جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش

دفترچه سوالات به همراه پاسخنامه تشریحی
مرحله اول
چهارمین دوره‌ی المپیاد نجوم و اخترفیزیک سال ۱۳۸۶

تعداد سوالات		مدت آزمون (دقیقه)
سوالات چند گزینه‌ای	مساله‌های تشریحی	
۲۹	۸	۲۱۰

توضیحات مهم

استفاده از ماشین حساب آزاد است.

تذکرات پیش از آزمون:

- این آزمون شامل **۲۹ سؤال** چندگزینه‌ای و **۸ سؤال تشریحی** است و مدت‌زمان پیشنهادی آن **۳ ساعت و ۳۰ دقیقه** است.
- نمره هر سؤال یکی کمتر از تعداد گزینه‌های آن است و هر پاسخ غلط یک نمره منفی دارد.
- استفاده از ماشین‌حساب غیرقابل‌برنامه‌ریزی در این آزمون مجاز است.
- استفاده از کاتالوگ‌ها، آلمانک‌ها و سایر اطلس‌های ستاره‌ای، در این آزمون تخلف محسوب می‌شود.
- پاسخنامه‌ی این آزمون توسط آقای **کامبیز خالقی** تهیه شده است.

www.MAAKH.ir

کلیه حقوق این سوالات برای ماخ محفوظ است.

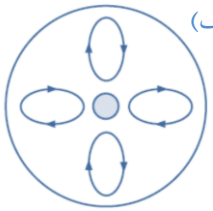
ثابت‌های فیزیکی و نجومی

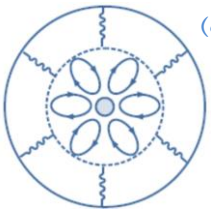
G	ثابت جهانی گرانش	$m^{۳}kg^{-۱}s^{-۲}$	$۶/۶۷\times۱۰^{-۱۱}$
σ	ثابت استفان بولتزمان	$Wm^{-۲}K^{-۴}$	$۵/۶۷\times۱۰^{-۸}$
k_B	ثابت بولتزمان	$JK^{-۱}$	$۱/۳۸\times۱۰^{-۲۳}$
h	ثابت پلانک	Js	$۶/۶۳\times۱۰^{-۳۴}$
	سال نجومی	روز	$۳۶۵/۲۶$
c	سرعت نور	$ms^{-۱}$	$۳/۰۰\times۱۰^{۸}$
pc	پارسک	m	$۳/۰۹\times۱۰^{۱۶}$
Au	واحد نجومی	m	$۱/۵۰\times۱۰^{۱۱}$
Ly	سال نوری	m	$۹/۴۶\times۱۰^{۱۵}$
$R_\odot$	شعاع خورشید	m	$۶/۹۶\times۱۰^{۸}$
$R_\oplus$	شعاع زمین	m	$۶/۳۸\times۱۰^{۶}$
	شعاع مشتری در استوا	m	$۷/۱۵\times۱۰^{۷}$
	شعاع مداری ماه	m	$۳/۸۴\times۱۰^{۸}$
$M_\odot$	جرم خورشید	kg	$۱/۹۹\times۱۰^{۳۰}$
$M_\oplus$	جرم زمین	kg	$۵/۹۷\times۱۰^{۲۴}$
	جرم مشتری	kg	$۱/۹۰\times۱۰^{۲۷}$
$T_\odot$	دمای خورشید	K	$۵/۷۹\times۱۰^{۳}$
$L_\odot$	درخشندگی خورشید	W	$۳/۸۵\times۱۰^{۲۶}$
$f_\odot$	ثابت خورشیدی	$Wm^{-۲}$	$۱/۳۷\times۱۰^{۳}$
$m_\odot$	قدر ظاهری خورشید		$-۲۶/۸$
	قدر مطلق بولومتریک خورشید		$۴/۷۲$
	قدر ماه بدر		$-۱۲/۷$
$H_\circ$	ثابت هابل در حال حاضر	$Kms^{-۱}Mpc^{-۱}$	۷۰

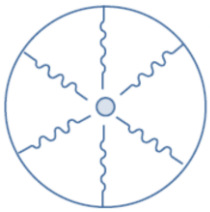
۱- کدام‌یک از اجرام زیر برای ناظری در عرض جغرافیایی ۳۶ درجه شمالی زودتر غروب می‌کند؟

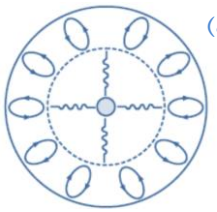
الف) M۴۲ ب) M۴۱ ج) M۴۵ د) M۳۱ هـ) M۹۵

۲- کدام‌یک از تصاویر زیر فرآیند غالب برای انتقال انرژی در ستاره‌ای در رشته‌ی اصلی با جرم $۰/۴M_{\odot}$ را به‌درستی نمایش می‌دهد؟

الف) 

ب) 

ج) 

د) 

۳- توزیع شدت برحسب طول‌موج برای یک ستاره در بازه‌ی طول‌موجی ۶۶۰ تا ۶۶۶ نانومتر مقدار ثابت $C(Wm^{-۲}(nm)^{-۱})$ است. صفحه‌ای به مساحت $۱cm^{۲}$ را به‌طور عمودی در مقابل نور این ستاره قرار می‌دهیم. تعداد فوتون‌هایی که در یک ثانیه در بازه‌ی طول‌موج ذکرشده به این صفحه برخورد می‌کنند چقدر است؟

الف) $C/۳\times۱۰^{۱۵}$ ب) $C/۲\times۱۰^{۱۵}$ ج) $۲C\times۱۰^{۱۵}$

د) $C/۳\times۱۰^{۶}$ هـ) $C/۲\times۱۰^{۶}$ و) $۲C\times۱۰^{۶}$

۴- بیشترین ارتفاع یک ماهواره زمینی ۳۸۰۰km و کمترین ارتفاع آن ۵۰۰km است. وقتی این ماهواره نسبت به حضیض مدارش ۹۰ درجه بچرخد در چند کیلومتری از سطح زمین قرار می‌گیرد؟

الف) ۸۸۰ ب) ۱۲۴۰ ج) ۱۸۳۰ د) ۱۹۷۰ هـ) ۸۲۱۰

۵- فاصله‌ی زاویه‌ای یک ستاره از خورشید در اعتدال بهاری ۷۰ درجه است. اختلاف‌منظر این ستاره در اعتدال پاییزی و اعتدال بهاری $۴/۹\times۱۰^{-۲}$ ثانیه‌ی قوسی است. فاصله‌ی این ستاره از زمین چند سال نوری است؟

الف) ۶۵ ب) ۹۱ ج) ۱۳۰ د) ۲۲۰

۶- فرض کنید در سیاره‌ای، انقلاب زمستانی درزمانی رخ می‌دهد که آن سیاره در حضیض مداری خود قرارگرفته باشد. درصورتی‌که خروج از مرکز مدار این سیاره ۰/۰۷ باشد، نسبت طول فصل پاییز به فصل بهار چقدر است؟

الف) ۱/۱۹ ب) ۰/۸۴ ج) ۰/۶۰ د) ۰/۴۲

۷- نسبت شتاب خطی نقطه‌ای روی استوای زمین ناشی از دوران زمین به دور خودش به شتاب خطی زمین که از حرکت آن به دور خورشید ناشی می‌شود چقدر است؟ (مدار زمین را دایره‌ای فرض کنید.)

الف) $۱/۶\times۱۰^{-۲}$ ب) $۱/۷\times۱۰^{-۱}$ ج) ۵/۷ د) ۶/۳

۸- منشأ چرخه‌ی ساروسی که برای پیش‌بینی گرفت‌های خورشید و ماه به کار می‌رود از چه تمدنی است؟

الف) مصر ب) یونان ج) بابل
د) هند هـ) چین و) اینکا

۹- کدام‌یک از تلسکوپ‌های زیر برای رصد پرتو X طراحی‌شده‌اند؟

الف) اسپیتزر ب) هابل ج) چاندرا د) UKIRT هـ) JCMT

۱۰- حدوداً چه مساحتی از کویر مرکزی ایران را با سلول‌های خورشیدی دارای بازده ۵ درصد پوشش دهیم تا مصرف روزانه‌ی برق خانواده‌های ایرانی را تأمین کند؟

الف) $5km^2$ ب) $500km^2$ ج) $50000km^2$ د) کل کویر کفایت نمی‌کند.

