جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش

دفترچه‌ی سوالات و پاسخنامه‌ی تشریحی

مرحله اول

دوازدهمین المپیاد نجوم و اخترفیزیک سال ۱۳۹۴

تعداد سوالات		مدت آزمون (دقیقه)
سوالات چند گزینه‌ای	مساله‌های تشریحی	
۳۵	–	۲۱۰

توضیحات مهم

استفاده از ماشین حساب آزاد است.

تذکرات پیش از آزمون:

ضمن آرزوی موفقیت برای شما داوطلب گرامی، خواهشمندیم به موارد زیر توجه فرمایید:

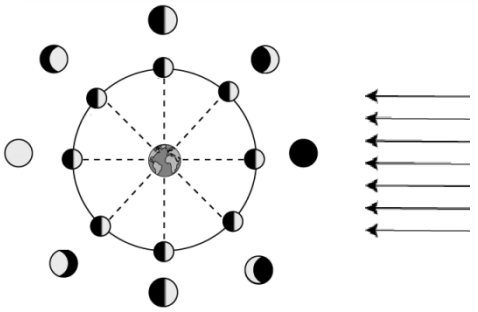
- لطفاً مشخصات، کد آموزشگاه و کد دانش‌آموزی خود را آن طوری که در پاسخنامه از شما خواسته‌شده، به‌دقت در محل مربوط بنویسید.
- لطفاً در پر کردن ردیف مربوط به تاریخ تولد دقت کنید.
- کد دفترچه سؤال شما (۲) است که لازم است این عدد را در پاسخنامه در محل مربوط علامت بزنید. در غیر این صورت پاسخنامه‌ی شما تصحیح نخواهد شد توجه کنید، کد دفترچه سؤال شما که در بالای هر صفحه نوشته‌شده، با کد اصلی که در این صفحه است برابر باشد.
- این آزمون شامل **۳۵ سؤال چهارگزینه‌ای** و وقت آن **سه ساعت و نیم** است.
- استفاده از ماشین‌حساب مهندسی که قابل‌برنامه‌ریزی نیست، مجاز است.
- استفاده از جدول‌های نجومی، اطلس‌ها و آلماناک‌ها به هر شکل که باشند، مجاز نیست.
- پاسخ‌های غلط نمره‌ی منفی دارند. هر سؤال فقط یک جواب درست دارد. علامت زدن بیش از یک گزینه برای یک سؤال، نمره‌ی منفی را دو برابر خواهد کرد؛ حتی اگر یکی از گزینه‌های علامت زده‌شده درست باشد.
- هر پاسخ درست **۳ نمره‌ی مثبت** و هر پاسخ نادرست **۱ نمره‌ی منفی** دارد.
- پاسخنامه را تمیز نگه‌دارید از تا کردن آن خودداری کنید. فقط در آنجایی که از شما خواسته‌شده، چیزی بنویسید یا علامت بزنید. هرگز در پشت پاسخنامه چیزی ننویسید. هر نوشته یا علامت نامربوط، ممکن است دستگاه علامت‌خوان را به‌اشتباه بی اندازد.
- به همراه داشتن تلفن همراه یا هرگونه وسیله‌ی ارتباطی دیگر مجاز نیست.
- نتایج این مرحله از آزمون المپیاد، اواخر اسفندماه اعلام خواهد شد.
- آماده‌سازی پاسخنامه‌ی این دفترچه توسط **کمیته‌ی علمی مؤسسه‌ی فرهنگی آموزشی ماخ** انجام شده است.

www.MAAKH.ir

کلیه حقوق این سوالات برای ماخ محفوظ است.

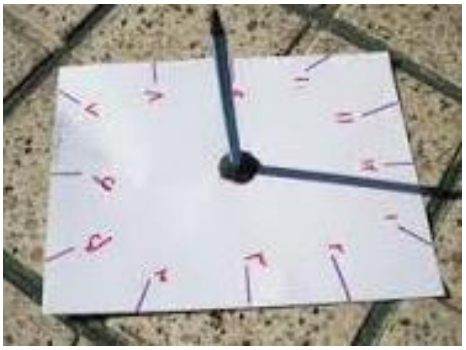
ثوابت نجومی و فیزیکی

G	ثابت جهانی گرانش	$Nm^{۲}kg^{-۲}$	$۶/۶۷\times۱۰^{-۱۱}$
σ	ثابت استفان-بولتزمن	$Wm^{-۲}K^{-۴}$	$۵/۶۷\times۱۰^{-۸}$
$a=۴\sigma/c$	ثابت تابش	$Jm^{-۳}K^{-۴}$	$۷/۵۶\times۱۰^{-۱۶}$
k_B	ثابت بولتزمن	$JK^{-۱}$	$۱/۳۸\times۱۰^{-۲۳}$
h	ثابت پلانک	$J.s$	$۶/۶۳\times۱۰^{-۳۴}$
e	بار الکترون	C	$۱/۶۰\times۱۰^{-۱۹}$
m_e	جرم الکترون	kg	$۹/۱\times۱۰^{-۳۱}$
$۱u$	واحد جرم اتمی	kg	$۱/۶۷\times۱۰^{-۲۷}$
c	سرعت نور	m/s	$۳/۰۰\times۱۰^{۸}$
pc	پارسک	m	$۳/۰۹\times۱۰^{۱۶}$
$r_{earth}=AU$	واحد نجومی	m	$۱/۵\times۱۰^{۱۱}$
Ly	سال نوری	m	$۹/۴۶\times۱۰^{۱۵}$
R_{sun}	شعاع خورشید	m	$۶/۹۶\times۱۰^{۸}$
M_{sun}	جرم خورشید	kg	$۱/۹۹\times۱۰^{۳۰}$
R_{earth}	شعاع زمین	m	$۶/۳۸\times۱۰^{۶}$
M_{earth}	جرم زمین	kg	$۵/۹۷\times۱۰^{۲۴}$
R_{Mars}	شعاع مریخ	m	$۳/۳۹\times۱۰^{۶}$
M_{Mars}	جرم مریخ	kg	$۶/۴۲\times۱۰^{۲۳}$
r_{Mars}	فاصله‌ی مریخ از خورشید	m	$۲/۲۷\times۱۰^{۱۱}$
L_{sun}	درخشندگی خورشید	W	$۳/۸۵\times۱۰^{۲۶}$
M_{sun}	قدر مطلق خورشید		$۴/۷۲$
m_{sun}	قدر ظاهری خورشید		$-۲۶/۷$
$H_{\circ}$	ثابت هابل	$(km/s)/Mpc$	۷۳
f_{sun}	ثابت خورشیدی	$Wm^{-۲}$	$۱/۳۷\times۱۰^{۳}$
$\lambda,\beta_{Zahedan}$	مختصات جغرافیایی زاهدان	$Degree$	$۲۹/۵^{\circ}N, ۶۰/۸۶^{\circ}E$
R	ثابت گازها	$Jmol^{-۱}K^{-۱}$	$۸/۳۱۴$
c_w	ظرفیت گرمایی ویژه آب	$Jkg^{-۱}K^{-۱}$	۴۲۰۰
	زاویه تمایل محور دوران زمین	$Degree$	$۲۳/۴۵$
m_{moon}	قدر ظاهری ماه بدر		$-۱۲/۷۴$
λ,β_{Tehran}	مختصات جغرافیایی تهران	$Degree$	$۳۵/۷^{\circ}N, ۵۱/۴۲^{\circ}E$
M_{GC}	جرم یک خوشه‌ی کروی نوعی	M_{sun}	۳×۱۰^{۵}
R_{GC}	شعاع یک خوشه‌ی کروی نوعی	pc	۳
yr	سال	s	$۳/۱۵\times۱۰^{۷}$



