

۲- گزینه‌ی [الف] صحیح است.





$$V_A = xri_۱ + R(i_۱ + i_۲)$$
$$V = (l-x)ri_۲ + R(i_i + i_۲)$$

$$V_B = (l-x)ri_۲' + R(i_۱' + i_۲')$$
$$V = xri_۱' + R(i_۱' + i_۲')$$

حل دقیق این سئوال مستلزم حل ۴ معادله بالا و یافتن چهار مجهول $i_۲', i_۱', i_۲, i_۱$ است. که بسیار طولانی و از حوصله بنده خارج است!

می‌توان از بررسی حالت‌های خاص استفاده کرد:

حالت خاص اول: اگر $V_A = V_B \leftarrow x = \frac{L}{۲} \Leftarrow \left.\begin{aligned} \frac{x}{L} &= \frac{۱}{۲} \\ \frac{L}{x} &= ۲ \end{aligned}\right\}$

پس فقط گزینه‌های الف و ج می‌تواند درست باشند.

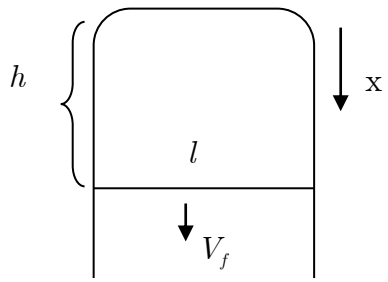
حالت خاص دوم: $x = ۰ \leftarrow V_A = V$ (چون از کابل هیچ جریانی عبور نمی‌کند و همهٔ جریان هدر می‌رود)

حالت خاص سوم: $V_B = V \leftarrow x = L$

بنابراین گزینه الف درست است.

$$\frac{L}{x} = ۱ + \frac{V_B - V}{V_A - V}$$

۳- گزینه‌ی [د] صحیح است.



$$\phi = B l_x \rightarrow \frac{d\phi}{dt} = \varepsilon = B l v$$

$$\varepsilon = RI \rightarrow I = \frac{Blv}{R}$$

$$F = IlB \rightarrow F = \frac{B^۲ l^۲ v}{R}$$

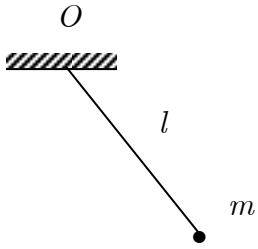
$$F = mg \rightarrow V_f = \frac{mgR}{B^۲ l^۲}$$

از پایستگی انرژی:

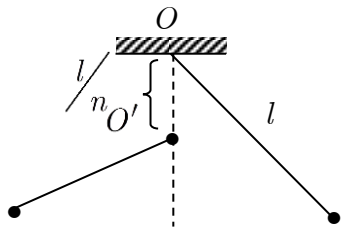
$$E_۱ = ۰ \quad , \quad E_۲ = -mgh + \frac{۱}{۲} m v_f^۲ = -mgh + \frac{m^۳ g^۲ R^۲}{۲B^۴ l^۴}$$

$$E_۲ - E_۱ = -W_f \rightarrow W_f = mgh - \frac{m^۳ g^۲ R^۲}{۲B^۴ l^۴}$$

۴- گزینه‌ی [ب] صحیح است.



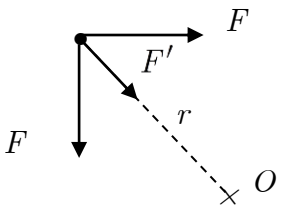
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$



$$T' = \pi\sqrt{\frac{l}{g}} + \pi\sqrt{\frac{l - \frac{l}{n}}{g}} = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left[۱ + \sqrt{۱ - \frac{۱}{n}}\right]$$

$$\rightarrow \frac{T'}{T} = \frac{۱}{۲}\left[۱ + \sqrt{\frac{n-۱}{n}}\right] = \frac{۱}{۲} + \sqrt{\frac{n-۱}{۴n}}$$

۵- ماخ گزینه‌ی [ب] صحیح است.



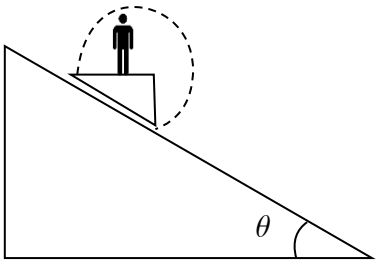
$$r = a\frac{\sqrt{۲}}{۲}, \quad F = G\frac{m^۲}{a^۲}, \quad F' = \frac{Gm^۲}{۲a^۲}$$

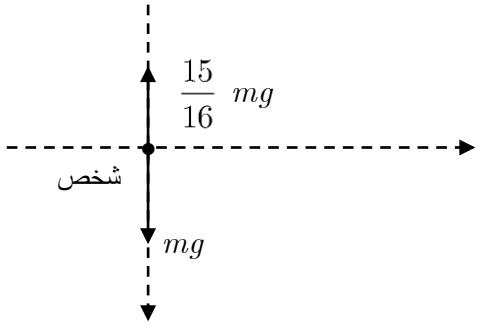
$$F' + F\sqrt{۲} = mrw^۲$$

$$\Rightarrow \frac{Gm^۲}{a^۲}(\frac{۱}{۲} + \sqrt{۲}) = ma\frac{\sqrt{۲}}{۲}w^۲$$

$$\rightarrow w = \sqrt{\frac{Gm}{a^۳}(\frac{\sqrt{۲}}{۲} + ۲)}$$

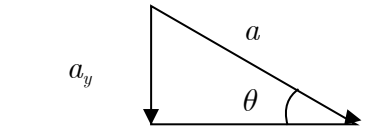
۶- ماخ گزینه‌ی [ب] صحیح است.



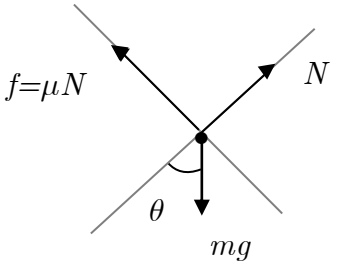


$$ay = \frac{۱}{۱۶}g$$

در راستای عمود به شخص نیروی وزن و نیروی عمدی از طرف سکو وارد می‌شود. بنابراین شتاب شخص در راستای عمود $\frac{۱}{۱۶}g$ است. اگر شخص و سکو را یک جسم فرض کنیم (با توجه به اینکه شخص از سکو جدا نمی‌شود)، شتاب موازی سطح شیبدار این جسم مطابق شکل بدست می‌آید.



$$a_y = a\sin\theta \rightarrow a = \frac{ay}{\sin\theta} = \frac{\frac{۱}{۱۶}g}{\frac{۱}{۲}} = \frac{g}{۸}$$