۱۱- در شهری با عرض جغرافیایی ۴۰ درجه شمالی، حداقل سمت شرقی ماه در زمان طلوع آن چقدر است؟

الف) ۵۱/۵ ب) ۵۸/۶ ج) ۱۱۷/۱ د) ۱۲۱/۳ هـ) ۱۲۸/۵

۱۲- ماهواره‌ای با جرم ۳۰۰۰kg در مداری بیضوی حول زمین در گردش است. کمترین ارتفاع این ماهواره از سطح زمین ۱۰۰۰km و بیشترین ارتفاع آن ۳۰۰۰km است. انرژی تقریبی لازم برای قرار دادن این ماهواره در مدارش چند ژول بوده است؟

الف) $1/2\times10^{11}$ ب) $1/2\times10^{14}$ ج) $2/6\times10^{13}$ د) $2/6\times10^{8}$

۱۳- چه کسری از جرم منظومه شمسی بیرون از خورشید است؟

الف) ۰/۵ ب) ۰/۲ ج) ۰/۰۲ د) ۰/۰۰۲ هـ) ۰/۰۰۰۲

۱۴- در سال ۱۷۲۵ جیمز برادلی با توجه به تأثیر سرعت مداری زمین و محدودیت سرعت نور بر موقعیت ظاهری ستاره‌ها موفق به توضیح پدیده‌ی ابیراهی شد. موقعیت ظاهری ستاره‌ای در قطب شمال دایره‌البروجی در اثر این پدیده روی دایره‌ای با قطر ۴۰/۵ ثانیه‌ی قوس جابجا می‌شود. مقداری که با در نظر گرفتن پدیده‌ی ابیراهی برای سرعت نور اندازه‌گیری می‌شود، چند متر بر ثانیه است؟ (سرعت مداری زمین را $3/0\times10^{4} m/s$ در نظر بگیرید.)

الف) $1/4\times10^{8}$ ب) $1/5\times10^{8}$ ج) $1/6\times10^{8}$
د) $2/9\times10^{8}$ هـ) $3/1\times10^{8}$ و) $3/3\times10^{8}$

۱۵- کدام عدد به دوره‌ی حرکت وضعی ستاره‌ی نوترونی که درون ابر خرچنگ قرار دارد نزدیک‌تر است؟

الف) یک‌سی‌اُم ثانیه ب) یک ثانیه ج) سی ثانیه
د) یک روز هـ) سه روز و) یک سال

۱۶- دنباله‌داری در مدار سهمی بر گرد خورشید حرکت می‌کند. این دنباله‌دار در دو نقطه‌ای که با رأس خورشید زاویه‌ی ۱۲۰ درجه می‌سازند مدار زمین را قطع می‌کند. کمترین فاصله‌ی دنباله‌دار از خورشید برحسب واحد نجومی چقدر می‌تواند باشد؟ (مدار زمین را دایره فرض کنید.)

الف) ۰/۱۳ ب) ۰/۲۵ ج) ۰/۳۷ د) ۰/۵۰

۱۷- بررسی بی‌نظمی‌های حرکت سیارات در منظومه‌ی شمسی منجر به کشف مدار کدام‌یک از اجرام زیر گردید؟

الف) پلوتو ب) نپتون و پلوتو ج) اورانوس

د) اورانوس و پلوتو هـ) نپتون و) نپتون و اورانوس

۱۸- کدام‌یک از اجرام زیر، یکی از هشت قمر بزرگ منظومه‌ی شمسی نیست؟

الف) کالیستو ب) تریتون ج) اروپا

د) تیتان هـ) میراندا و) ماه

۱۹- اگر L درخشندگی، I شدت نور، M قدر مطلق و M^{bol} قدر مطلق بولومتریک ستاره باشد، برای دو ستاره‌ی ۱ و ۲ کدام رابطه درست است؟

الف) $M_۱ - M_۲ = -۲/۵ \log(L_۱ / L_۲)$ ب) $M_۱^{bol} - M_۲^{bol} = -۲/۵ \log(L_۱ / L_۲)$

ج) $M_۱ - M_۲ = -۲/۵ \log(I_۱ / I_۲)$ د) گزینه‌های ۱ و ۲ هر دو درست‌اند.

هـ) گزینه‌های ۱ و ۲ و ۳ هر سه صحیح‌اند.

۲۰- یک ستاره مقداری از جرمش را به‌صورت یک لایه‌ی کروی به فضا پرتاب می‌کند. پس از مدتی بخش دیگری از جرم این ستاره به شکل یک لایه‌ی کروی پرتاب می‌شود. سرعت و شعاع این دو لایه در زمان پرتاب شدن یکسان است و در فاصله‌ی بین این دو پرتاب جرم و شعاع ستاره تغییر نمی‌کند. در زمان پرتاب شدن لایه‌ی دوم لایه‌ی اول هنوز در حال حرکت است. پس از پرتاب لایه‌ی دوم باقی‌مانده‌ی ستاره منقبض می‌شود. کدام گزینه درست است؟

الف) این دو لایه حتماً به هم برخورد می‌کنند.

ب) این دو لایه هرگز به هم برخورد نمی‌کنند.

ج) حالت‌هایی است که این دو لایه به هم برخورد می‌کنند و حالت‌هایی هست که این دو لایه به هم برخورد نمی‌کنند. این را جرم ستاره پس از پرتاب شدن لایه‌ی دوم تعیین می‌کند.

د) حالت‌هایی است که این دو لایه به هم برخورد می‌کنند و حالت‌هایی هست که این دو لایه به هم برخورد نمی‌کنند. این را سرعت پرتاب شدن لایه‌ها تعیین می‌کند.

هـ) حالت‌هایی است که این دو لایه به هم برخورد می‌کنند و حالت‌هایی هست که این دو لایه به هم برخورد نمی‌کنند. این را شعاع لایه‌ها هنگام پرتاب شدن تعیین می‌کند.

۲۱- پرجرم‌ترین سیاه‌چاله‌هایی که در عالم یافت می‌شوند سیاه‌چاله‌های ابر پرجرم در هسته‌ی کهکشان‌ها هستند. نسبت پر جرم‌ترین این سیاه‌چاله‌ها به جرم خورشید به کدام عدد نزدیک‌تر است؟

الف) 10^{3} ب) 10^{6} ج) 10^{9} د) 10^{11} هـ) 10^{15}

۲۲- مدار یکی از ماه‌های مشتری دایره‌ای به شعاع $1/81\times10^{5}km$ است. این دایره در صفحه‌ی مداری مشتری است. این ماه طی هر گردش به دور مشتری به مدت T در حالت گرفت قرار می‌گیرد. T چند دقیقه است؟

الف) ۴۶/۰ ب) ۴۶/۳ ج) ۸۵/۸ د) ۹۲/۶

۲۳- ماهواره‌ای در کمترین ارتفاع خود از سطح زمین که برابر 300km است قرار دارد. ماهواره در مدار بیضی با خروج از مرکز ۰/۶ در حال گردش حول زمین است. چند ثانیه طول می‌کشد تا این ماهواره ربع مسیر حرکت خود بر گرد زمین را بپیماید.

الف) ۳۱/۶ ب) ۵۱/۱ ج) $3/32\times10^{3}$ د) $5/37\times10^{3}$

۲۴- سن عالم از طریق تطبیق شواهد رصدی مرتبط با دور شدن کهکشان‌ها با مدل‌های دینامیک انبساط به دست می‌آید. سن زمین با استفاده از روش‌های رادیواکتیو سن‌یابی، تخمین زده می‌شود. طبق آخرین نتایج، سن عالم حدوداً چند برابر سن زمین است؟

الف) ۱ ب) ۳ ج) ۵ د) ۷

۲۵- در یک سایت رصدی با عرض جغرافیایی ۲۵/۰ درجه جنوبی دو ستاره به‌طور هم‌زمان در حال عبور مشاهده می‌شوند. اگر ستاره‌ی اول دقیقاً در غرب ناظر و نیم ساعت زودتر از ستاره‌ی دوم غروب کند میل ستاره‌ی دوم چقدر است؟

الف) ۶۴/۹ درجه ب) ۶۴/۹- درجه ج) ۱۵/۶ درجه
د) ۱۵/۶- درجه هـ) ۶/۸ درجه و) ۶/۸- درجه

۲۶- یک ستاره به شکل کره را در نظر بگیرید که منبسط می‌شود، چنانکه TV^{α} ثابت می‌ماند. V حجم ستاره، T دمای سطح آن و α یک ثابت است. شرط لازم و کافی برای این که با انبساط این ستاره، توان تابشی آن زیاد شود کدام است؟

الف) $\alpha<0$ ب) $\alpha<1$ ج) $2\alpha<1$
د) $3\alpha<1$ هـ) $4\alpha<1$ و) $6\alpha<1$

۲۷- مقدار ثابت هابل اندازه‌گیری شده توسط ادوین هابل به کمک کهکشان‌های نزدیک، چند برابر مقدار اندازه‌گیری شده‌ی کنونی است؟

الف) ۱ ب) ۳/۵ ج) ۷ د) ۱۲

۲۸- ستاره‌ای که در شکل زیر با علامت (*) مشخص‌شده است به کدام صورت فلکی تعلق دارد؟

الف) ارابه‌ران ب) آندرومدا ج) حوت
د) دلفین هـ) کلاغ و) هیچ‌کدام

۲۹- حداقل و حداکثر مجموع زوایای یک مثلث کروی برابر است با:

الف) $\pi,0$ ب) $3\pi,\pi/2$ ج) $2\pi,3\pi/2$ د) $2\pi,\pi$ هـ) $3\pi,\pi$

«مسئله‌های کوتاه»

پیش از شروع مسئله‌های کوتاه توضیح زیر را به‌دقت بخوانید.

پاسخ در این قسمت نمره منفی ندارد.