۱- زاویه‌ی خورشید-زمین-ماه در شب سوم ماه قمری تقریباً چند درجه است؟

۱) ۱۳۵ ۲) ۹۰
۳) ۴۵ ۴) صفر



۲- نسبت طول سایه‌ی شاخص یک ساعت آفتابی در ظهر روز اول تابستان به ظهر روز اول زمستان در تهران چقدر است؟

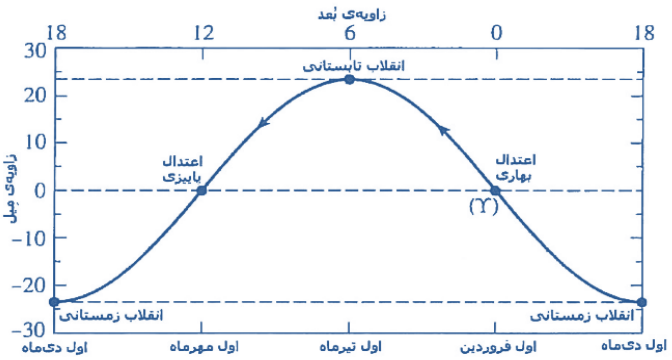
۱) ۰/۴ ۲) ۰/۳
۳) ۰/۲ ۴) ۰/۱

۳- در روزهای اول یا دوم ماه قمری، وقتی به ماه نگاه می‌کنیم علاوه بر یک هلال بسیار باریک سفید روشن، بقیه‌ی سطح ماه هم قابل رؤیت است که اصطلاحاً به آن زمین تاب گفته می‌شود. اگر از سطح آن هلال باریک در مقابل کل سطح آن، صرف‌نظر کنیم و فرض کنیم تمام سطح ماه زمین تاب است؛ قدر ماه در چنین حالتی چقدر است؟ ضریب بازتاب زمین و ماه به ترتیب ۳۰٪ و ۷٪ هستند.

۱) ۳ ۲) ۱ ۳) -۱ ۴) -۳

۴- اختلاف زمانی طلوع آفتاب در روز اول تابستان نسبت به طلوع آفتاب در روز اول بهار در زاهدان چقدر است؟

۱) ۰/۵ ساعت
۲) ۲ ساعت
۳) ۱/۵ ساعت
۴) ۱ ساعت



۵- دمای خورشید ۵۸۰۰ کلوین و دمای سطحی لک‌های خورشیدی حدود ۴۰۰۰ کلوین است. نسبت شدت دریافتی از واحد سطح خورشید به واحد سطح لک‌ها چقدر است؟

۱) بی‌نهایت
۲) ۱/۴۵
۳) ۲/۱
۴) ۴/۴

۶- ماخ معـمـولاً وقـتـی به رصد می‌رویم؛ برای اینکه بتوانیم ستاره‌های کم‌نورتری را مشاهده کنیم، مدتی زیر آسمان و دور از نورهای مصنوعی قرار می‌گیریم تا اصطلاحاً چشممان به تاریکی عادت کند. در چنین شرایطی قطر مردمک چشممان تا حدود ۶ میلی‌متر می‌رسد و می‌توانیم دریک آسمان تاریک ستاره‌های تا قدر ۶ را نیز با چشم غیرمسلح مشاهده کنیم. در چنین شرایطی قطر کوچک‌ترین گودالی که روی ماه می‌توانیم تشخیص دهیم چند کیلومتر است؟

۱) ۲۰۰ ۲) ۱۳۰
۳) ۹۰ ۴) ۴۰

۷- ماخ طول موج مادون قرمز بدن ما برحسب میکرومتر چقدر است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱ ۳) ۰/۱ ۴) ۰/۰۱

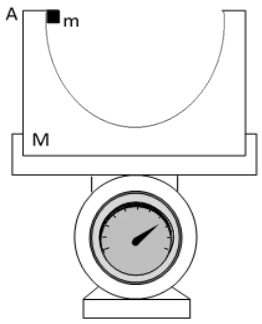
۸- ماخ کدام گزینه در مورد طیف دریافتی از اجرام آسمانی نادرست است؟

۱) طیف کهکشان‌ها یک انتقال به قرمز و انتقال به آبی در دو سوی بازوها دارد که ناشی از دوران آن است.
۲) از طیف کهکشان‌های دور برای اندازه‌گیری فاصله استفاده می‌شود.
۳) طیف یک کوازار طیف جسم سیاه یک جرم بسیار داغ در هسته‌ی یک کهکشان فعال است.
۴) طیف خورشید متشکل از طیف جسم سیاه خورشید، خطوط جذبی و نشری جو خورشید و خطوط جذبی جو زمین است.

۹- ماخ خوشه‌ای کروی تقریباً از حدود 10^6 ستاره با جرم‌های تقریباً برابر با خورشید تشکیل شده است. قدر ظاهری این خوشه ۳/۹ است. فاصله‌ی آن از ما برحسب کیلوپارسک چقدر است؟

۱) ۷ ۲) ۶ ۳) ۵ ۴) ۴

۱۰- ماخ جرم m از حالت سکون (شکل زیر) رها می‌شود، وقتی جرم m به پایین‌ترین نقطه مسیرش می‌رسد، ترازو چه وزنی را نشان می‌دهد؟



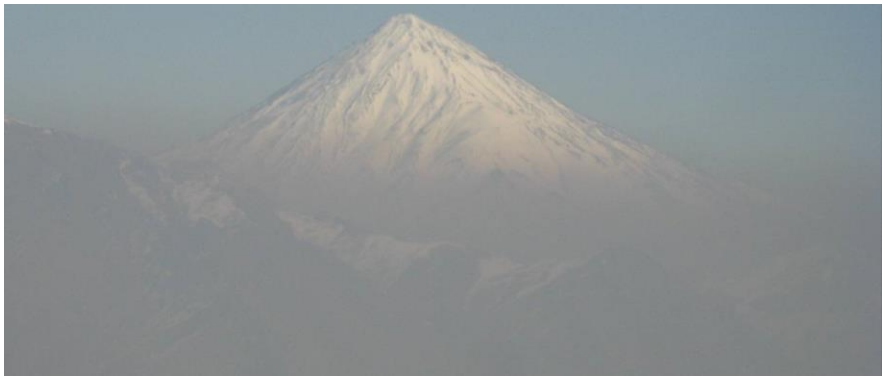
۱) $(M-m)g$ ۲) $(M+2m)g$
۳) $(M+3m)g$ ۴) $(M+m)g$

۱۱- ماخ مـقـدار تابش خورشـیـد در طـول یک روز به خـاطر زاویه‌ی تابش آفتاب متغیر است و بیشترین مقدار آن نیز در زمان ظهر است. محاسبات نشان می‌دهد که تقریباً تابش متوسط یک روز آفتابی در طول سال معادل ۵ ساعت تابش در زمان ظهر آن روز است.