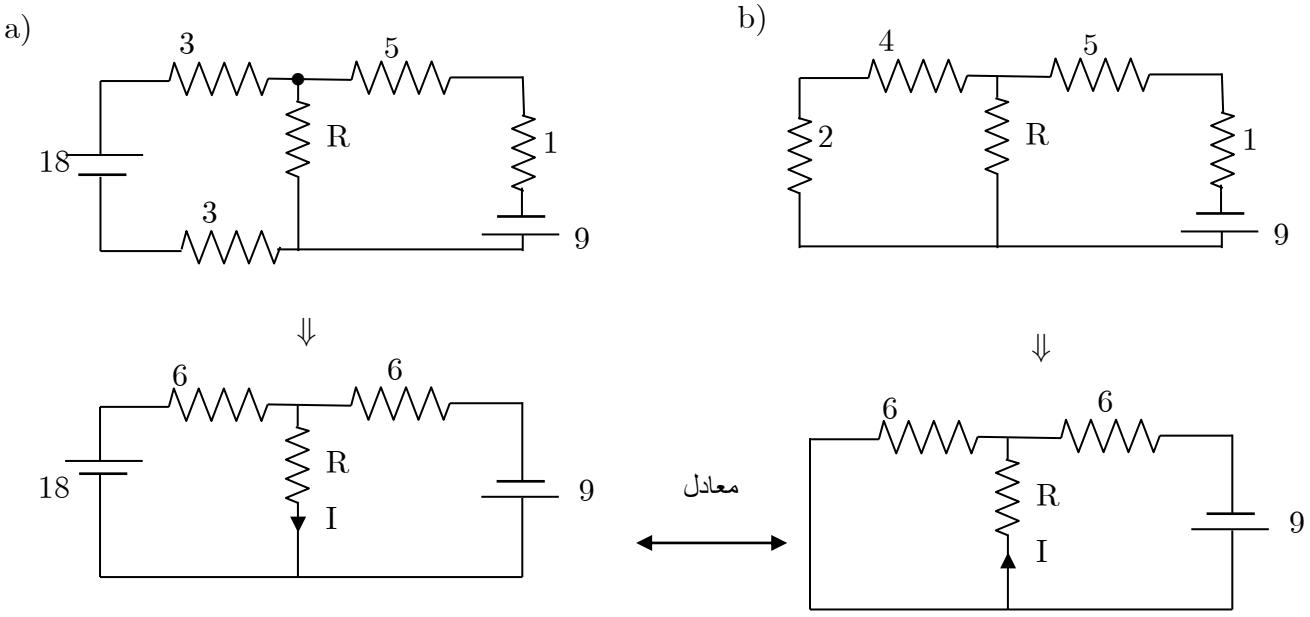


$$\left.\begin{array}{l} mg\sin\theta - \mu N = Ma \\ N = Mg\cos\theta \end{array}\right\} a = g(\sin\theta - \mu\cos\theta)$$

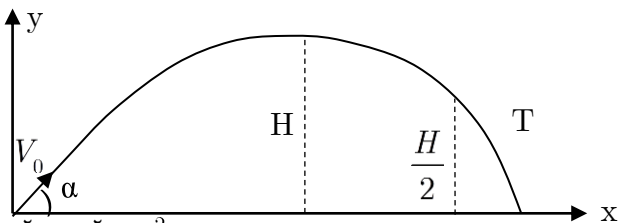
$$\rightarrow \frac{۱}{۸} = \frac{۱}{۲} - \mu\frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow \mu = \frac{\sqrt{۳}}{۴}$$

۷- گزینه‌ی [ج] صحیح است.

با کمی دقت در شکل مدارها، مشخص است که دو مدار یکسان هستند.



۸- گزینه‌ی [د] صحیح است.



$$H = \frac{v_0^2 \sin^2 v}{2g}$$

$$v_y = v_0 \sin\alpha - g^t$$

$$v_y^2 - v_0^2 \sin^2\alpha = -2gy$$

$$\Rightarrow v_y^2 = +v_0^2 \sin^2\alpha - 2g\frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{4g} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2} \rightarrow v_y = -\frac{v_0 \sin\alpha}{\sqrt{2}}$$

$$\rightarrow -\frac{v_0 \sin\alpha}{\sqrt{2}} = v_0 \sin\alpha - gT \Rightarrow v_0 \sin\alpha(i + \frac{\sqrt{2}}{2}) = gT$$

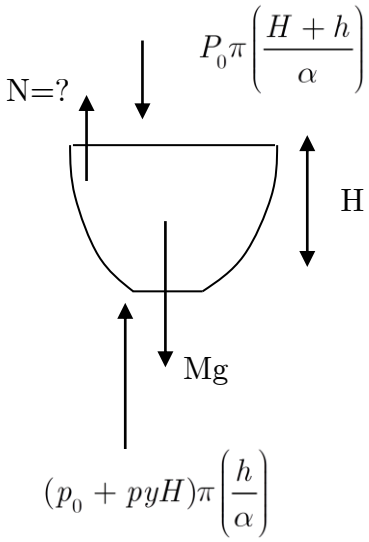
$$\rightarrow V_0 = \frac{gT}{\sin\alpha}.\frac{2}{2+\sqrt{2}} = \frac{gT}{\sin\alpha}.\frac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} = \frac{gT}{\sin\alpha}\frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}{2-1}$$

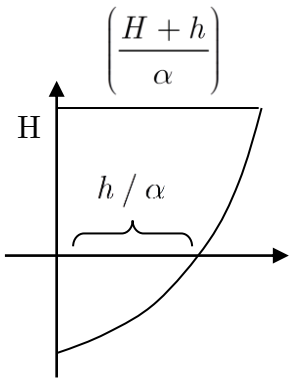
$$v_0 = \frac{gT}{\sin\alpha}(2-\sqrt{2})$$

۹- گزینه [ج] صحیح است.

$$P_0\pi(\frac{H+h}{\alpha})$$

نیروهای وارد بر مایع را رسم می‌کنیم.





$$(P_{\cdot}+P_yH)\pi(\frac{h}{\alpha})$$

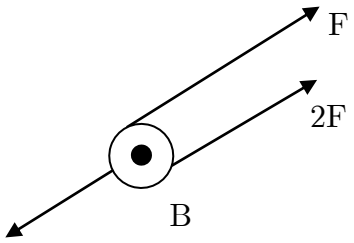
$$\frac{\pi(H+h)}{\alpha}P_{\cdot}+Mg=N+(P_{\cdot}+P_gH)\frac{\pi h}{\alpha}\Rightarrow N=Mg-\frac{\pi hHPg-P_{\cdot}\pi H}{\alpha}$$

۱۰- ماخ گزینه‌ی [د] صحیح است.