در این مسئله‌ها باید پاسخ را بر حسب واحدی که در صورت مسئله خواسته‌شده (مثلاً ثانیه درجه پارسک و غیره) به دست آورید. سپس رقم یکان را در قسمت مربوط به رقم یکان و رقم دهگان را در قسمت مربوط به دهگان در پاسخ‌نامه علامت بزنید.

فرض کنید در صورت‌مسئله قدر ستاره‌ای خواسته‌شده است و شما عدد ۶۹۵ / ۱۲ را به دست آورید. جوابی که باید در پاسخ‌نامه زده شود عدد ۱۲ است یعنی باید ۱ را در ستون دهگان و ۲ را در ستون یکان سیاه کنید.

از گرد کردن اعداد خودداری کنید. از علامت اعداد صرف‌نظر کنید. فقط دو رقم یکان و دهگان مهم است. جدول زیر چند نمونه از اعداد به‌دست‌آمده و آنچه باید در پاسخ‌نامه زده شود را نشان می‌دهد.

عدد به‌دست‌آمده	عددی که باید در پاسخ‌نامه وارد شود
۴۳ / ۹۹۶۵۴	۴۳
۴۳ / ۰۰۱۲۳۶۵	۴۳
۱ / ۸۶۶	۰۱
۹۹ / ۹۹۹۹	۹۹
۰ / ۰۰۰۱	۰۰
۲	۰۲

۱- ستاره‌ای با شعاع $۶۷۰R_{\odot}$ در فاصله‌ی ۴۲۷ سال نوری از زمین قرارگرفته است. درصورتی‌که قدر ظاهری این ستاره ۰/۴۵ باشد طول‌موجی که در آن ستاره بیشترین تابش خود را دارد چند میکرومتر است؟

۲- ناظر A درحالی‌که روی زمین دراز کشیده ستاره‌ای را با مشخصات $\delta = ۲۰^{\circ} N$ و $\alpha = ۲۲h$ رصد می‌کند. دو دقیقه پس از غروب این ستاره از دید ناظر A، ناظر B در یکی از طبقات یک آسمان‌خراش که در نزدیکی ناظر A قرار دارد، همان ستاره را در حال غروب مشاهده می‌کند. ناظر B در چه ارتفاعی برحسب متر در حال رصد است؟ عرض و طول جغرافیایی هر دو ناظر به ترتیب ۳۰ درجه‌ی شمالی و ۵۰ درجه‌ی شرقی است.

۳- ماهواره‌ای استوایی در مداری به دور زمین در گردش است. جهت گردش ماهواره هم‌جهت با دوران زمین به دور خودش است. ناظری در استوای زمین ماهواره را در یک‌لحظه درست بالای سرش می‌بیند. اگر حاصل‌ضرب سرعت‌های خطی ماهواره در نقطه‌ی اوج و حضیض $۱۰ km^{۲} / s^{۲}$ باشد پس از چند ثانیه ناظر دوباره ماهواره را در سمت‌الرأس خود مشاهده خواهد کرد؟

۴- یک ماشین ماه‌نورد که برای تحقیقات به ماه فرستاده شده است، در روز اول ماه قمری در نقطه‌ای از سطح ماه قرارگرفته که بیشترین فاصله‌ی ممکن را از مرکز زمین دارد. این ماه نورد می‌خواهد با حرکت روی سطح ماه با سرعت $۵۰ km/h$ در سریع‌ترین زمان ممکن شاهد طلوع زمین باشد. فاصله‌ی زمانی میان لحظه‌ی آغاز حرکت این ماه نورد تا لحظه‌ای که طلوع زمین از دید او آغاز می‌شود چند ثانیه است؟

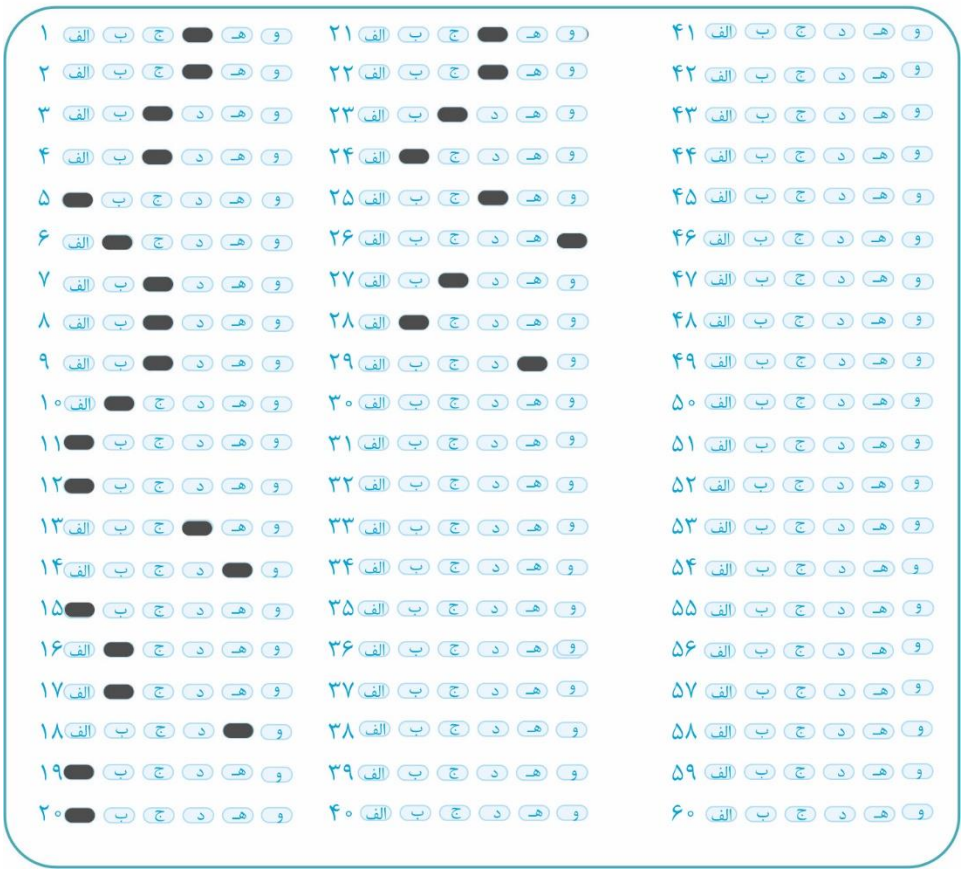
۵- یک باطری خورشیدی با استفاده از نور خورشید درحالی‌که خورشید در سمت‌الرأس قرار دارد مقدار مشخصی انرژی تولید می‌کند. برای این که همان مقدار انرژی از ماه که در سمت‌الرأس قرار دارد بتوان تولید کرد، سطح جمع‌آوری باید چند برابر بزرگ‌تر باشد؟ (ضریب بازتاب ماه را ۰/۰۸ فرض کنید.)

۶- چهار میلیارد سال پیش، ماه در اثر برخورد یک پیش سیاره با زمین به وجود آمد. فرض کنیم در آن هنگام ماه در فاصله‌ی ۲۴ هزار کیلومتری از مرکز زمین بوده و پس از آن به‌واسطه‌ی اثرات جزر و مدی بین زمین و ماه با آهنگ تقریباً ثابتی از زمین دور شده است. قدر ماه بدر از دید دایناسورهایی که ۲۰۰ میلیون سال پیش زندگی می‌کرده‌اند، چه قدر بوده است؟

۷- چراغ یک فانوس دریایی، منبعی نقطه‌ای با توان $۳۰۰۰ \mathrm{W}$ است. نور این فانوس هدایت‌کننده‌ی کشتی‌هایی است که به ساحل نزدیک می‌شوند تا مانع برخورد آن‌ها با صخره‌های ساحل شود. اگر فرض کنیم پدیده‌ی پراکندگی نور رخ نمی‌دهد و جذب نور در جو به‌گونه‌ای رخ می‌دهد که در هر ۱۰۰۰ متر ۱۰ درصد نور جذب می‌شود. دیده‌بان یک کشتی که در فاصله‌ی ۸ کیلومتری فانوس دریایی است و برحسب اتفاق برای تخمین قدر آموزش‌دیده است، چه قدری به این فانوس دریایی نسبت می‌دهد؟

۸- ناظری استوایی، درحالی‌که خورشید را در حال عبور می‌بیند، به طیف‌سنجی خورشید در خط H_{α} می‌پردازد. اگر دوره‌ی تناوب وضعی استوایی خورشید ۲۵ روز باشد، حداکثر اختلاف بین طول‌موج‌های ثبت‌شده در این رصد برای این خط طیفی برحسب متر چقدر است؟ طول‌موج آزمایشگاهی خط H_{α}، ۶۵۶۵ آنگستروم است.

کلید سؤالات



سؤالات تشریحی

۱- ۱/۳۳ میکرومتر

۲- ۱۵۳ متر

۳- ۷۹۱۲۰ ثانیه

۴- $1/9\times10^{5}$ ثانیه

۵- $4/37\times10^{5}$ ثانیه

۶- -۱۲/۸

۷- -۴/۴۷

۸- $8/86\times10^{-2}$ آنگستروم

۱- ماخ گزینه د پاسخ صحیح است.