اگر از آبگرمکن‌های خورشیدی تخت در بام ساختمان‌های تهران استفاده کنیم و بخواهیم اختلاف دمایی ۴۰ درجه‌ای در آب ایجاد کنیم، در روز اول بهار چند لیتر آب بر مترمربع در طول روز ناشی از تابش خورشید خواهیم داشت؟ دقت کنید که حدود ۶۰٪ از نوری که به خارج از جو زمین می‌رسد، از جو عبور کرده و به سطح زمین می‌تابد.

۱) ۱۷۰ ۲) ۱۰۰
۳) ۷۰ ۴) ۱۷

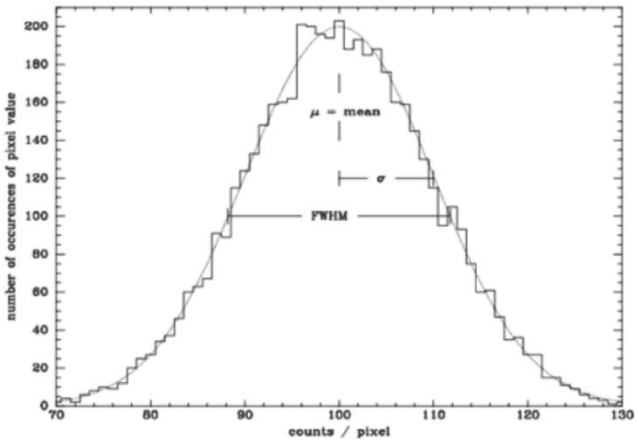
۱۲- زمانی که وارونگی جوی رخ می‌دهد، هوای لایه‌های پایینی جو سنگین‌تر شده و به بالا صعود نمی‌کنند؛ بنابراین هر چه آلودگی تولید شود در محل باقی خواهد ماند. معمولاً این لایه بسیار نازک است در حد ۵۰۰ متر تا ۱ کیلومتر به‌طوری‌که وقتی به ارتفاعات می‌رویم حضور این لایه را کاملاً در زیر پای خود حس می‌کنیم. در تهران حدود ۱۰ میلیون خودرو داریم که به‌طور متوسط فرض می‌کنیم یک‌سوم آن‌ها در تردد در مناطق مرکزی باشند.



مرکز شهر تهران را به‌صورت یک منطقه به ابعاد ۱۰×۱۰ کیلومتر مربع فرض کنید و ضخامت هوا را هم ۵۰۰ متر در نظر بگیرید. اگر حجم متوسط موتور اتومبیل‌ها را ۱۸۰۰ سی‌سی (۱/۸ لیتر) در نظر بگیریم و دور موتور متوسط آن‌ها را هم ۲۰۰۰ دور بر دقیقه؛ چند ساعت طول می‌کشد تا ۵۰٪ از هوای تهران از داخل اگزوزهای اتومبیل‌های ما عبور کند؟

۱) ۱۰ ۲) ۳۰ ۳) ۱۰۰ ۴) ۳۰۰

۱۳- سی سی دی مستقر شده در پشت یک تلسکوپ کوچک به ازای نور یکنواخت در آسمان لحظه‌ای قبل از غروب آفتاب یا گرگ‌ومیش چنین نموداری را به دست داده است. اگر فیلتری که گذردهی اپتیکی آن ۸۰ درصد باشد بر سر راه این سی سی دی قرار گیرد شکل زیر به چه صورت تغییر خواهد یافت (اعداد برحسب $\mathrm{count/pixel}$ هستند)



۱) $\mu = ۸۰$ ، $\sigma = ۱۰$

۲) $\mu = ۸۰$ ، $\sigma = ۸$

۳) $\mu = ۱۰۰$ ، $\mathrm{FWHM} = ۲۹$

۴) $\mu = ۸۰$ ، $\mathrm{FWHM} = ۲۹$

۱۴- تلسکوپ بزرگ دوچشمی LBT دارای آینه‌های اصلی به قطر ۸/۴ متر است که در آن مرکز آینه‌ها با فاصله‌ی ۱۴/۴ متر از یکدیگر قرار گرفته‌اند. این تلسکوپ می‌تواند در حالت دوچشمی یا دو تلسکوپ مجزا به کار گرفته شود. توان تفکیک زاویه‌ای این تلسکوپ در حالتی که به‌صورت دوچشمی از آن استفاده شود نسبت به حالتی که دو تلسکوپ آن به‌صورت مجزا کار کنند چه نسبتی خواهد داشت؟

۱) ۱/۷ برابر

۲) ۲ برابر

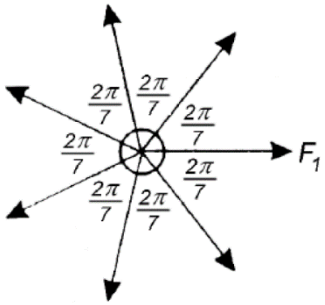
۳) ۲/۷ برابر

۴) ۷/۴ برابر

۱۵- سیاره نورد «کنجکاوی» از سطح مریخ نمونه‌برداری کرده و آزمایش‌های لازم را انجام می‌دهد. این سیاره نورد مقداری از خاک مریخ را که برمی‌دارد، در حالت سکون نیروی ۱ نیوتون به بازوی آن وارد می‌شود، این سیاره نورد چه مقدار جرم را برحسب کیلوگرم نمونه‌برداری کرده است؟

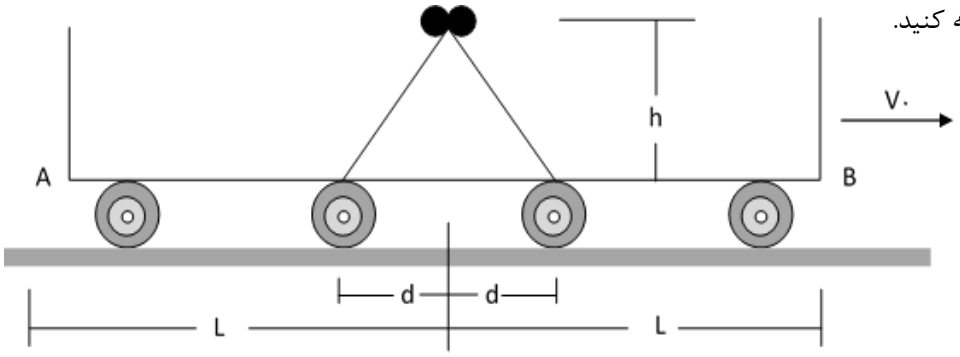
۱) ۰/۱۰
۲) ۰/۲۷
۳) ۰/۴۵
۴) ۱

۱۶- فرض کنید یک خوشه‌ی با ستاره‌های شبیه خورشید در فاصله‌های یکسان ۱۰۰۰ واحدنجومی از یکدیگر قرارگرفته و ساکنند. عبورجرمی دیگر از نزدیکی این سامانه‌ی ستاره‌ای بیشترین نیرو را به‌اندازه‌ی $F1$ به یکی از آن‌ها وارد می‌کند و آن را از مجموعه دور می‌کند. با یک فرض ساده کننده می‌توانیم فرض کنیم در یک‌لحظه نیروی $F1$ حذف می‌شود. شتاب اعمال شده به ستاره مرکزی در چه جهتی و چقدر است؟