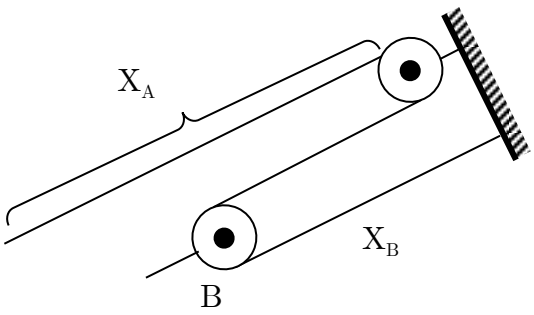
نیروهای وارد شده به مجموعه شخص و جعبه:

شتاب حرکت جعبه و شخص: $\alpha=\frac{3F}{m+m'}-g\sin\alpha$

ولی سه طناب که از دست شخص عبور می‌کند شتاب دیگری دارد!



$(m+m')g.\sin\alpha$



طول طناب $L=X_A+۲X_B$

$$O=\frac{d^۲x_a}{dt^۲}+۲\frac{d^۲x_B}{dt^۲}\rightarrow a_A=۲a$$

بنابراین شتاب نسبی شخص و سر آزاد طناب:

$$a_A+۲a_B=۳a$$

$$S=\frac{۱}{۲}(۳a)t^۲\rightarrow S=\frac{۳}{۲}[\frac{۳F}{m+m'}-g\sin\alpha]t^۲$$

۱۱- ماخ گزینه‌ی [ج] صحیح است.

V: حجم مجسمه اولیه

A: سطح مجسمه اولیه

u: حجم هر مجسمه کوچک

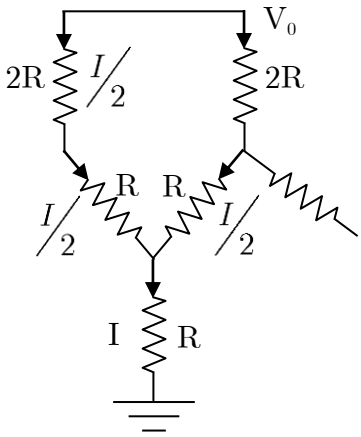
a: سطح هر مجسمه کوچک

$$۱۰۰۰u = V \Rightarrow \frac{u}{v} = \frac{۱}{۱۰۰۰} \xrightarrow{\text{تشابه}} \frac{a}{A} = (\frac{۱}{۱۰۰۰})^{\frac{۲}{۳}} = \frac{۱}{۱۰۰} \Rightarrow a = \frac{A}{۱۰۰}$$

$A \to 100$ یعنی حجم اولیه

$۱۰۰۰\, a \to ۱۰۰۰ \times \frac{A}{۱۰۰} = ۱۰\, A \to 1000$ یعنی حجم طوق

۱۲- ماخ گزینه‌ی [د] درست است.



با توجه به تقارن مدار و بی‌نهایت بودن آن از مقاومت‌هایی که افقی قرار دارند، جریانی عبور نمی‌کند! پس:

$$V_{\circ} = ۲R\frac{I}{۲} + R\frac{I}{۲} + RI = \frac{۵RI}{۲} \to I = \frac{۲V_{\circ}}{۵R}$$

۱۳- ماخ گزینه‌ی [ج] صحیح است.

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}.\frac{\Delta V}{\Delta x} = V\frac{\Delta V}{\Delta x}$$

یا $\frac{dx}{dv}$؛ شیب نمودار مکان سرعت:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dx}{dt}.\frac{dv}{dx} = v\frac{dv}{dx} = \frac{v}{(\frac{dx}{dv})}$$

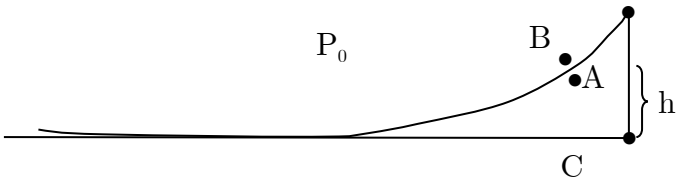
بنابراین در نقطهٔ $\begin{cases} x = ۳ \\ v = ۶ \end{cases}$ خط مماس بر نمودار را رسم کرده و مقدار سرعت را بر شیب خط مماس تقسیم می‌کنیم.

$$\left|\frac{dx}{dv}\right| \simeq \frac{۴}{۶} \to a = \frac{۶}{\frac{۴}{۶}} = ۹ \Rightarrow a \simeq ۸\frac{m}{S^۲}$$

۱۴- مآخ گزینه‌ی [ب] صحیح است.

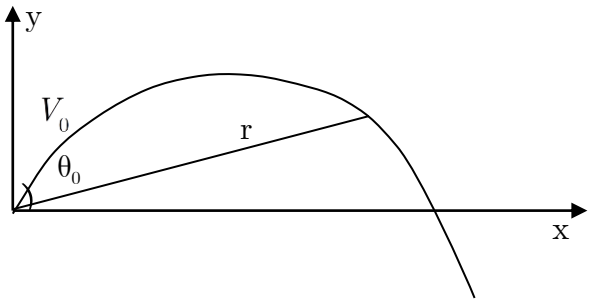
چون جسم از حالت سکون شروع کرده و در نهایت نیز به سکون می‌رسد پس براساس رابطه تغییر تکانه و نیرو (مساحت زیر نمودار نیرو و زمان برابر است با تغییر تکانه) تغییر تکانه کل سیستم باید صفر باشد. همه گزینه‌ها جز (ب) حذف می‌شوند.
هنگام شتاب تند شونده مقدار نیروی سطح افزایش و هنگام شتاب کند شونده نیروی سطح کاهش می‌یابد.

۱۵- مآخ گزینه‌ی [ج] صحیح است.



$$P_B = P_0$$
$$P_C = P_A + P_g h = P_0$$
$$P_A + P_g h = P_B \Rightarrow P_A - P_B = -fgh$$

۱۶- مآخ گزینه‌ی [ج] صحیح است.



$$x = V_0 \cos\theta_0 t$$
$$y = V_0 \sin\theta_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$
$$r^2 = x^2 + y^2$$
$$\rightarrow r^2 = V_0^2 t^2 - g V_0 \sin\theta_0 t^3 + \frac{1}{4} g^2 t^4$$

برای تعیین رفتار تابع بالا، مشتق آن را بررسی می‌کنیم:

$$\frac{d(r^2)}{dt} = 2v_0^2 t - 3gv_0 \sin\theta_0 t^2 + g^2 t^3 = t(2v_0^2 - 3gv_0 \sin\theta_0 t + g^2 t^2)$$

برای $t > 0$، عبارت فوق می‌تواند مثبت باشد یا منفی:

$$\Delta = 9g^2 v_0^2 \sin^2\theta_0 - Bv_0^2 g^2 = v_0^2 g^2 (9\sin^2\theta_0 - 8)$$

برای $\Delta < 0$، عبارت فوق (مشتق r^2 نسبت به زمان) همواره مثبت است. (چرا؟)

$$\Delta < 0 \rightarrow 9\sin^2\theta_0 < 8 \rightarrow \sin\theta_0 < \frac{2\sqrt{2}}{3} \rightarrow \theta_0 < \theta_c$$

بنابراین تابع همواره صعودی خواهد بود. (حالت a)

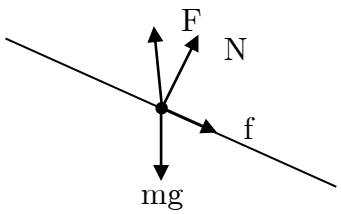
به ازای $\Delta = 0$، عبارت $\frac{d(r^2)}{dt}$ فقط در یک نقطه صفر خواهد بود و در بقیهٔ نقاط مثبت است. $\theta_0 = \theta_c \leftarrow$ حالت b

به ازای $\Delta > 0$، عبارت $\frac{d(r^2)}{dt^2}$ در دو نقطه صفر می‌شود. $\xleftarrow{\theta_0 > \theta_C}$ حالت c

۱۷- مآخ گزینه‌ی [د] صحیح است.