شارل مسیه ستاره‌شناس فرانسوی بود. شهرت او به خاطر فهرست کردن ۱۰۳ جرم آسمانی است که بنام خود او اجرام مسیه نامیده می‌شوند. همچنین گودالی در ماه به‌افتخار او نام‌گذاری شده است. او در سال ۱۷۵۸ هنگامی‌که متصدی رصدخانه نیروی دریایی در پاریس بود، دنباله‌دار هالی را رصد کرد و گزارش رصد خود را به مرکز رصد دنباله‌دارها در پاریس ارسال کرد. یک رصدگر آلمانی یک ماه پیش از مسیه دنباله‌دار هالی را در شب کریسمس همان سال رصد کرده بود، اما گزارش رصد خود را به مرکز دنباله‌دارها در پاریس ارسال نکرده بود.
مسیه که باهدف کشف دنباله‌دارها در رصدخانه نیروی دریایی رصد می‌کرد در تاریخ ۲۸ اوت ۱۷۵۸ به‌طور کاملاً اتفاقی متوجه جرمی در آسمان شد که تصور کرد یک دنباله‌دار است، اما این جرم مه‌آلود اصلاً حرکت نداشت. این جرم سحابی خرچنگ در نزدیکی ستاره زتا-ثور بود که به‌عنوان اولین جرم مسیه با عنوان M۱ ثبت شد، با قدر مجموع ۸. مسیه برای این‌که چنین اجرام غیر ستاره‌ای را با دنباله‌دارها اشتباه نگیرد، شروع به یافتن و فهرست کردن اجرام غیر ستاره‌ای کرد. مسیه در سال ۱۷۶۵ فهرستی از ۴۱ جرم غیر ستاره‌ای را منتشر کرد که از این تعداد ۱۷ یا ۱۸ تای آن را خودش کشف کرده بود و بقیه را ستاره‌شناسانی دیگر کشف کرده بودند. در مارس ۱۷۶۵ دو سحابی M۴۲ و M۴۳ در جبار، خوشه کندوی عسل M۴۴ در سرطان و خوشه پروین M۴۵ در گاو با ثبت مسیه به‌عنوان جرم غیر ستاره‌ای تعداد اجرام غیر ستاره‌ای به عدد ۴۵ رسید. در ۱۷۷۴ این فهرست با تائید فرهنگستان علوم فرانسه در پاریس منتشر شد.
تا سال ۱۷۸۳ مسیه با همکاری پیر مشن فرانسوی و همراهانش بارناباس اوریانی ایتالیایی و نیکلاوس لاسیا ۵۵ جرم غیر ستاره‌ای دیگر را ثبت کردند. صدمین جرم فهرست مسیه یک ماه پیش ازآنچه ویلیام هرشل سیاره اورانوس را کشف کند، ثبت شد. پیر مشین همکار مسیه در طول سال‌های ۱۷۸۳ تا ۱۷۸۴ ، سه جرم دیگر را به فهرست مسیه اضافه کرد. در حدود ۱۴۰ سال بعد ستاره‌شناس فرانسوی فلاماریون یک کپی از کاتالوگ ۱۰۳ جرم غیر ستاره‌ای مسیه را به دست آورد و با رصد (M۱۰۴ کهکشان کلاه مکزیکی) در سنبله، تعداد اجرام مسیه را به عدد ۱۰۴ رساند. در ۱۹۴۷ هلن سایرهوگ ستاره‌شناس کانادایی M۱۰۵، M۱۰۶ و M۱۰۷ را رصد کرد. این اجرام را پیش از آن پیر مشین رصد کرده بود اما برای او غیر ستاره‌ای بودن این اجرام نامعلوم بود، برای همین آن‌ها را در فهرست مسیه ثبت نکرده بود. و اما M ۱۰۸ و M ۱۰۹ را چند سال بعد گینگریچ استاد تاریخ نجوم دانشگاه هاروارد رصد کرد و آخرین جرم فهرست مسیه را هم کنت جونز در ۱۹۶۶ به فهرست اضافه کرد که این جرم M۱۱۰ ، قمر کوچک‌تر کهکشان آندرومدا M۳۱ است.
M۴۲، سحابی جبار در صورت فلکی جبار؛ M۴۱، در کلب اکبر؛ M۴۵، در ثور؛ M۳۱ در آندرومدا (بُعد کمتر و درنتیجه زمان غروب کوچک‌تر)؛ M۹۵، در اسد قرار دارند. توجه داشته باشید تنها، بعد ستاره در زمان طلوع آن تأثیر می‌گذارد. اما میل ستار مسیر ستاره و مکان طلوع آن در عرض‌های جغرافیایی مختلف را نشان می‌دهد.

۲- ماخ گزینه د پاسخ صحیح است.

در کوتوله‌های سرخ و ستارگان کوچک‌تر از حد چاندرازخار یعنی ۰/۳۸۷۹ جرم خورشید؛ ۹۹ درصد انتقال انرژی به‌صورت همرفتی اتفاق می‌افتد و هر چه جرم ستاره بیشتر شود، درصد بیشتری نیز سهم انتقال تابشی و هسته‌ای می‌شود.

۳- ماخ گزینه ج پاسخ صحیح است.

ابتدا با توجه به ثابت، باید ببینیم در بازه‌ی طول‌موجی ۶۶۰ تا ۶۶۶ نانومتر چه میزان انرژی به صفحه‌ای به مساحت $۱cm^۲$ که به‌طور عمودی در برابر این تابش قرارگرفته است؛ می‌رسد. لذا می‌نویسیم:

$$E = C\frac{W}{m^۲nm}\times ۱۰^{-۴}m^۲\times(۶۶۶nm-۶۶۰nm) = ۶C\times ۱۰^{-۴}W$$

از طرفی انرژی هر فوتون را از $E_{\circ}=\frac{hc}{\lambda}$ حساب می‌کنیم. از این رابطه داریم:

$$E_{\circ}=۶/۶۳\times۱۰^{-۳۴}\times\frac{۳\times۱۰^{۸}}{۶/۶۳\times۱۰^{-۷}}=۳\times۱۰^{-۱۹}J$$

درنتیجه می‌توانیم بنویسیم:

$$n=\frac{E}{E_{\circ}}=\frac{۶C\times۱۰^{-۴}}{۳\times۱۰^{-۱۹}}=۲C\times۱۰^{۱۵}$$

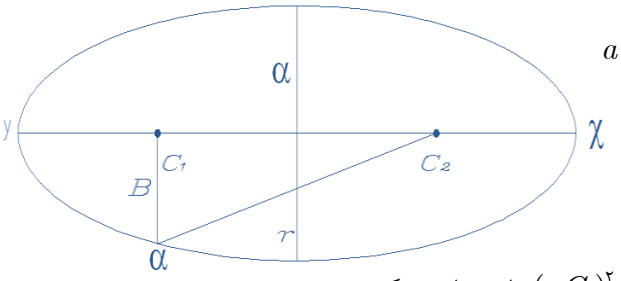
۴- ماخ گزینه ج پاسخ صحیح است.

مطابق شکل زیر، زمین در کانون $C_۱$ قرار دارد و ماهواره باید از موقعیت y به موقعیت α برسد؛ یعنی به‌اندازه‌ی ۹۰ درجه نسبت به حضیض بچرخد. از طرف دیگر برای محاسبه‌ی فاصله‌ی اوج و حضیض می‌توانیم بنویسیم:

$$r_p=a(۱-e)=R_{\oplus}+۵۰۰km=۶۸۸۰\ ,\ r_a=a(۱+e)=R_{\oplus}+۳۸۰۰km=۱۰۱۸۰$$

و از مقایسه‌ی این دو رابطه، می‌توانیم طول نیم قطر اطول و خروج از مرکز بیضی را حساب کنیم:

$$a=۸۳۵۰km\ ;\ e=۰/۱۹۳۴,\quad e=\frac{c}{a}\Rightarrow c=۱۶۱۴/۸۹=\overline{C_۱C_۲}$$

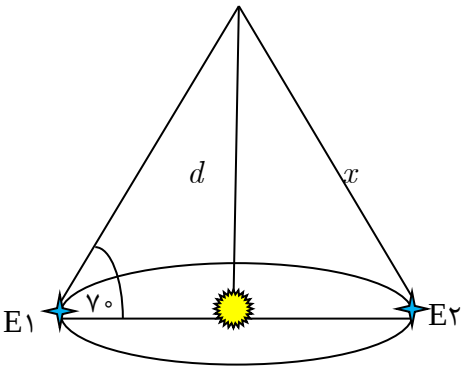


از طرفی طبق تعریف بیضی، مجموع فاصله‌های هر نقطه روی محیط بیضی از دو کانون با قطر اطول برابر است؛ بنابراین: $\alpha C_۱+\alpha C_۲=۲a$

و مطابق شکل در مثلث قائم‌الزاویه‌ی $\alpha C_۱C_۲$ داریم: $(\alpha C_۱)^۲+(C_۱C_۲)^۲=(\alpha C_۲)^۲$ یا به‌عبارت‌دیگر:

$$\Rightarrow(\alpha C_۱)^۲+(C_۱C_۲)^۲=(۲a-\alpha C_۱)^۲\Rightarrow\alpha C_۱=۸۲۱۰km=x+R_{\oplus}\Rightarrow x=۱۸۳۰Km$$

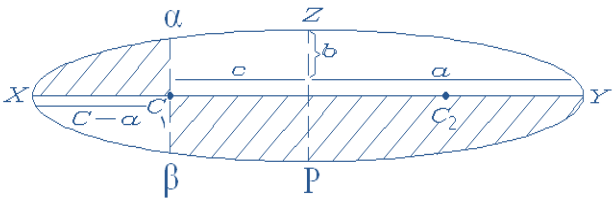
۵- ماخ گزینه الف پاسخ صحیح است.