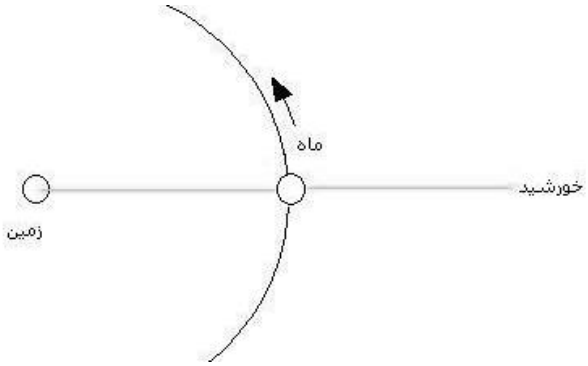
۱) در خلاف جهت $F1$ و 10^{-8} متر بر مجذور ثانیه
۲) در خلاف جهت $F1$ و 10^{-10} متر بر مجذور ثانیه
۳) در جهت $F1$ و 10^{-8} متر بر مجذور ثانیه
۴) در جهت $F1$ و 10^{-10} متر بر مجذور ثانیه

۱۷- مطابق شکل، واگنی با سرعت ثابت V_0 در حال حرکت است. در بالای سطح شیب‌دار دوطرفه‌ای که مطابق شکل به وسط واگن چسبیده است، دو گلوله کوچک یکسان قرار دارند. این دو گلوله هم‌زمان از بالای سطح شیب‌دار از حالت سکون نسبت به واگن رها می‌شوند. اختلاف زمان رسیدن آن‌ها به نقاط A و B را محاسبه کنید.



۱) L / V_0
۲) $(L-d) / V_0$
۳) $2(L-d) / V_0$
۴) هم‌زمان

۱۸- می‌دانیم که ماه به دور زمین می‌چرخد و زمین نیز به دور خورشید و جهت چرخش هر دو در خلاف جهت چرخش عقربه‌های ساعت است. حال فرض کنید جهت چرخش زمین به دور خورشید در همان جهت قبلی (خلاف جهت عقربه‌های ساعت) باشد ولی جهت چرخش ماه برعکس جهت چرخش قبلی (جهت عقربه‌های ساعت) باشد. در این صورت طول ماه قمری چند روز خواهد بود؟

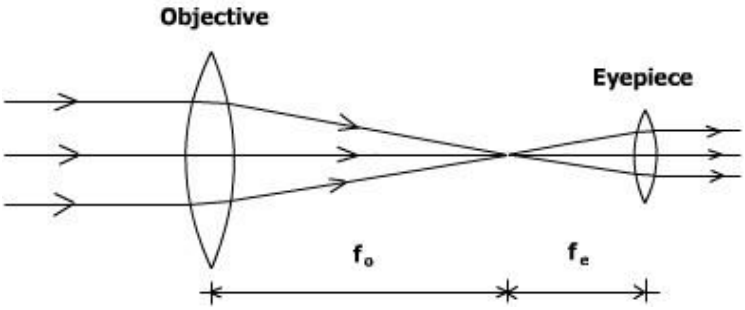


۱) ۲۷/۳
۲) ۲۹/۵
۳) ۲۵/۴
۴) هیچ‌کدام

۱۹- کمینه و بیشینه‌ی سرعت قمری که اورانوس را در یک مدار بیضوی دور می‌زند، $V_{min} = V - V_\circ$ و $V_{max} = V + V_\circ$ است. خروج از مرکز این قمر کدام گزینه است.

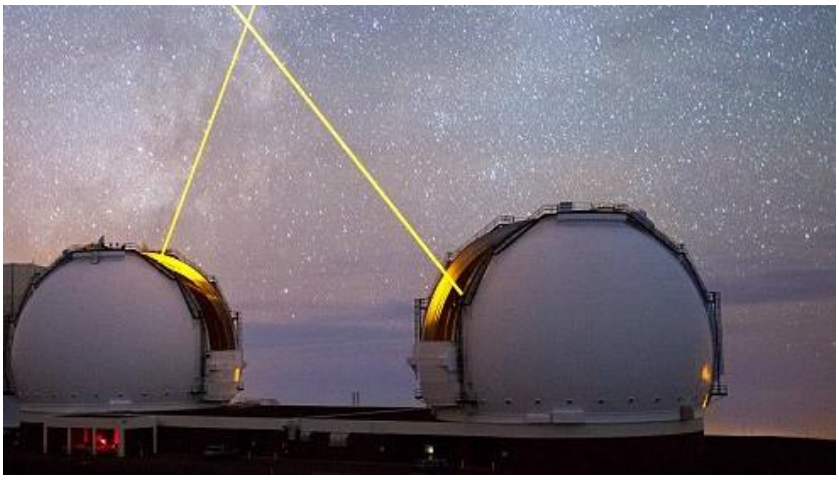
۱) $V_\circ / 2V$ ۲) $(V_\circ / 2V)^2$ ۳) $V_\circ / V$ ۴) $(V_\circ / V)^2$

۲۰- تلسکوپ شکستی آماتوری مطابق شکل زیر دیده می‌شود. حد قدری آن چقدر است؟ کانون‌های شیئی و چشمی آن به ترتیب ۰/۵ متر و ۵ سانتی‌متر و قطرهای شیئی و چشمی آن به ترتیب ۶ و ۱ سانتی‌متر هستند.



۱) ۱۱
۲) ۸/۵
۳) ۹/۵
۴) ۷/۵

۲۱- برای حذف اثر تلاطم‌های جوی در تلسکوپ‌های بزرگ از لیزر استفاده می‌کنند تا بتوانند تابعیت تلاطم‌های جوی را بیابند. به این منظور نور لیزر دقیقاً در امتداد جسم مورد بررسی ارسال می‌شود. این پرتو از لایه‌های بالایی جو در ارتفاع ۹۲ کیلومتر پراکنده می‌شود. بازتاب آن از دید تلسکوپ مشاهده می‌گردد. این بازتاب (ستاره‌ی مجازی) قطری در حدود یک ثانیه‌ی قوس و قدری در حدود ۱۲ دارد. کمترین توان لازم برای لیزر فوق چند وات است؟ از جذب نور لیزر در جو صرف‌نظر کنید.