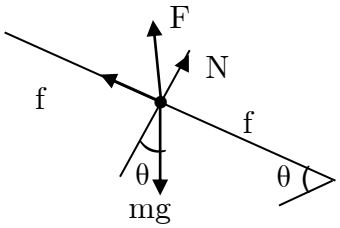
(باشگاه دانش پژوهان جوان، گزینه‌ی [ب] را درست اعلام کرده است)
برای محاسبه‌ی حد بالا، اگر جسم در آستانه حرکت به سمت بالای سطح شیب‌دار باشد:

همانطور که از شکل نیروها مشخص است این حالت
امکان‌پذیر نیز! (چرا؟)
پس جسم در آستانه حرکت به سمت پایین است:



$$F = k(l - l_0)$$
$$F\cos\theta + N = mg\cos\theta \rightarrow (mg - F)\cos\theta = N$$
$$mg\sin\theta = F\sin\theta + f \rightarrow f = (mg - F)\sin\theta$$

حالت حدی هنگامی است که جسم ساکن بوده و در آستانه جدایی از سطح است.



$$\left.\begin{matrix} N = 0 \\ f = 0 \end{matrix}\right\}$$

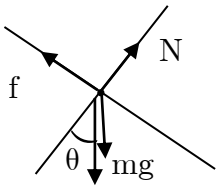
گزینه [د]

$$N = 0 \Rightarrow mg = F \Rightarrow \frac{mg}{k} = l - l_0 \Rightarrow l = l_0 + \frac{mg}{k}$$

اگر جسم در حالت کشیدگی فنر ساکن باشد، با توجه به معادلات نوشته شده:

$$f = (mg - F)\sin\theta \le \mu(mg - F)\cos\theta \xrightarrow{mg \neq F} \tan\theta \le \mu$$

همچنین اگر فنر فشرده باشد و جسم ساکن باشد:



$$\left.\begin{matrix} f = (mg + F)\sin\theta\mu n \\ N = (ng + F)\cos\theta \end{matrix}\right\} \rightarrow \tan\theta \le \mu$$

همانطور که مشخص است اگر $\tan\theta \le \mu$ باشد جسم در محدوده $h_0 \le l \le l_0 + \frac{mg}{k}$ ساکن است. ولی هیچ لزومی به برقراری شرط $\tan\theta \le \mu$ نیست! و متن سئوال هم در مورد صحبتی نکرده است. پس گزینه‌ی (د) لزوماً درست است. اگرچه باشگاه دانش پژوهان گزینه‌ی (ب) را به عنوان پاسخ درست اعلام کرده است. که صرفاً در حالت $\tan\theta \le \mu$ درست است.

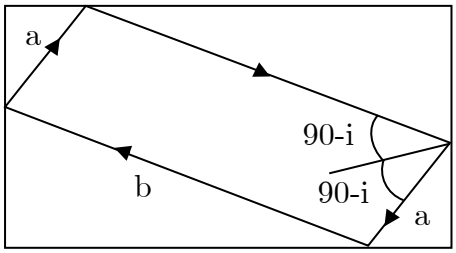
۱۸- گزینه‌ی [ب] صحیح است.

$$-mgh + m_v L_v + mc\Delta T = 0 \rightarrow \Delta T = \frac{gh}{c} - \frac{mv}{mc}Lv$$
$$\Rightarrow \Delta T = \frac{10 \times 100}{4 \times 10^3} - \frac{10^{-2} \times 2 \times 10^6}{4 \times 10^{+3}} = 0/25 - 5 \simeq -5\,^\circ C$$

توجه کنید که سرعت جریان آب در بالا و پایین آبشار یکسان است. بنابراین انرژی جنبشی تغییر نمی‌کند.

۱۹- ماخ گزینه‌ی [ج] صحیح است.

$$۲۱^\circ = ۹۰ \rightarrow i = ۴۵^\circ$$
$$\Rightarrow ۹۰ - i = ۴۵^\circ$$

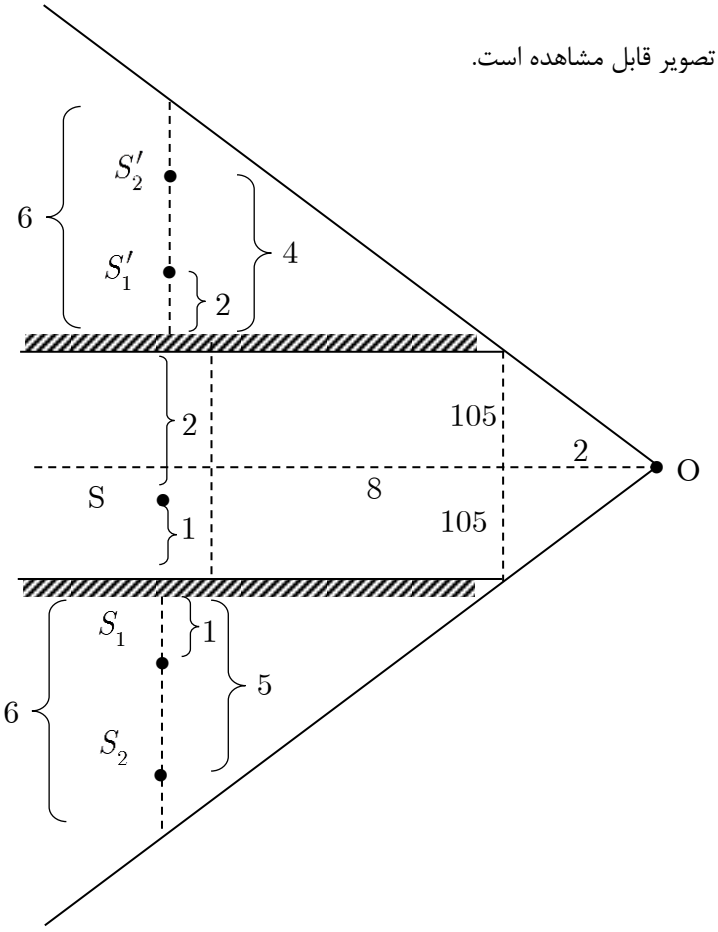


B

$$\left.\begin{aligned} A &= a\sin ۴۵^\circ + b\sin ۴۵ = (a+b)\frac{\sqrt{۲}}{۲} \\ B &= a\cos ۴۵^\circ + b\cos ۴۵^\circ = (a+b)\frac{\sqrt{۲}}{۲} \end{aligned}\right\} \frac{A}{B} = ۱$$

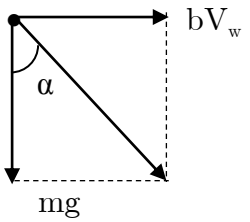
۲۰- ماخ گزینه‌ی [ج] صحیح است.