ابتدا از رابطه‌ی اختلاف‌منظری، فاصله‌ی ستاره از خورشید را برآورد می‌کنیم. توجه داشته باشید که شکل روبرو تقریب خوبی از شرایط واقعی است. هرچند که در واقعیت احتمالاً ستاره در قطب شمال دایره‌البروج قرار نداشته است؛ اما با توجه به فاصله‌ی ناچیز زمین از خورشید در برابر فاصله‌ی ستاره از زمین طول دو ضلع مثلث با تقریب خوبی برابر می‌شود یعنی مجدداً به پیش‌فرض مثلث متساوی‌الساقین بازمی‌گردیم: $d(pc)=\frac{۲}{\theta''}\Rightarrow d=۲۱pc$؛ حال از قضیه‌ی سینوس‌ها در مثلث مسطحه، داریم: $\frac{\sin۰/۰۹۴''}{۲Au}=\frac{\sin۷۰}{x}$ درنتیجه:

$$x=۴/۱۲۴\times۱۰^{۶}Au=۴/۱۲\times۱۰^{۶}\times\frac{۱/۵\times۱۰^{۱۱}}{۹/۴۶\times۱۰^{۱۵}}=۶۵/۶Ly$$

۶- گزینه ب پاسخ صحیح است.



با توجه به قانون دوم کپلر، باید نسبت مساحت جاروب شده توسط شعاع سیاره در فصول بهار و پاییز را به دست آوریم. در شکل مقابل نقاط α و β نمایانگر محل اعتدالین بهاری و پاییزی هستند.

برای محاسبه‌ی مساحت $X\alpha C_1$ از تقریب استفاده می‌کنیم. به‌این‌ترتیب که قطاع $\alpha C_1 OZ$ را مستطیل در نظر می‌گیریم پس می‌توانیم چنین بنویسیم:

$$S_{\alpha XC_1} = \frac{\pi ab}{4} - S_{\alpha C_1 OZ} = \frac{\pi ab}{4} - bc$$

که در آن c فاصله‌ی کانون تا مرکز بیضی؛ b نیم‌قطر اصغر و a نیم‌قطر اطول بیضی است؛ به طریق مشابه برای نیمه‌ی $Y\beta C_1$ بیضی می‌توانیم بنویسیم: $S_{Y\beta C_1} = \frac{\pi ab}{4} + S_{\alpha C_1 OZ} = \frac{\pi ab}{4} + bc$

$$\Rightarrow \frac{S\alpha XC_1}{SY\beta C_1} = \frac{\frac{\pi}{4}a - c}{\frac{\pi}{4}a + c} = \frac{\frac{\pi}{4} - e}{\frac{\pi}{4} + e} = \frac{\pi - 4e}{\pi + 4e} \approx 0/84$$

۷- گزینه ج پاسخ صحیح است.

مطابق تعریف شتاب خطی داریم: $a = \frac{v^2}{r} = r\omega^2 = r\frac{4\pi^2}{T^2}$ درنتیجه: $\frac{a_1}{a_2} = \frac{R_1}{r_2}(\frac{T_2}{T_1})^2 = 5/67$

۸- گزینه ج پاسخ صحیح است.

بابلیان حدود ۴۰۰۰ سال پیش به چرخه‌ی ساروس پی برده بودند. ساروس نوعی گردش منظم برای گره‌های مداری ماه است که کسوف‌ها و خسوف‌های کاملاً مشابهی را بعد از ۱۸ سال و۱۱ روز و ۸ ساعت باعث می‌شود.

۹- گزینه ج پاسخ صحیح است.

رصدخانه‌ی پرتو x چاندرا؛ رصدخانه‌ی فروسرخ اسپیتزر و رصدخانه‌ی نور مرئی و فروسرخ هابل (غالباً نور مرئی).

۱۰- گزینه ب پاسخ صحیح است.

در این مسائل باید از راه‌حل‌های تقریبی استفاده کنیم. میزان مصرف هر خانواده را می‌توان ۱۰ لامپ ۱۰۰ واتی در نظر گرفت که به مدت ۱۰ ساعت روشن می‌ماند. توجه داشته باشید که ازآنجاکه تنها مرتبه و بزرگی جواب در چنین مسائلی مهم است؛ اولویت در حل این است که به سراغ تقریب‌هایی از مرتبه‌ی ۱۰ برویم. با توجه به آنچه گفته شد؛ میزان مصرف برق هر خانواده ایرانی به‌قرار زیر خواهد بود:

$$10 \times 100W \times 10h \times 3600\sec = 3/6 \times 10^7 J$$

جمعیت ایران تقریباً ۷۰ میلیون است و بیشتر خانواده‌های ایرانی ۵ نفره هستند. پس کل مصرف برق ایران ازاین‌قرار خواهد بود:

$$3/6 \times 10^7 \times \frac{70,000,000}{5} = 5 \times 10^{14} J$$

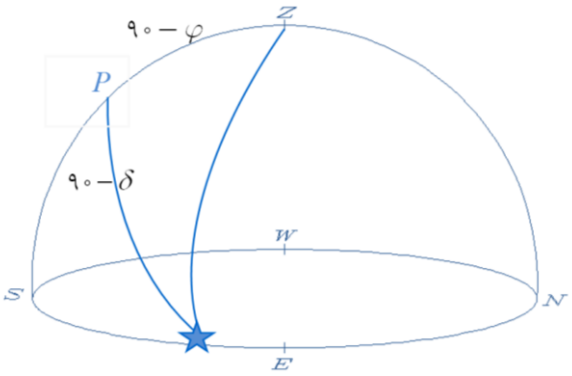
شار انرژی رسیده از خورشید به سطح زمین، ۱۳۷۰ وات بر مترمربع است و چون بازده سلول‌های خورشیدی ما ۵ در است و به‌طور میانگین در ایام مختلف سال ۵ ساعت خورشید به کویرهای ایران می‌تابد؛ کل انرژی تبدیل‌شده در طی هرروز توسط این سلول‌ها خورشیدی چنین محاسبه می‌شود:

$$۱۳۷۰\frac{J}{\sec.m^۲}\times ۰/۰۵\times ۵h\times ۳۶۰۰\frac{\sec}{h}=۱/۲\times ۱۰^۶\frac{J}{m^۲}$$

از تقسیم کل مصرف برق بر این مقدار، مساحت موردنظر به دست می‌آید:

$$S=\frac{۵\times ۱۰^{۱۴}J}{۱/۲\times ۱۰^۶\frac{J}{m^۲}}\approx ۵\times ۱۰^۸ m^۲=۵۰۰km^۲$$

۱۱- ماخ گزینه الف پاسخ صحیح است.



می‌دانیم ماه همواره مثبت و منفی ۵ درجه بالا یا پایین خورشید دیده می‌شود از طرفی بیشترین میل خورشید ۲۳ / ۵+ درجه است؛ بنابراین بیشترین میل ماه ۲۸ / ۵+ درجه است. پس داریم:

$$\cos(۹۰-\delta)=\cos ۹۰\cos(۹۰-\varphi)+\sin ۹۰\sin(۹۰-\varphi)\cos A$$

$$\sin\delta=\cos\varphi\cos A\Rightarrow\cos A=\frac{\sin\delta}{\cos\varphi}=\frac{\sin ۲۸/۵}{\cos ۴۰}\Rightarrow x\approx ۵۱/۵^\circ$$

۱۲- ماخ گزینه الف پاسخ صحیح است.

مجموع فاصله‌ی حضیض و اوج برابر قطر اطول بیضی است؛ یعنی: $r_p+r_a=۲a$. بنابراین؛

$$r_p=R_\oplus+h=۷۳۸۰km\ ;\ r_a=R_\oplus+h=۹۳۸۰km\Rightarrow ۲a=۱/۶۷۶\times ۱۰^۷m$$

انرژی جسمی که در مدار بیضی حرکت می‌کند؛ از رابطه‌ی $E'=\frac{-Gm_em_s}{۲a}$ به دست می‌آید و انرژی ماهواره بر روی زمین: $E=\frac{-GMm}{R_\oplus}$

$$\Rightarrow\Delta E=E'-E=\frac{-GMm}{۲a}-(\frac{-GMm}{R_\oplus})=GmM(\frac{۱}{R_\oplus}-\frac{۱}{۲a})=۱/۱۶\times ۱۰^{۱۱}J\cong ۱/۲\times ۱۰^{۱۱}$$

۱۳- ماخ گزینه د پاسخ صحیح است.