۱) ۰/۰۵
۲) ۵۰۰
۳) ۵
۴) 5×10^4

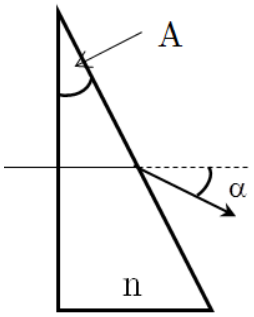
۲۲- در پروژه‌ی انتارز (ANTARES) آشکارسازهای نوترینویی در جنوب فرانسه و در اعماق اقیانوس در حدود ۲۰۰۰ متر زیر سطح دریا قرار گرفته‌اند. در چنین عمقی حتی در طول روز نیز محیط کاملاً تاریک بوده و نه‌تنها هیچ نوری به آن نفوذ نمی‌کند؛ بلکه هیچ ذره بارداری نیز نمی‌تواند به آن عمق برسد، تنها ذره‌ای که می‌تواند در آن عمق وجود داشته باشد نوترینو است که آن هم می‌تواند ذرات باردار پر انرژیی را در آن محل تولید کند و تابش چرنکف این ذرات توسط لامپ‌های تکثیر فوتون مشاهده شوند. این لامپ‌ها و المان‌های الکترونیکی حمایت‌کننده‌ی آن‌ها توسط یک محفظه‌ی شیشه‌ای محافظت می‌شوند. این محفظه‌ها چند اتمسفر فشار را باید تحمل کنند؟

۱) ۲۰۰۰ ۲) ۱۰۰۰ ۳) ۲۰۰ ۴) ۲۰

۲۳- فرض کنید در یک خوشه‌ی ستاره‌ای با جرم $۱۰^{۴}$ جرم خورشید و شعاع ۱۰ پارسک، ناگهان در اثر نزدیک شدن دو ستاره‌ی خورشید گون به یکدیگر یک دوتایی با نیم محور اطول یک واحد نجومی ($۱\mathrm{AU}$) تشکیل می‌شود. در این صورت متوسط انرژی جنبشی ستاره‌های دیگر این خوشه تقریباً چند درصد تغییر می‌کند؟

۱) $۱۰^{۳}$ ۲) $۱۰^{-۱}$ ۳) ۱۰ ۴) ۱۰۰

۲۴- از ادواتی که در نجوم استفاده می‌شود، یک گوه‌ی نازک است با ضریب شکست n و زاویه‌ی رأس بسیار کوچک A ($\mathrm{A} << ۱$) است که برای انحراف نور استفاده می‌گردد. این گوه به شکل زیر است. زاویه‌ی انحراف α نور توسط این گوه چقدر است؟

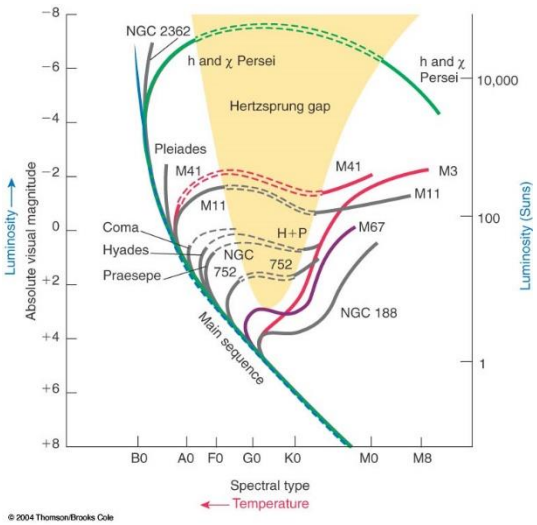


۱) $(\mathrm{n}+۱)\mathrm{A}$
۲) nA
۳) $(\mathrm{n}-۱)\mathrm{A}$
۴) $(\mathrm{n}+۲)\mathrm{A}$

۲۵- فرض کنید در کیهان فقط کهکشان راه شیری وجود داشته باشد و چگالی هاله‌ی ماده‌ی تاریک آن نیز با فاصله توسط رابطه‌ی $\rho = \alpha r^{-۲}$ کاهش یابد. می‌دانیم که سرعت چرخش ستاره‌ها به دور کهکشان حدود ۲۰۰ کیلومتر بر ثانیه است. از آنجایی که ابعاد شناخته شده‌ی عالم حدود ۱۳ میلیارد سال نوری است، جرم کل کیهان فرضی برحسب جرم خورشید به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟

۱) $۱۰^{۱۱}$ ۲) $۱۰^{۱۷}$ ۳) $۱۰^{۲۲}$ ۴) $۱۰^{۲۷}$

۲۶- وقتی یک ستاره‌ی سنگین از رشته‌ی اصلی خارج می‌شود، وارد شکاف هرتزپرونگ می‌شود و در طول مسیر خود از ناحیه‌ای به نام نوارناپایداری عبور می‌کند. در حین عبور، ستاره شروع به نوسان می‌نماید. اگر فرض کنیم که در طول عبور ستاره از نوار ناپایداری، جرم و درخشندگی ستاره تقریباً ثابت باشد؛ در این صورت تحول دوره‌ی تناوب ستاره $((\mathrm{dP}/\mathrm{dt})/\mathrm{P})$ کدام گزینه است؟ (P دوره‌ی تناوب، $\mathrm{T_e}$ دمای سطحی ستاره و t زمان است)

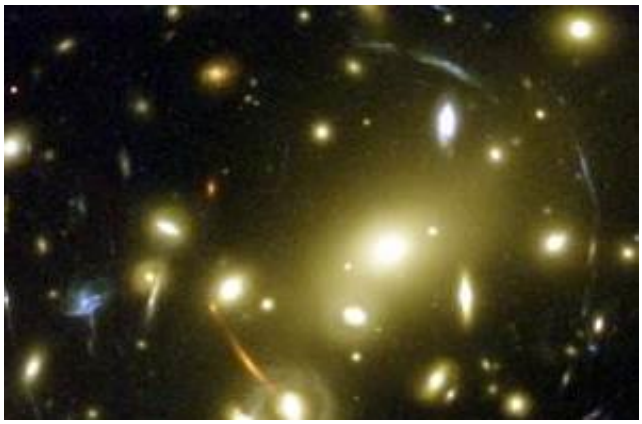


۱) $-۳(\mathrm{dT_e}/\mathrm{dt})/\mathrm{T_e}$
۲) $-۳(\mathrm{dT_e}/\mathrm{dt})/\mathrm{T_e^{۲}}$
۳) $-۳(\mathrm{dT_e}/\mathrm{dt})/\mathrm{T_e^{۳}}$
۴) $-۳(\mathrm{dT_e}/\mathrm{dt})/\mathrm{T_e^{۴}}$

۲۷- روشنایی سطحی خورشید برحسب قدر بر ثانیه‌ی قوسی مربع چقدر است؟

۱) $-۲۶/۵$ ۲) -۱۹ ۳) -۱۱ ۴) -۸

۲۸- یک خوشه‌ی کهکشانی که علاوه بر کهکشان‌ها گاز هیدروژن بین کهکشانی نیز دارد را فرض کنید. کهکشان‌ها در این خوشه با سرعت متوسط ۲۰۰۰ کیلومتر بر ثانیه در حرکت کاتوره‌ای هستند. دمای تقریبی گاز هیدروژن بین کهکشانی چند کلوین است؟

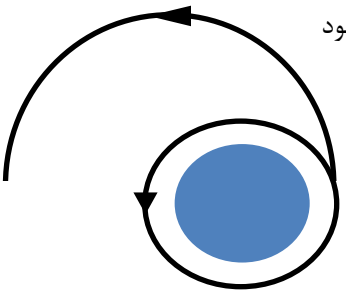


۱) $۱۰^{۴}$
۲) $۱۰^{۶}$
۳) $۱۰^{۸}$
۴) $۱۰^{۱۰}$

۲۹- کدام گزینه نادرست است؟

۱) دمای ابرهای مولکولی حتماً کمتر از ۱۰۰ کلوین است.
۲) در ستاره‌های سنگین، هم از طریق همرفت و هم از طریق تابش انرژی منتقل می‌شود.
۳) جرم سیاه‌چاله‌هایی که پس از تحول ستاره‌ای به وجود می‌آیند حتماً بیشتر از ۱۱ جرم خورشید است.
۴) ستاره‌ای مانند خورشید پس از تحول، تبدیل به کوتوله‌ای سفید با جرمی کمتر از ۰/۷ جرم خورشید خواهد شد.