با رسم خطوط میدان دید و رسم تصاویر در آینه‌ها، تعداد ۴ تصویر قابل مشاهده است.



۲۱- ماخ گزینه‌ی [ج] صحیح است.

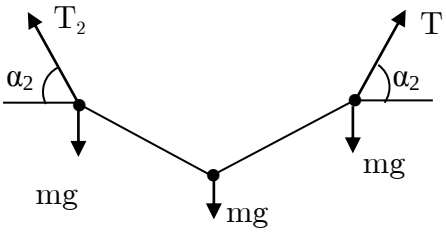
در حالت حدی، سرعت افقی قطرات باران با سرعت باد یکسان می‌شود. بنابراین از دید ناظر ساکن نسبت به هوا نیرویی افقی (مقاومت هوا) به قطرات وارد نمی‌شود. ولی از دید ناظر زمینی:



$$\tan\alpha = \frac{bv_w}{mg}$$

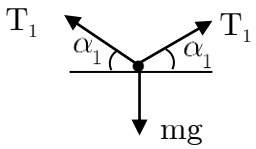
www.iranpho.ir
www.MAAKH.ir

۲۲- گزینه‌ی [ج] صحیح است.



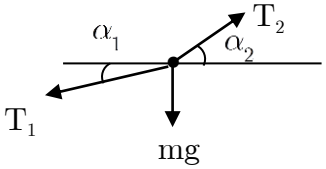
$$۲T_۲ \sin\alpha_۲ = ۳mg$$

$$\rightarrow T_۲ = \frac{۳mg}{۲\sin\alpha_۲}$$



$$۲T_۱ \sin\alpha_۱ = mg \rightarrow T_۱ = \frac{mg}{۲\sin\alpha_۱}$$

$$T_۲ \cos\alpha_۲ = T_۱ \cos\alpha_۱$$



$$\Rightarrow \frac{۳mg}{۲\sin\alpha_۲}\cos\alpha_۲ = \frac{mg}{۲\sin\alpha_۱}\cos\alpha_۱$$

$$\Rightarrow \frac{\tan\alpha_۱}{\tan\alpha_۲} = \frac{۱}{۳}$$

۲۳- گزینه‌ی [ج] صحیح است.

فرآیند فشار ثابت است. $(P_۱ = P_۲)$

$$\frac{P_۱V_۱}{T_۱} = \frac{P_۲V_۲}{T_۲}$$

$$\rightarrow \frac{V}{T} = \frac{V_۲}{T'} \quad P_۱V = nRT \quad V_۲ = V + V'$$

$$\Delta u = Q - W \qquad Q = ۰$$

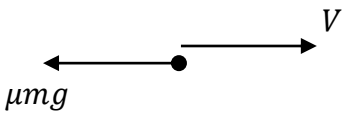
$$\Rightarrow \frac{۳}{۲}nR(T' - T) = -P_۱(V' - V) = \frac{\cancel{nRT}}{V}(V - V')$$

$$\Rightarrow ۳V(T' - T) = ۲T(V - V') \rightarrow ۳VT' + ۲V'T = ۵VT \quad (I)$$

$$\frac{V}{T} = \frac{V + V'}{T'} \rightarrow VT' - V'T = VT \quad (II)$$

$$(I)(II) \Rightarrow \frac{T'}{T} = \frac{۷}{۵}$$

۲۴- گزینه‌ی [الف] صحیح است.



به جسم بالایی نیروی اصطکاک μmg خلاف جهت حرکت وارد می‌شود.

$$-\mu mg = ma \rightarrow a = -\mu g$$

به جسم پایینی نیروی اصطکاک μmg در حرکت حرکت وارد می‌شود:

$$\mu mg \longrightarrow$$
$$\mu mgt = m\theta' \rightarrow a' = \mu g$$

نیروی اصطکاک تا زمانی وارد می‌شود که سرعت دو جسم یکسان می‌شود.

$$V_{\circ} - \mu gt = \mu gt \rightarrow t = \frac{v_{\circ}}{۲\mu g}$$

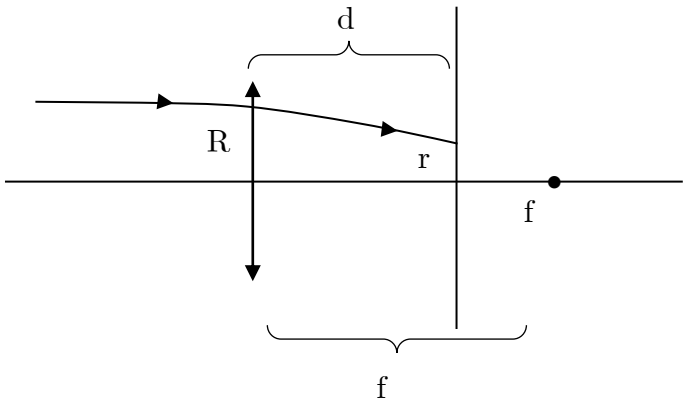
$$\rightarrow V_{۱} = V_{۲} = \frac{V_{\circ}}{۲}$$

کار نیروی اصطکاک از قضیه کار و انرژی بدست می‌آید.

$$K_{۲} - K_{۱} = W_f$$

$$\frac{۱}{۲}mV_{\circ}^{۲} - \frac{۱}{۲}m(\frac{V_{\circ}}{۲})^{۲} = \frac{-۳}{۸}mv_{\circ}^{۲}$$

۲۵- گزینه‌ی [ج] صحیح است.



توان ورودی = توان خروجی

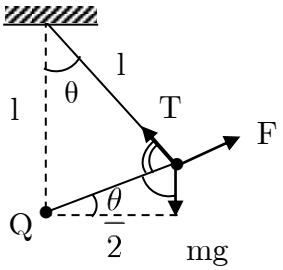
مساحت × شدت روشنایی = توان

$$\Rightarrow I_{\circ}\pi R^{۲} = I\pi r^{۲} \Rightarrow I = I_{\circ}(\frac{R}{r})^{۲}$$

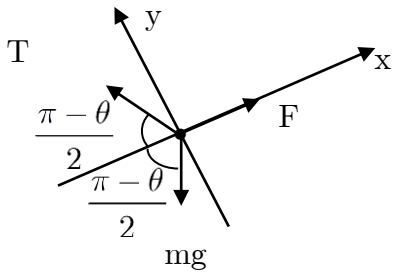
$$\text{تشابه} \Rightarrow \frac{R}{r} = \frac{f}{f-d} \Rightarrow I = I_{\circ}(\frac{f}{f-d})^{۲}$$

۲۶- گزینه‌ی [الف] صحیح است.