بزرگ‌ترین جرم منظومه شمسی مشتری است؛ بنابراین کل جرم بیرون از خورشید را به جرم مشتری تقریب می‌زنیم. از جدول ثوابت نیز جرم خورشید و مشتری را برآورد می‌کنیم.

$$\frac{m_J}{m_\odot}=\frac{۲\times ۱/۹\times ۱۰^{۲۷}kg}{۱/۹۹\times ۱۰^{۳۰}kg}=۰/۰۰۲$$

۱۴- گزینه هـ پاسخ صحیح است.

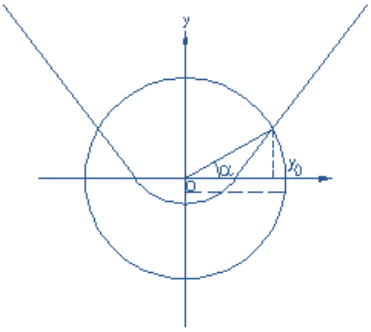
برای ستاره‌ای که در قطب دایره‌البروج قرار دارد، بردار سرعت مداری زمین (v) دقیقاً بر بردار سرعت نور ستاره عمود می‌شود؛ ازآنجاکه برآیند این دو بردار طبق صورت سؤال، دایره‌ای به شعاع $\frac{۴۰/۵''}{۲}$ را می‌پیماید؛ می‌توانیم بنویسیم: $\tan\alpha=\frac{v}{c}$ درنتیجه:

$$c=\frac{۳\times۱۰^{۴}}{\tan ۲۰/۲۵}=۳/۰۵۵۸\times۱۰^{۸}=۳/۱\times۱۰^{۸}m.s^{-۱} \quad ; \quad v=\frac{۲\pi\times۱/۵\times۱۰^{۱۱}m}{۳۶۵day\times۲۴h\times۳۶۰۰\sec}=۲/۹\times۱۰^{۴}m.s^{-۱}$$

۱۵- گزینه الف پاسخ صحیح است.

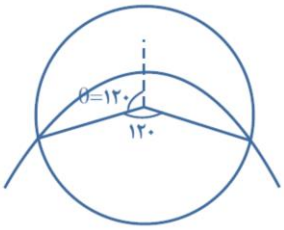
$M۱$ یا سحابی خرچنگ یک تپ‌اختر جوان است که دوره تناوب آن ۲۸ بار در ثانیه است.

۱۶- گزینه ب پاسخ صحیح است.

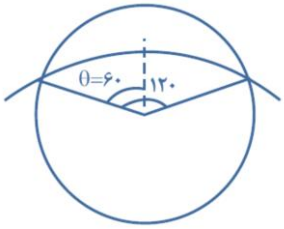


در شکل مقابل O را محل خورشید و دایره را مدار زمین و سهمی را مدار جرم سوم در نظر می‌گیریم، محل تلاقی معادله‌های دایره و سهمی محل تقاطع مدار دو جرم است.

معادله‌ی سهمی را در مختصات قطبی می‌نویسیم: $r=\frac{۲a}{۱+\cos\theta}$. بداهاتاً ازآنجاکه مدار دنباله‌دار مدار زمین را قطع می‌کند این اتفاق در $r=۱Au$ می‌افتد و چون θ زاویه‌ی نقطه‌ی حضیض با محل قرارگیری جسم است و این زاویه طبق صورت سؤال ۱۲۰ درجه باید باشد؛ مسئله به دو حالت افراز می‌شود:



$$۱Au=\frac{۲a}{۱+\cos۱۲۰} \Rightarrow a=۰/۲۵\,Au$$



$$۱Au=\frac{۲a}{۱+\cos۶۰} \Rightarrow a=۰/۷۵\,Au$$

هر دو حالت ممکن‌الوجود است؛ اما مطلوب سؤال کمترین مقدار یعنی ۰/۲۵ واحد نجومی است.

۱۷- گزینه ب پاسخ صحیح است.

پس‌ازآنکه به‌طور کاملاً اتفاقی، سیاره اورانوس کشف شد دانشمندان متوجه نوعی اعوجاج مداری در گردش این سیاره شدند که آن را به سیاره دیگری که هنوز کشف نشده بود نسبت دادند. پس از کشف نپتون مشابه این اتفاق برای سیاره هشتم نیز روی داد و در راستای کشف علت اختلال مدار این سیاره آخرین جرم منظومه شمسی یعنی پلوتو شناخته شد. توجه داشته باشید که در هنگام طراحی این سؤال، پلوتو هنوز سیاره بود اما اکنون نام این جرم از فهرست سیاره‌ها به فهرست سیاره‌های کوتوله منتقل‌شده است.

۱۸- ماخ گزینه هـ پاسخ صحیح است.

غیر از چهار قمر گالیله‌ای مشتری یعنی یو، گانیمد، اروپا و کالیستو سه قمر تیتان، تریتون و ماه (قمر زمین) نیز جزء هفت قمر بزرگ منظومه شمسی هستند.

۱۹- ماخ گزینه الف پاسخ صحیح است.

قدرمطلقی که با M نمایش می‌دهیم، مربوط به رصد در نور مریی است و معیاری از درخشندگی در نور مریی است. اما قدر مطلق بولومتریک که با M_{bol} نمایش داده می‌شود، نشانگر تابش ستاره در تمام طول‌موج‌های طیف الکترومغناطیس است و کل سطح زیر نمودار تابش جسم سیاه را در برمی‌گیرد ازآنجایی‌که بیشترین انرژی ستارگان الزاماً در طول‌موج مریی منتشر نمی‌شود، نمی‌توان همانند خورشید، درخشندگی مریی را با درخشندگی بولومتریک تقریب زد. بنابراین، رابطه‌ی درست درخشندگی و قدر مطلق را به این شکل می‌نویسیم:

$$M_۱ - M_۲ = -۲/۵ \log \frac{\frac{L_۱}{۴\pi \times ۱۰^۲}}{\frac{L_۱}{۴\pi \times ۱۰^۲}} = -۲/۵ \log \frac{L_۱}{L_۲}$$

در مورد گزینه ۳ هم باید گفت این رابطه تنها زمانی صادق است که دو ستاره در فاصله برابر از ما قرارگرفته باشند. در مورد گزینه‌ی ۲ هم اگر به این صورت تغییر می‌کرد؛ $M_۱^{bol} - M_۲^{bol} = -۲/۵ \log \frac{L_{۱,bol}}{L_{۲,bol}}$ درست بود.

۲۰- ماخ گزینه الف پاسخ صحیح است.

هرچند گزینه‌ی الف منطقی‌تر به نظر می‌رسد اما سؤال با مشکل علمی روبرو است. چراکه قبل از انقباض ستاره شرایط فوران اول و سوم یکسان است اما بعد از برخورد دو لایه، لایه مرکزی زودتر تحت‌فشار و گرمای آزادشده قرار می‌گیرد و دوره تناوبش به دور مرکز ستاره به‌سرعت افزایش می‌یابد. اما این مورد لزوماً در مورد تمام ستاره‌ها برقرار نیست.

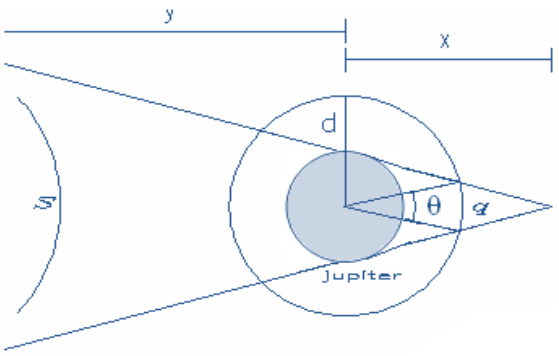
۲۱- ماخ گزینه د پاسخ صحیح است.

این‌گونه سیاه‌چاله‌ها در مرکز کهکشان‌های بیضوی بزرگ یافت می‌شوند. می‌دانیم دوره تناوب خورشید به دور مرکز کهکشان ۲۰۰ میلیون سال است؛ از طرف دیگر قطر راه‌شیری را ۳۰ کیلو پارسک برآورد می‌کنیم که خورشید در نیمه‌ی این شعاع قرارگرفته است؛ پس با فرض تمرکز کل جرم در یک سیاهچاله در مرکز کهکشان و از قانون سوم کپلر می‌توانیم چنین بنویسیم:

$$(m_\odot + M_G) = \frac{۴\pi^۲ (r_\odot)^۲}{(T_\odot)^۳} \Rightarrow M_G = \frac{(r_\odot)^۳}{(T_\odot)^۲} = \frac{۴\pi^۲ (۱۵ \times ۱۰^۳ \times ۳/۰۹ \times ۱۰^{۱۶})^۳}{(۲ \times ۱۰^۸ \times ۳۶۵ \times ۲۴ \times ۳۶۰۰)^۲} = ۲ \times ۱۰^{۴۲} kg$$

$$\Rightarrow \frac{M_G}{M_\odot} = \frac{۲ \times ۱۰^{۴۲} kg}{۱/۹۹ \times ۱۰^{۳۰} kg} = ۱۰^{۱۲}$$

۲۲- گزینه د پاسخ صحیح است.