۳۰- ماهواره‌ای در مداری دایره‌ای به شعاع R زمین را دور می‌زند، سرعت این ماهواره (V) چند برابر شود تا مدار آن یک بیضی با $r_{min} = R$ و $r_{max} = ۲R$ شود.



۱) $۴/۳ = ۱/۳۳$
۲) $(۴/۳)^{۰/۵} = ۱/۱۵$
۳) $۸/۳ = ۲/۶۷$
۴) $(۸/۳)^{۰/۵} = ۱/۶۳$

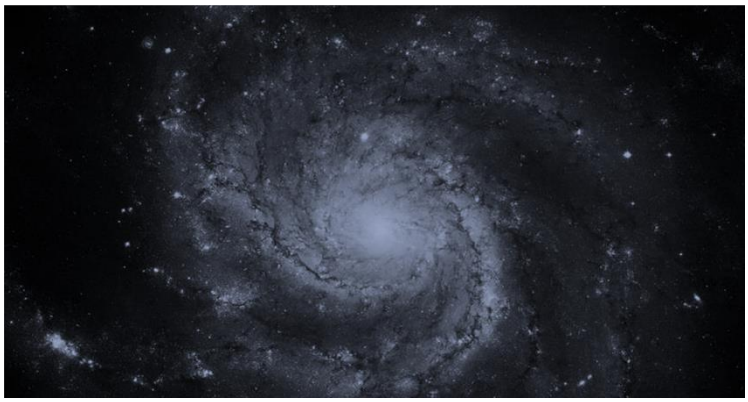
۳۱- به نظر می‌رسد که در مرکز خوشه‌های کروی یک سیاهچاله‌ی مرکزی وجود داشته باشد. شعاع مؤثر سیاهچاله R_{BH} به شعاعی از خوشه‌ی کروی گفته می‌شود که در آن حضور سیاهچاله تأثیر قابل توجهی در حرکت ستاره‌ها دارد؛ یعنی اثر حضور سیاهچاله در حرکت ستاره‌ها با اثر گرانشی خوشه برابری می‌کند، شعاع مؤثر سیاهچاله‌ای با جرم ۱۰۰ برابر جرم خورشید را در خوشه‌ای ستاره‌ای به شعاع ۱۰ پارسک و جرم $۱۰^{۵}$ جرم خورشید برحسب پارسک کدام است؟

۱) ۱ ۲) $۱۰^{-۲}$ ۳) $۱۰^{-۵}$ ۴) $۱۰^{-۱۱}$

۳۲- یک کوتوله‌ی سفید به جرم یک خورشید را در نظر بگیرید که از ستاره‌ی همدم خود با آهنگ $۱۰^{-۹}$ جرم خورشید بر سال (M_{sun} / yr) در حال بلعیدن هیدروژن است. این فرآیند به مدت $۱۰^{۵}$ سال ادامه می‌یابد؛ سپس هیدروژن بلعیده شده در طول مدت بسیار کوتاه ۹۰ روز شروع به سوختن می‌کند. درخشندگی تولید شده در این مدت کوتاه چند برابر درخشندگی خورشید است؟

۱) ۴×۱۰^{۷} ۲) ۲×۱۰^{۴} ۳) ۲۰۰ ۴) ۴۰

۳۳- می‌خواهیم ماکتی با رعایت مقیاس از توزیع ستاره‌ها در یک کهکشان بسازیم. فرض کنید ابعاد ستاره‌ها به‌اندازه‌ی یک گردو باشد؛ در این صورت این گردوها باید در چه فاصله‌ای از هم قرار گیرند تا ماکتی با رعایت مقیاس از توزیع ستاره‌ها در این کهکشان داشته باشیم؟



۱) ۴۰۰۰ کیلومتر
۲) ۴۰۰ کیلومتر
۳) ۴۰۰ متر
۴) ۴ متر

۳۴- کدام گزینه صحیح است؟

۱) شعاع کوتوله‌های سفید سنگین‌تر، بزرگ‌تر است.
۲) خورشید پس از تحول به کوتوله‌ای سفید با دمای ۲۵۰۰۰ کلوین و درخشندگی ۱٪ درخشندگی فعلی $(L = 0/01 L_{sun})$ تبدیل خواهد شد.
۳) در ابرهای مولکولی که در حال تشکیل ستاره هستند، نقش حضور میدان مغناطیسی این است که باعث تشکیل ستاره‌های سبک‌تر می‌شود.
۴) ستاره‌های RR شلیاقی برای اندازه‌گیری فواصل کیهانی $(d > 1 Gpc)$ مورد استفاده قرار می‌گیرند.

۳۵- بسیاری ماهواره‌ها، امروزه برای نیازهای روزمره‌ی انسان‌ها مثل ماهواره‌های هواشناسی، ماهواره‌های نقشه‌بردار و مواردی مشابه این‌ها در ارتفاع‌های پایین (Low Earth Orbit (LEO)) ارتفاع زیر ۲۰۰۰ کیلومتر) مورد استفاده قرار می‌گیرند. بیشترین دوره‌ی تناوبی که یک ماهواره LEO می‌تواند داشته باشد چقدر است؟

۱) ۸۴ دقیقه ۲) ۱۰۳ دقیقه ۳) ۱۲۸ دقیقه ۴) بی‌نهایت

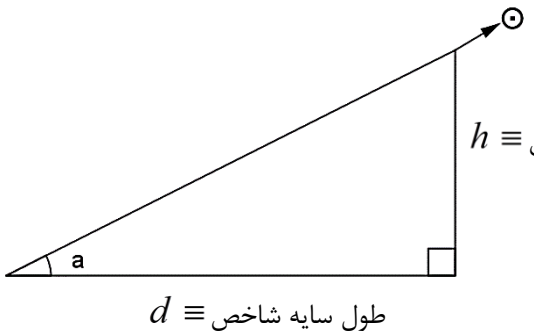
«پاسخنامه‌ی تشریحی دوازدهمین دوره المپیاد نجوم»