محور مختصات را طوری انتخاب می‌کنیم که یکی از محورها در راستای خط و اصل دو بار الکتریکی باشد.



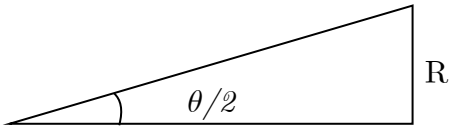
با توجه به هندسه شکل، زاویه نیروی وزن mg و نیروی کشش نخ T با راستای محور x یکسان و برابر $\frac{\pi - v}{۲}$ است.



برآیند نیروها در راستای محور y باید صفر باشد:

$$T\sin(\frac{\pi}{۲} - \frac{\theta}{۲}) = m\sin(\frac{\pi}{۲} - \frac{\theta}{۲}) \Rightarrow T = mg$$

۲۷- گزینه‌ی [الف] صحیح است.



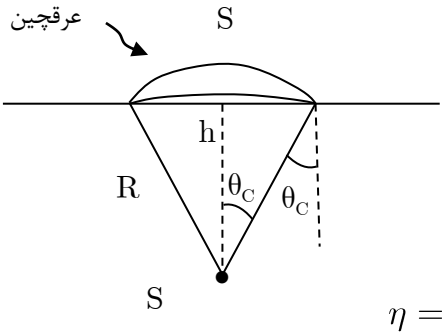
$$\tan(\frac{\theta}{۲}) = \frac{R}{x} \quad x = L - vt$$

نسبت به زمان مشتق می‌گیریم:

$$\frac{\dot{\theta}}{۲}(۱+\tan^۲(\frac{\theta}{۲})) \overset{X}{=} R(-۱)(\dot{x})(x^{-۲}) \rightarrow \dot{\theta} = \frac{۲Rv}{R^۲ + x^۲}$$

با کاهش مقدار x مقدار $\dot{\theta}$ (شیب نمودار) همواره در حال افزایش است. و در $x=۰$ $\dot{\theta}_{(x=۰)} = \frac{۲V}{R}$ است.

۲۸- گزینه‌ی [الف] صحیح است.



$$h = R\cos\theta_C \rightarrow R = \frac{h}{\cos\theta_C}$$

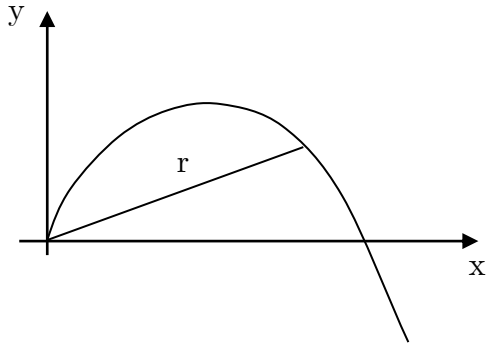
$$n = ۱/۲۵ = \frac{۵}{۴}$$

$$S = ۴\pi R^۲ \sin^۲(\frac{\theta_c}{۲}) = ۲\pi R^۲(۱-\cos\theta_c)$$

$$\left.\begin{aligned} \eta &= \frac{S}{۴\pi R^۲} = \frac{۲\pi R^۲(۱-\cos\theta_c)}{۴\pi R^۲} = \frac{۱-\cos\theta_c}{۲} \\ \sin\theta_c &= \frac{۱}{n} \rightarrow \cos\theta_c = \frac{\sqrt{n^۲-۱}}{n} \end{aligned}\right\} \eta = \frac{۱}{۲}(۱-\sqrt{۱-\frac{۱}{n^۲}})$$

$$\eta = \frac{۱}{۲}(۱-\sqrt{۱-\frac{۱۶}{۲۵}}) = \frac{۱}{۲}[۱-\frac{۳}{۵}] = \frac{۱}{۵} \rightarrow \eta = ۲۰\,\%$$

۲۹- گزینه‌ی [الف] صحیح است.



$$x = V_۰\cos\theta t \;,\; y = V_۰\sin\theta t - \frac{۱}{۲}gt^۲$$

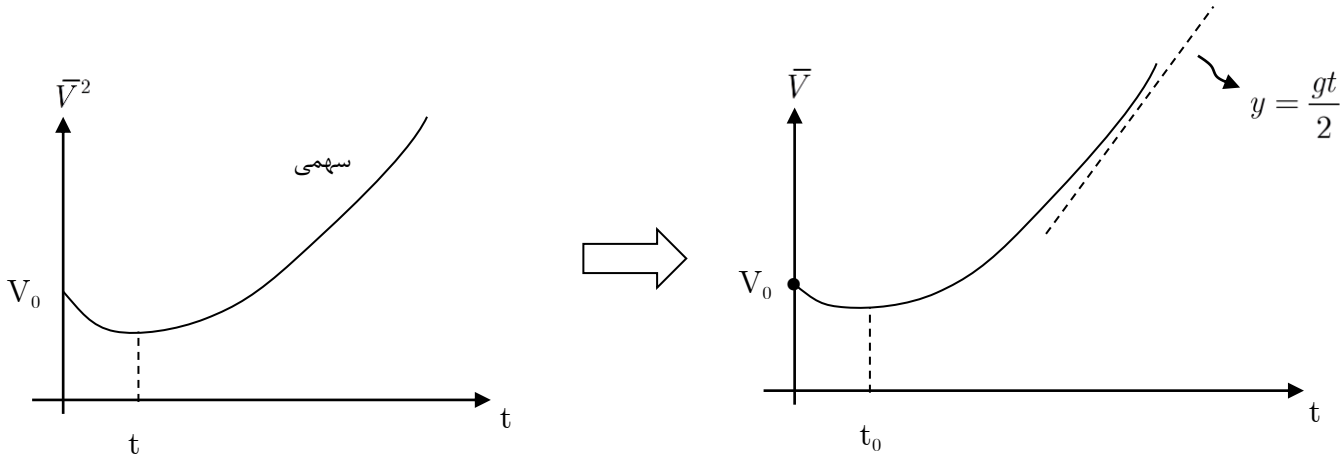
$$r^۲ = x^۲ + y^۲ \;,\; \bar{V} = \frac{r}{t}$$

$$r^۲ = V_۰^۲t^۲ - V_۰ g\sin\theta t^۳ + \frac{۱}{۴}g^۲t^۴$$

$$\rightarrow \bar{V}^۲ = V_۰^۲ - V_۰ g\sin\theta t + \frac{۱}{۴}gt^۲ \quad \text{سهمی:}\; t_۰ = \frac{۲V_۰\sin\theta}{g} > ۰$$