برای این کار کافی است مدت‌زمان ورود و خروج سیاره از درون سایه‌ی مشتری را به‌دست آوریم. طبق قضیه تالس در مثلث روبرو داریم:

$$\frac{R_j}{R_\odot}=\frac{x}{x+y}\Rightarrow x=۰/۵۹۵Au$$

قطر زاویه‌ای قطاعی از مدار قمر که درون سایه‌ی زمین است:

$$\Rightarrow \frac{R_j}{\frac{q}{۲}}=\frac{x}{x-d}\Rightarrow q=۱/۴۲۷۶\times۱۰^{۸}m$$

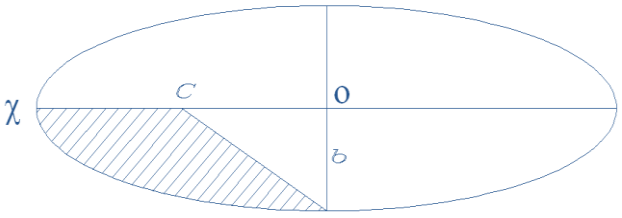
درنتیجه: $\sin\frac{\theta}{۲}=\frac{q}{۲d}\Rightarrow\theta\approx۴۶/۵^\circ$؛ از طرفی دوره تناوب قمر از رابطه‌ی تعمیم‌یافته‌ی سوم کپلر به دست می‌آید. $P=\sqrt{\frac{۴\pi^۲a^۳}{Gm_J}}$؛

پس‌از جایگذاری مقادیر به دوره تناوب $P=۷۱۶/۳۲\,\min$ می‌رسیم. حال کل مدت‌زمان گذر قمر از درون سایه را از تناسب $\frac{x}{P}=\frac{\theta}{۳۶۰}$ به دست می‌آید، پس داریم:

$$\frac{x}{۷۱۶/۳۲\,\min}=\frac{۴۶/۵^\circ}{۳۶۰^\circ}\Rightarrow x=۹۲/۵\,\min$$

۲۳- گزینه ج پاسخ صحیح است.

ابتدا با دانستن شعاع حضیض، نیم قطر اطول بیضی و سپس از قانون سوم کپلر، دوره تناوب انتقالی ماهواره را برآورد می‌کنیم:



$$a_x=h+R_\oplus=۶۶۸۰=a(۱-e)\Rightarrow a=۱۶۷۰۰km$$

$$P^۲=\frac{۴\pi^۲}{G(\cancel{m}+M_\oplus)}a^۳\Rightarrow P=۲۱۴۸۰\sec$$

حال با استفاده از قانون دوم کپلر $\frac{S_۱}{S_{total}}=\frac{T_۱}{P}$ مساحت قطاع موردنظر را حساب می‌کنیم:

$$\frac{T_۱}{P}=\frac{\frac{\pi ab}{۴}-\frac{۱}{۲}bc}{\pi ab}=\frac{\frac{\pi ab}{۴}-\frac{۱}{۲}bea}{\pi ab}=۰/۱۵۴\Rightarrow T_۱=۳/۲۲\times۱۰^۳\sec$$

۲۴- گزینه ب پاسخ صحیح است.

سن عالم تقریباً ۱۵ میلیارد سال و سن زمین ۴/۵ میلیارد سال تقریب زده‌شده است؛ درنتیجه داریم: $X=\frac{۱۵}{۴/۵}=۳$

۲۵- ماخ گزینه د پاسخ صحیح است.

از این موضوع که ستاره‌ی دوم دقیقا در غرب ناظر غروب می‌کند می‌توان نتیجه گرفت که میل ستاره‌ی اول صفر است. از این نکته که دو ستاره هم زمان در حال عبور مشاهده می‌شوند هم می‌توان چنین نتیجه گرفت که بعد دو ستاره یکسان است؛ پس تنها عامل دیرتر غروب کردن ستاره‌ی دوم تفاوت در میل دو ستاره است. زاویه‌ی ساعتی ستاره‌ای با میل صفر درجه در هنگام غروب ۶ ساعت یا ۹۰ درجه است؛ پس برای زاویه‌ی ساعتی ستاره‌ی دوم می توان نوشت: $H_s = ۹۰^\circ + ۷/۵^\circ = ۹۷/۵^\circ$ حال با نوشتن قضیه‌ی کسینوس‌ها برای زاویه‌ی ساعتی ستاره‌ی دوم و در مثلث ZPS خواهیم داشت:

$$\cos ۹۰ = \cos(۹۰-\delta)\cos(۹۰-\varphi) + \sin(۹۰-\delta)\sin(۹۰-\varphi)\cos H_s \quad ; \quad \varphi = ۲۵^\circ \; ; \; H_s = ۹۷/۵^\circ$$

پس از عددگذاری به مقدار ۱۵/۶ می‌رسیم و چون از دید ناظران نیمکره جنوبی این ستاره جزو ستاره‌های بالای افق است پس عدد میل به‌دست‌آمده زیر استوای سماوی بوده و باید به آن‌یک علامت منفی اضافه کنیم.

۲۶- ماخ گزینه و پاسخ صحیح است.

با توجه به فرض مسئله داریم: $TV^\alpha = cte$؛ از طرفی ستاره‌ها کروی‌اند پس؛ $V = \frac{۴}{۳}\pi r^۳$ و با جایگذاری خواهیم داشت:

$$T(\frac{۴}{۳}\pi r^۳)^\alpha = cte \;\Rightarrow\; Tr^{۳\alpha} = cte$$

حال با توجه به آنکه درخشندگی ستاره باید زیاد شود، چنین می‌نویسیم: $\frac{L'}{L} = \frac{۴\pi r'^۲\sigma T'^۴}{۴\pi r^۲\sigma T^۴} = (\frac{r'}{r})^۲(\frac{T'}{T})^۴$ و مقدار دما را برحسب شعاع از رابطه‌ی بالا جایگذاری می‌کنیم:

$$\frac{L'}{L} = \frac{۴\pi r'^۲\sigma T'^۴}{۴\pi r^۲\sigma T^۴} = (\frac{r'}{r})^۲(\frac{\frac{cte}{r'^{۳\alpha}}}{\frac{cte}{r^{۳\alpha}}})^۴ = (\frac{r'}{r})^۲(\frac{r}{r'})^{۱۲\alpha} = (\frac{r'}{r})^{۲-۱۲\alpha}$$

برای برآورده شدن شرط زیادشدن درخشندگی، توان نسبت شعاع‌ها باید مثبت باشد؛ یعنی: $۰ < ۲ - ۱۲\alpha \Rightarrow ۶\alpha < ۱$

۲۷- ماخ گزینه ج پاسخ صحیح است.

مقدار اندازه‌گیری شده توسط خود هابل $H_۰ = ۵۰۰\frac{km}{s.Mpc}$ بوده و مقدار پذیرفته‌شده‌ی کنونی برای ثابت هابل $H_۰ = ۷۰\frac{km}{s.Mpc}$ است.

پس داریم: $x = \frac{۵۰۰}{۷۰} \simeq ۷$

۲۸- ماخ گزینه ب پاسخ صحیح است.

این صورت فلکی اسب بالدار است و ستاره‌ی مشخص‌شده در تصویر بین این صورت فلکی و صورت فلکی آندرومدا (زن به زنجیر کشیده) مشترک است اما در مرزبندی‌های استاندارد، ستاره متعلق به آندرومدا شناخته می‌شود.

۲۹- گزینه هـ پاسخ صحیح است.

دایره‌ی عظیمه بزرگ‌ترین زاویه‌ها را تشکیل می‌دهد (سه رأس مثلث روی دایره عظیمه باشند) $\Leftarrow \pi \times ۳ = ۳\pi$؛ اما کوچک‌ترین زاویه مربوط به حالتی است که مثلث کروی به‌قدری کوچک باشد که بتوان آن را با مثلث مسطحه‌ی دیگری تقریب زد. همان‌طور که می‌دانید، مثلث مسطحه تقریبی از مثلث کروی است.

«پاسخ‌های کوتاه»

۱- پاسخ: ۱/۳۳ میکرومتر

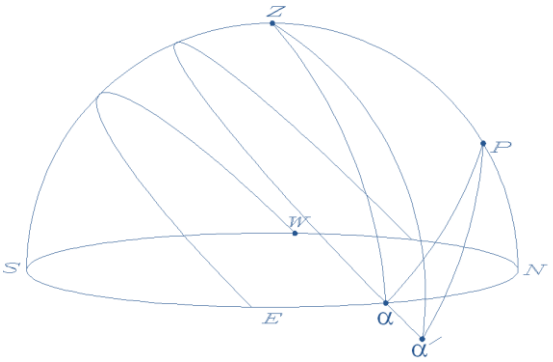
برای پیدا کردن طول‌موج بیشینه‌ی تابش از قانون وِین باید ابتدا دمای ستاره را تقریب بزنیم.

$$m - m_\odot = -۲/۵ \log \frac{b}{b_\odot} \Rightarrow \frac{b}{b_\odot} = ۱/۲۶ \times ۱۰^{-۱۱} \quad ; \quad \frac{b}{b_\odot} = \frac{R^۲ T^۴ d_\odot^۲}{R_\odot^۲ T_\odot^۴ d^۲}$$

$$\Rightarrow \frac{T}{T_\odot} = ۰/۷۵۴ \Rightarrow T = ۴۳۶۶/۵$$

$$\lambda_{\max} = \frac{۲/۹ \times ۱۰^{۳}}{T} = ۱/۳۲۶ \times ۱۰_{m}^{-۶} \quad \Rightarrow \quad \lambda_{\max} = ۱/۳۳ \times ۱۰^{۶} m = ۱/۳۳ \mu m$$