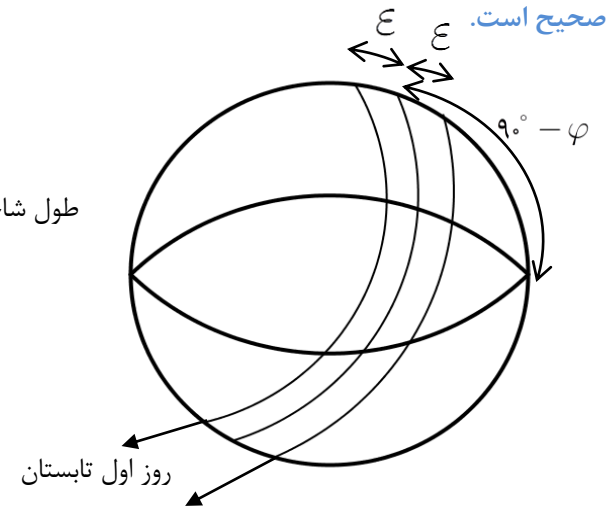
۱- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

ماه درحرکت هلالی خود، ۳۶۰° را تقریباً در ۲۹ / ۵ روز طی می‌کند.

$$\frac{۳ / ۵day}{۲۹ / ۵day} = \frac{\alpha}{۳۶۰^\circ} \Rightarrow \alpha = \frac{۳۶۰^\circ \times ۳ / ۵}{۲۹ / ۵} = ۴۲ / ۷^\circ$$

۲- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.





$$\tan a = \frac{h}{d} \Rightarrow d = \frac{h}{\tan a}$$

$$\Rightarrow \frac{d_{Summer}}{d_{Winter}} = \frac{\tan a_{Winter}}{\tan a_{Summer}}$$

حال کافی است ارتفاع خورشید را در روز اول تابستان (a_{Summer}) و روز اول زمستان (a_{Winter}) به دست آوریم.

$$\left.\begin{aligned} a_{Summer} &= ۹۰^\circ - \varphi + \varepsilon = ۹۰^\circ - ۳۵ / ۷^\circ + ۲۳ / ۴۵^\circ = ۷۷ / ۷۵^\circ \\ a_{Winter} &= ۹۰^\circ - \varphi - \varepsilon = ۹۰^\circ - ۳۵ / ۷^\circ - ۲۳ / ۴۵^\circ = ۳۰ / ۸۵^\circ \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{d_{Summer}}{d_{Winter}} = \frac{\tan(۳۰ / ۸۵^\circ)}{\tan(۷۷ / ۷۵^\circ)} = ۰ / ۱۳$$

۳- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

ابتدا باید درخشندگی زمین را که حاصل از بازتاب نور خورشید است به دست آوریم؛ سپس نوری که از زمین به ماه می‌رسد را محاسبه کرده و در آخرین مرحله نوری را که ماه، بازتاب می‌کند و به زمین می‌رسد را به دست می‌آوریم تا به کمک آن، قدر ماه را محاسبه کنیم؛ و ازآنجایی‌که خورشید و زمین به ترتیب برای ناظران روی زمین و ماه منبع نور گسترده‌اند باید سطح مؤثر دریافت نور را نیم‌کره‌ی زمین و ماه در نظر گرفت.

$$L_\oplus = ۳۰\% \times f_\odot \times \frac{۴\pi R_\oplus^۲}{۲} \quad ; \quad L_{moon} = \frac{L_\oplus}{۴\pi r_{moon}^۲} \times ۷\% \times \frac{۴\pi R_{moon}^۲}{۲} \quad ; \quad f_{moon} = \frac{L_{moon}}{۴\pi r_{moon}^۲}$$

$$\Rightarrow f_{moon} = \frac{۳۰\% \times f_\odot \times ۲\pi R_\oplus^۲}{(۴\pi r_{moon}^۲)^۲} \times ۷\% \times ۲\pi R_{moon}^۲ = ۲ / ۱\% f_\odot \times (\frac{R_\oplus R_{moon}}{۲r_{moon}^۲})^۲$$

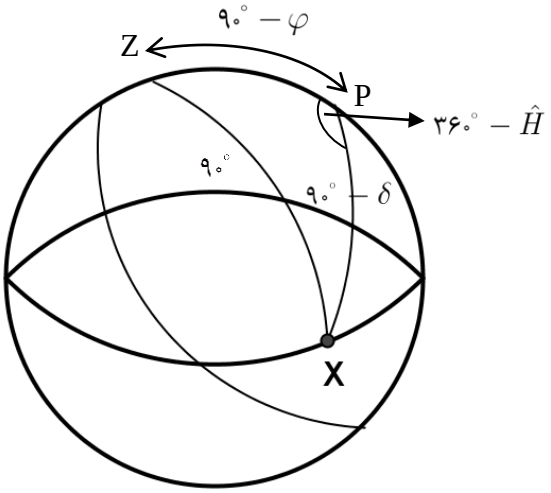
$$m_{moon} - m_\odot = -۲ / ۵ \log \frac{f_{moon}}{f_\odot} = -۲ / ۵ \log[۲ / ۱\% \frac{f_\odot}{f_\odot} \times (\frac{R_\oplus R_{moon}}{۲r_{moon}^۲})^۲]$$

$$\Rightarrow m_{moon} = m_\odot - ۲ / ۵ \log[۲ / ۱\% \times (\frac{R_\oplus R_{moon}}{۲r_{moon}^۲})^۲] = -۲۶ / ۷ - ۲ / ۵ \log[۲ / ۱\% \times \frac{(۶ / ۳۸ \times ۱۰^۶ \times ۱ / ۷۴ \times ۱۰^۶)^۲}{۴ \times (۳ / ۸۴ \times ۱۰^۸)^۴}]$$

$$\Rightarrow m_{moon} = -۰ / ۴$$

۴- ماخ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

باید زاویه ساعتی طلوع آفتاب را به دست آوریم. این کار را ابتدا در حالت کلی انجام می‌دهیم.



$$\cos ZX = \cos ZP \cos PX + \sin ZP \sin PX \cos \hat{P}$$
$$\Rightarrow \cos ۹۰^\circ = \cos(۹۰^\circ - \varphi)\cos(۹۰^\circ - \delta) + \sin(۹۰^\circ - \varphi)\sin(۹۰^\circ - \delta)\cos(۳۶۰^\circ - \hat{H})$$
$$\Rightarrow ۰ = \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos\hat{H} \Rightarrow \cos\hat{H} = -\tan\varphi \tan\delta \Rightarrow \hat{H} = \cos^{-1}(-\tan\varphi \tan\delta)$$

طبق تعریف زاویه ساعتی طلوع منفی است.

$$\varphi_{Zahedan} = ۲۹/۵^\circ \quad , \quad \delta_{Spring} = ۰^\circ \quad , \quad \delta_{Summer} = ۲۳/۴۵^\circ$$
$$\Rightarrow \hat{H}_{Spring} = -۹۰^\circ \quad , \quad \hat{H}_{Summer} = -۱۰۴/۲۱^\circ$$