این سهمی رویه بالاست و نقطهٔ مینیموم آن در $t = t_۰$ اتفاق می‌افتد.

$$\bar{v} = \sqrt{v_۰^۲ - v_۰ g\sin\theta t + \frac{۱}{۴}g^۲t^۲}$$

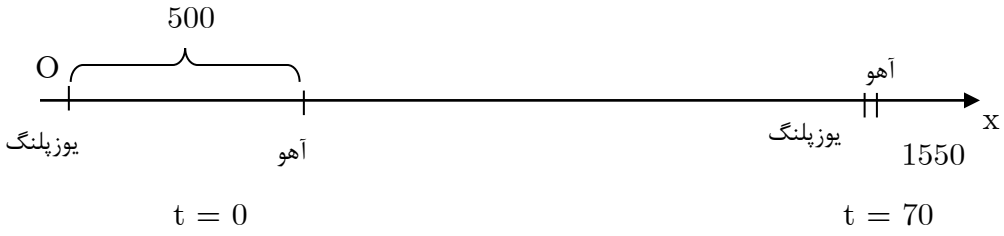


۳۰- گزینه‌ی [الف] صحیح است.

اطلاعات موجود در نمودار: یوزپلنگ از زمان ۱۰ تا ۶۵ با سرعت ثابت $V=\frac{۱۵۰۰-۱۰۰}{۶۵-۱۰}$ حرکت می‌کند. همچنین یوزپلنگ باید در زمان کمتر از ۷۰ ثانیه آهو را شکار کند در غیر اینصورت خسته می‌شود می‌ایستد. یوزپلنگ از زمان شروع تا توقف مسافت ۱۵۵۰ متر را طی می‌کند.

$$V_{\text{آهو}}=۶۰\frac{km}{hr}=۱۶/۶۷\frac{m}{s^{۱}}$$

$$V_{\text{یوزپلنگ}}=\frac{۱۰۰۰}{۵۵}\simeq ۲۵/۴۵\frac{m}{s}\simeq ۹۱/۶۳\frac{km}{hr}$$



$t=0$ $t=70$

شرط فرار آهو:

$$x=۵۰۰+۱۶/۶۷(t-\tau)\xrightarrow{t=۷۰}x\geq ۱۵۵۰$$

$$\Rightarrow ۵۰۰+۱۶/۶۷_x(۷۰-\tau)\geq ۱۵۵۰\rightarrow ۷۰-\tau\geq\frac{۱۵۵۰-۵۰۰}{۱۶/۶۷}$$

$$\Rightarrow ۷۰-\tau\geq ۶۳\Rightarrow \tau\leq ۷S$$

توجه کنید که مبدأ زمان، لحظه شروع حرکت یوزپلنگ فرض شده است.

«سئوالات پاسخ کوتاه»

۱- پاسخ ۲۷° صحیح است.

توان گرمایی تولید شده براثر عبور جریان = توان گرمایی خارج شده بر اثر انتقال گرما:

$$RI^{۲}=۲KA\frac{\Delta T}{\Delta x} \qquad R=\rho\frac{L}{aW} \quad A=WL \qquad \Delta x=b$$

T : دمای سطح مسی

$$\Rightarrow \rho\frac{L}{wa}I^{۲}=۲KWL\frac{(T-\theta_{۰})}{b}$$

$$\Rightarrow T-\theta_{۰}=\frac{P\not{L}I^{۲}}{۲K\not{L}W^{۲}a}\rightarrow T=\theta_{۰}+\frac{\rho\ bI^{۲}}{۲k\,w^{۲}a}$$

$$\rightarrow T=۲۳+\frac{۱/۷\times۱۰^{-۸}\times۲\times۱۰^{-۳}\times۴۰۰}{۲\times۱۶\times۱۰^{-۲}\times۱۰^{-۴}\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow T=۲۷\ ^{\circ}C$$

۲- پاسخ $۶۷^{\circ}C$ درست است. (پاسخ‌های ۶۷ تا ۷۵ مورد قبول می‌باشد)

توان گرمایی تولید شده بر اثر عبور جریان + توان گرمایی جذب شده تابشی = توان گرمایی رفع شده تابشی

$$\Rightarrow RI^{۲}+۲A\sigma T^{۴}=۲A\sigma T_{C}^{۴}$$

$$\Rightarrow T_{C}^{۴}=T^{۴}+\frac{RI^{۲}}{۲A\sigma}\Rightarrow T_{C}=T\left[۱+\frac{RI^{۲}}{۲A\sigma T^{۴}}\right]^{\frac{۱}{۴}}$$

$$R=\rho\frac{L}{aW} \qquad A=Lw+(aw+aL)\simeq L.W$$

$$\Rightarrow T_{C}=T\left[۱+\frac{\rho\frac{\not{L}}{aw}I^{۲}}{۲\not{L}waT^{۴}}\right]^{\frac{۱}{۴}}\simeq T\left[۱+\frac{\rho I^{۲}}{۲aw^{۲}\sigma T^{۴}}\right]^{\frac{۱}{۴}}$$

$$\Rightarrow T_{C}=۳۰۰\times\left[۱+\frac{۱/۷\times۱۰^{-۸}\times۴\times۱۰^{۲}}{۲\times۱۰^{-۴}\times۱۰^{-۴}\times۵/۷\times۱۰^{-۸}\times۸۱\times۱۰^{۸}}\right]\simeq ۳۰۰\left[۱+۰/۷۵\right]^{\frac{۱}{۴}}$$

$$\xrightarrow[۰/۷۵=\frac{۳}{۴}]{} T_{C}=۳۰۰\times(۱+\frac{۱}{۴}\times\frac{۳}{۴}-\frac{۳}{۳۲}\times\frac{۹}{۱۶})\rightarrow T_{C}\simeq ۳۴۰/۴۱K\simeq ۶۷\ ^{\circ}C$$

۳- پاسخ $۳۸Gj$ صحیح است. (پاسخ‌های بین ۳۶ تا ۳۹ مورد قبول است)

در gr ۱۰سوخت نیروگاه مقدار $۰/۵\,gr$ اتم $^{۲۳۵}_{۹۲}U$ وجود دارد. با توجه به معادله واکنش:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{جرم اولیه} & :(۲۳۵/۰۴+۱/۰۱)U \\ \text{جرم نهایی} & (۱۴۰/۹۱+۹۱/۹۱+۳/۰۳)U \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{جرم از بین رفته}} = ۰/۲u = ۳/۴\times۱۰^{-۲۸}kg$$

$$E=mc^۲ \rightarrow \quad \text{انرژی آزاد شده} = ۳/۴\times۱۰^{-۲۸}\times۹\times۱۰^{۱۶} = ۳/۰۶\times۱۰^{-۱۰}\ \frac{J}{mol}$$