۲- پاسخ: ۱۵۳ متر



$\alpha\alpha'$ مسافتی است که ستاره دو دقیقه پس از غروب طی می‌کند. در مثلث αzp قضیه کسینوس‌ها را می‌نویسیم:

$$\cos z\alpha = \cos\delta \cos\varphi + \sin\delta \sin\varphi \cos H_\alpha \; ; \; \cos z\alpha = \cos ۹۰ = ۰$$

$$H_\alpha = \text{Arccos } -\cot\delta \cot\varphi \; = ۱۰۲/۱^\circ$$

چون ستاره به افق واقعی ناظر دو دقیقه بعدازاین زمان غروب می‌کند؛ زاویه ساعتی جدید ستاره

$$H_{\alpha'} = H_\alpha = ۱۰۲/۱^\circ + ۲\,\text{min} \times ۰/۲۵ \frac{\text{deg}}{\text{min}} = ۱۰۲/۶^\circ$$

حال در مثلث جدید $\alpha' zp$ قضیه‌ی کسینوس‌ها را می‌نویسیم:

$$\cos z\alpha' = \cos\delta \cos\varphi + \sin\delta \sin\varphi \cos H\alpha' \Rightarrow Z\alpha' = ۹۰/۳۹۷$$

این یعنی در مکان رصد ۰/۳۹۷ درجه افق منفی دیده می‌شود؛ پس برای محاسبه‌ی ارتفاع محل رصد از سطح دریاهای آزاد می‌نویسیم:

$$\frac{R_E + h}{R_E} = \frac{۱}{\cos ۰/۳۹۷} \Rightarrow h = ۱/۵۳ \times ۱۰^{۲}\, m$$

۳- پاسخ: ۷۹۱۲۰ ثانیه

تکانه‌ی زاویه‌ای برای جسمی که روی مداری بیضی‌گون حرکت می‌کند برابر است با: $L = m\sqrt{GMa(۱-e^۲)}$ از طرف دیگر در اوج و حضیض بردار سرعت در مدار بیضوی تنها مؤلفه‌ی مماسی دارد؛ می‌توانیم بنویسیم:

$$L = mrv_r \; ; \; r_a = a(۱+e) \; ; \; r_p = a(۱-e) \Rightarrow \; L = ma(۱+e)v_a \; ; \; L = ma(۱-e)v_p$$

از ضرب این دو مقدار داریم: $L^۲ = m^۲a^۲(۱-e^۲)v_a v_p$ و با برابر نهی این مقدار با مجذور تکانه از رابطه‌ی نخست:

$$L^۲ = m^۲a^۲(۱-e^۲)v_a v_p = m^۲GMa(۱-e^۲) \; \Rightarrow v_a v_p = \frac{GM}{a}$$

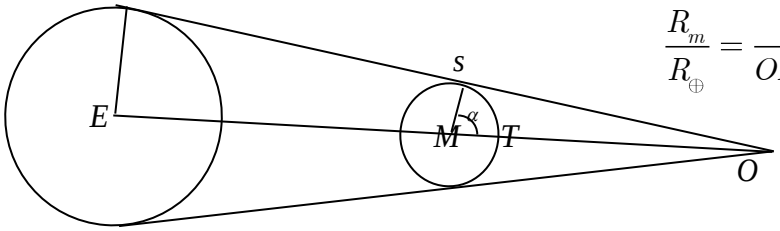
پس از جایگذاری مقادیر نیم قطر اطول مدار را $۳/۹۹ \times ۱۰^{۷} m$ به دست می‌آوریم و سپس با جایگذاری این مقدار در قانون کپلر خواهیم داشت:

$۴\pi^۲a^۳ = GmP^۲ \Rightarrow P = ۷۹۱۲۰\sec$

اما هم‌زمان با گردش ماهواره زمین هم می‌چرخد، پس باید دوره تناوب هلالی ماهواره را حساب کنیم:

$$\frac{۱}{T_S} = \frac{۱}{P} - \frac{۱}{T_E} = \frac{۱}{۷۹۱۲۰} - \frac{۱}{۸۶۴۰۰} \Rightarrow T_S = ۹/۳۹ \times ۱۰^۵ \sec$$

۴- پاسخ: $۱/۹\times۱۰^۵$ ثانیه



$$\frac{R_m}{R_\oplus} = \frac{OM}{OM + ME} \Rightarrow OM = ۰/۳۷۵ME = ۱/۴۴ \times ۱۰^۸ m$$

$$\cos\alpha = \frac{R_m}{OM} = \frac{۱/۷۴ \times ۱۰^۶}{۱/۶۴ \times ۱۰^۸} \Rightarrow \alpha = ۸۹/۳۰۷^\circ$$

کمانی که باید توسط مه‌نورد طی شود؛ کمان ST است.

$$\frac{ST}{۲\pi R_m} = \frac{\alpha}{۳۶۰} \Rightarrow ST = ۲/۷۱۲ \times ۱۰^۵ \, km \; ; \; v = ۵۰ km/h \Rightarrow t = \frac{ST}{v} = ۵۴/۲h \Rightarrow t = ۱/۹۵۳ \times ۱۰^۵ \sec$$

۵- پاسخ: $۴/۳۷\times۱۰^۵$

از جدول ثوابت می‌دانیم قدر ظاهری ماه ۱۲/۷- است. پس با استفاده از رابطه‌ی قدر می‌توانیم بنویسیم:

$$m_\odot - m_m = -۲/۵ \log\frac{b_\odot}{b_m} \Rightarrow -۲۶/۸ - (-۱۲/۷) = -۲/۵ \log\frac{b_\odot}{b_m} \Rightarrow \frac{b_\odot}{b_m} = ۴/۳۷ \times ۱۰^۵$$

۶- پاسخ: ۱۲/۸-

فاصله‌ی کنونی ماه از زمین ۳۸۴ هزار کیلومتر و فاصله‌ی اولیه‌ی آن طبق صورت سؤال ۲۴ هزار کیلومتر بوده است؛ این افزایش فاصله هم در مدت‌زمان ۴ میلیارد سال اتفاق افتاده؛ یعنی نرخ دور شدن ماه از زمین چنین است:

$$v = \frac{۳۸۴,۰۰۰ - ۲۴,۰۰۰}{۴ \times ۱۰^۹} = ۹۰ \text{ کیلومتر بر میلیون سال}$$

حال باید فاصله‌ی ماه از زمین را در زمان دایناسورها یعنی ۲۰۰ میلیون سال پیش را برآورد کنیم. پس ۹۰×۲۰۰=۱۸۰۰۰ کیلومتر ماه به زمین نزدیک‌تر بوده است. یعنی ۳۶۶ هزار کیلومتری از زمین فاصله داشته. حال می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{b}{b_\circ} = \frac{\frac{L}{d^۲}}{\frac{L}{d_\circ^۲}} = (\frac{d_\circ}{d})^۲ \Rightarrow m - m_\circ = -۲/۵ \log\frac{b}{b_\circ} = -۲/۵ \log(\frac{d_\circ}{d})^۲ = -۵ \log\frac{d_\circ}{d}$$

$$\Rightarrow m = -۱۲/۷ - ۰/۱۰۴ = -۱۲/۸۰۴۸ \approx -۱۲/۸$$

۷- پاسخ: ۴/۴۷-

نور فانوس در هر کیلومتر ۱۰ ٪ تلف می‌شود یعنی به ازای ۸ کیلومتر $\frac{b}{b_0} = (1-\frac{1}{100})^8 = 0/43$ و روشنایی فانوس بدون در نظر گرفتن اثر جذب چنین است:

$$b_0 = \frac{L}{4\pi r^2} = \frac{3000}{4\pi(8000)^2} = 3/7\times10^{-6} \quad ; \quad b = 0/43 b_0 \quad \Rightarrow \quad b = 3/7\times10^{-6}\times0/43 = 1/605\times10^{-6}\,\frac{W}{m^2}$$

حال با دانستن مقدار روشنایی، قدر را محاسبه می‌کنیم:

$$m - m_\odot = -2/5\log\frac{b}{b_\odot} \Rightarrow m = -26/8 - 2/5\log\frac{1/605\times10^{-6}}{1370} = -4/47$$

۸- پاسخ: $8/86\times10^{-2}$ آنگستروم

ماکزیمم جابه‌جایی خطوط طیفی هم‌ارز ماکزیمم سرعت خطی گردش وضعی خورشید است.

$$v = r\omega = \frac{2\pi\lambda}{T} \Rightarrow v = 2024/6\,m/s \Rightarrow \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v}{c} \Rightarrow \Delta\lambda = 4/43\times10^{-12}$$

مقدار انتقال‌به‌سرخ با انتقال‌به‌آبی در دو لبه‌ی ستاره، یکسان است. بنابراین ماکزیمم جابجایی دو برابر این مقدار است.

$$2\Delta\lambda = 8/86\times10^{-12}\,m$$