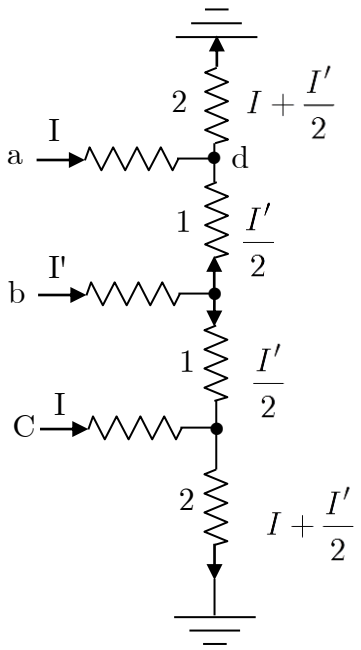
این مقدار انرژی از یک مدل اتم $^{۲۳۵}_{۹۲}U$ بدست می‌آید.

$$n=\frac{۰/۵\times۱۰^{-۳}}{۲۳۵/۰۴\times۱۰۷\times۱۰^{-۲۷}} = ۱/۲۵\times۱۰^{۲۱}mol$$

$$\rightarrow E = ۳/۸۳\times۱۰^{۱۰}\,j = ۳۸/۳GJ \simeq ۳۸GJ$$

۴- پاسخ $۱۴V$ صحیح است.

با توجه به تقارن مدار، جریان‌ها به شکل مقابل است.



$$\left.\begin{array}{l} V_a - ۲I - ۲(I+\frac{I'}{۲}) = ۰ \\ V_b - ۲I' - \frac{I'}{۲} + ۲I = V_a \end{array}\right| \begin{array}{l} \Rightarrow ۱۲ = ۲I + \frac{I'}{۲} \\ \Rightarrow O = ۲I - \frac{۵}{۲}I' \end{array}$$

$$\Rightarrow I' = ۴mA\ I = ۵mA$$

$$\Rightarrow V_a - ۲I = V_d \Rightarrow ۲۴ - ۲\times۵ = V_d \Rightarrow V_d = ۱۴V$$

۵- پاسخ $۲۰\ \frac{m}{s}$ صحیح است.

این سئوال ارتباطی با صوت و موج ندارد و کافی است رابطه بین نمودار و رابطهٔ داده شده را پیدا کرد.

وقتی جسم از بینهایت به سمت شخص حرکت می‌کند: $\cos\pi = -۱ \leftarrow \theta = \pi$

$$\Rightarrow f = f_۰(۱+\frac{v}{c}) \rightarrow f = f_۰(۱+\frac{v}{c}) = ۲۸۷۰\ Hz \quad (I)$$

وقتی جسم به فاصله بی‌نهایت رفته و از شخص دور می‌شود: $\cos = +۱ \leftarrow \theta = ۰$

$$\Rightarrow f = f_۰(۱-\frac{v}{c}) \rightarrow f = f_۰(۱-\frac{v}{c}) = ۲۵۳۰\ Hz \quad (II)$$

$$\frac{(I)}{(II)} \Rightarrow \frac{۲۸۷۰}{۲۵۳۰} = \frac{۱+\frac{v}{c}}{۱-\frac{v}{c}} = \frac{۲۷۰۰+۱۷۰}{۲۷۰۰-۱۷۰} = \frac{۱+\frac{۱۷۰}{۲۷۰۰}}{۱-\frac{۱۷۰}{۲۷۰۰}}$$

$$\Rightarrow \frac{v}{c} = \frac{۱۷۰}{۲۷۰۰} = \frac{v}{۳۲۰} \Rightarrow V = ۲۰/۱۵\frac{m}{s} \simeq ۲۰\frac{m}{s}$$

روش دوم: $f = f_۰(۱-\frac{v}{c}\cos\theta) \rightarrow \frac{df}{d\theta} = f_۰\frac{v}{c}\sin\theta \rightarrow \frac{d^۲f}{d\theta^۲} = f_۰\frac{v}{c}\cos\theta$

همانطور که از مشتق دوم مشخص از دو $\theta = \frac{\pi}{۲}$ تقعر منحنی تغییر می‌کند. در نمودار در فرکانس $f = ۲۷۰۰$ تقعر تغییر می‌کند.

$$\theta = \frac{\pi}{۲} \rightarrow f = f_۰ = ۲۷۰۰Hz$$

$$\theta = \pi \rightarrow f = f_۰(۱+\frac{v}{c}) = ۲۸۷۰ \Rightarrow ۲۷۰۰(۱+\frac{v}{c})$$

$$\rightarrow \frac{۲۸۷۰}{۲۷۰۰} = ۱+\frac{۱۷۰}{۲۷۰۰} = ۱+\frac{V}{۳۲۰} \Rightarrow V \simeq ۲۰\frac{m}{s}$$

کلید سوالات

۱ هـ د ج ب الف	۲۱ هـ د ب الف	۴۱ هـ د ج ب الف
۲ هـ د ج ب الف	۲۲ هـ د ب الف	۴۲ هـ د ج ب الف
۳ هـ د ج ب الف	۲۳ هـ د ب الف	۴۳ هـ د ج ب الف
۴ هـ د ج ب الف	۲۴ هـ د ج ب الف	۴۴ هـ د ج ب الف
۵ هـ د ج ب الف	۲۵ هـ د ب الف	۴۵ هـ د ج ب الف
۶ هـ د ج ب الف	۲۶ هـ د ج ب الف	۴۶ هـ د ج ب الف
۷ هـ د ب الف	۲۷ هـ د ج ب الف	۴۷ هـ د ج ب الف
۸ هـ د ج ب الف	۲۸ هـ د ج ب الف	۴۸ هـ د ج ب الف
۹ هـ د ب الف	۲۹ هـ د ج ب الف	۴۹ هـ د ج ب الف
۱۰ هـ د ج ب الف	۳۰ هـ د ج ب الف	۵۰ هـ د ج ب الف
۱۱ هـ د ب الف	۳۱ هـ د ج ب الف	۵۱ هـ د ج ب الف
۱۲ هـ د ج ب الف	۳۲ هـ د ج ب الف	۵۲ هـ د ج ب الف
۱۳ هـ د ب الف	۳۳ هـ د ج ب الف	۵۳ هـ د ج ب الف
۱۴ هـ د ج ب الف	۳۴ هـ د ج ب الف	۵۴ هـ د ج ب الف
۱۵ هـ د ب الف	۳۵ هـ د ج ب الف	۵۵ هـ د ج ب الف
۱۶ هـ د ب الف	۳۶ هـ د ج ب الف	۵۶ هـ د ج ب الف
۱۷ هـ د ج ب الف	۳۷ هـ د ج ب الف	۵۷ هـ د ج ب الف
۱۸ هـ د ج ب الف	۳۸ هـ د ج ب الف	۵۸ هـ د ج ب الف
۱۹ هـ د ب الف	۳۹ هـ د ج ب الف	۵۹ هـ د ج ب الف
۲۰ هـ د ب الف	۴۰ هـ د ج ب الف	۶۰ هـ د ج ب الف