با داشتن زاویه ساعتی خورشید و بُعد از روی نمودار می‌توانیم زمان نجومی محلی طلوع خورشید در دو حالت را پیدا کنیم. هم‌چنین در هرروز زمان نجومی حدود $۳۶۰^\circ / (۳۶۵/۲۵)$ کوتاه‌تر از زمان خورشیدی است و چون در این سؤال زاویه ساعتی خورشید مطرح است باید این مقدار را لحاظ کنیم؛ پس اختلاف‌زمان طلوع خورشید اول بهار با اول تابستان در زاهدان برابر است با:

$$|\Delta T| = |(H_{Summer} + \alpha_{Summer}) - (H_{Spring} + \alpha_{Spring}) - {}^{۳۶۰^\circ}\!/_{۳۶۵/۲۵ day} \times \Delta t|$$
$$\Rightarrow |\Delta T| = |(-۱۰۴/۲۱^\circ + ۹۰^\circ) - (-۹۰^\circ + ۰^\circ) - {}^{۳۶۰^\circ}\!/_{۳۶۵/۲۵ day} \times ۹۳ day|$$
$$\Rightarrow |\Delta T| = ۱۵/۹^\circ = ۱/۰۶ hour$$

۵- ماخ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

شدت دریافتی از واحد سطح:

$$F = \sigma T^۴ \Rightarrow \frac{F_\odot}{F_{Sunspots}} = \frac{\sigma T_\odot^۴}{\sigma T_{Sunspots}^۴} = \left(\frac{T_\odot}{T_{Sunspots}}\right)^۴ = \left(\frac{۵۸۰۰K}{۴۰۰۰K}\right)^۴ = ۴/۴۲$$

۶- ماخ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

توان تفکیک برابر است با: $\theta_{rad} = ۱/۲۲ \times \frac{\lambda}{D_{Eye}}$. از طرفی می‌دانیم:

$$\theta_{rad} = \frac{R}{r_{moon}} \Rightarrow R = \theta_{rad} \times r_{moon} \Rightarrow R = ۱/۲۲ \times \frac{\lambda}{D_{Eye}} \times r_{moon} = ۱/۲۲ \times \frac{۵۵۰ \times ۱۰^{-۹} m}{۶ \times ۱۰^{-۳} m} \times ۳/۸۴ \times ۱۰^۸ = ۴۳ km$$

۷- ماخ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

در اجسام گرم، مانند بدن انسان تابش الکترومغناطیسی در ناحیه مادون‌قرمز بیشتر از نواحی دیگر است: $\lambda_{\max} \times T = ۲/۹ \times ۱۰^{-۳} K.m$

ازآنجایی‌که دمای بدن انسان حدود $۳۷^\circ C$ است:

$$\Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{۲/۹ \times ۱۰^{-۳} K.m}{T} = \frac{۲/۹ \times ۱۰^{-۳} K.m}{(۲۷۳ + ۳۷)K} = ۹/۳۵ \times ۱۰^{-۶} m \approx ۱۰ \mu m$$

۸- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. (سؤال به علت اشتباه تایپی و سه گزینه‌ای بودن در دفترچه کد۲، حذف شد.)

ماهیت اختروش‌ها یا کوازارها به‌درستی مشخص نیست اما به‌احتمال‌زیاد اختروش‌ها هسته‌ی کهکشان‌های فعال هستند. این کهکشان‌ها در مرکز خود اَبَرسیاهچاله‌ای پرجرم دارند. فروریزش مواد به درون این سیاه‌چاله امواج الکترومغناطیسی پرانرژی‌ای ازجمله پرتوهای ایکس و گاما ایجاد می‌کند. درواقع هنگامی‌که اجسام به سیاه‌چاله نزدیک می‌شوند، در اثر گرانش و نیروهای کشندی خرد می‌شوند و به اجزای سازنده‌شان ازجمله ذرات باردار تجزیه می‌شوند. این ذرات هنگام فروریزش در سیاه‌چاله شتاب می‌گیرند و پرتوهای الکترومغناطیسی ایجاد می‌کنند؛ اما سرعت این پرتوها همان سرعت نور است که مقدار ثابتی دارد و نمی‌توان گفت که این پرتوها پرسرعت‌تر از دیگر پرتوهای الکترومغناطیسی هستند.

پس نمی‌توان گفت که طیف یک کوازار، طیف جسم سیاه است؛ چراکه عامل ایجاد تابش در یک جسم سیاه دمای آن است اما عامل ایجاد تابش در یک اختروش فروریزش مواد درون اَبَرسیاهچاله است که در پی آن ماده به اجزای سازنده‌اش تبدیل می‌شود و با شتاب گرفتن آن‌ها پرتوهای الکترومغناطیسی تولید می‌شود.

۹- گزینه‌های ۱ و ۲ پاسخ صحیح است. (کمیته‌ی علمی باشگاه دانش‌پژوهان جوان هر دو گزینه‌ی ۱ و ۲ را پذیرفته است.)

راه حل اول

$$m-M=-۵+۵\log d_{pc} \Rightarrow d_{pc}=۱۰^{\frac{m-M+۵}{۵}}$$

$$M-M_{\odot}=-۲/۵\log\frac{L}{L_{\odot}} \Rightarrow M=M_{\odot}-۲/۵\log\frac{L}{L_{\odot}}=M_{\odot}-۲/۵\log\frac{۱۰^{۶}L_{\odot}}{L_{\odot}}$$

$$=۴/۷۲-۲/۵\times۶=-۱۰/۲۸$$

پس داریم:

$$d_{pc}=۱۰^{\frac{۳/۹-(-۱۰/۲۸)+۵}{۵}}=۶/۹\times۱۰^{۳}pc\approx ۷kpc$$

راه حل دوم

بااستفاده از ثوابت داده شده در جدول ثوابت و رابطه‌ی معروف به مدول فاصله قدر مطلق خورشید را می یابیم و مانند **راه حل اول** عمل می‌کنیم.

$$m_{\odot}-M_{\odot}=-۵+۵\log d_{\odot pc} \Rightarrow M_{\odot}=m_{\odot}+۵-۵\log d_{\odot pc}=-۲۶/۷+۵-۵\log\frac{۱/۵\times۱۰^{۱۱}m}{۳/۰۹\times۱۰^{۱۶}m}$$

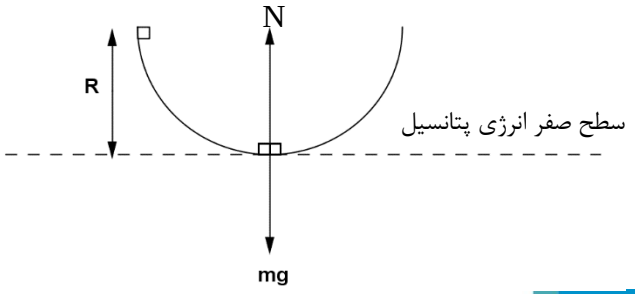
$$\Rightarrow M_{\odot}\approx ۴/۹$$

$$\Rightarrow M=۴/۹-۲/۵\times۶=-۱۰/۱$$

$$\Rightarrow d_{pc}=۱۰^{\frac{۳/۹-(-۱۰/۱)+۵}{۵}}=۶/۳\times۱۰^{۳}pc\approx ۶kpc$$

۱۰- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. (قابل‌توجه دانش‌آموزان پیگیر؛ کمیته‌ی علمی باشگاه دانش‌پژوهان جوان در پاسخنامه‌ی اولیه گزینه‌ی ۴ را انتخاب کرده بود.)

وزنه m از حالت سکون شروع به حرکت می‌کند و در پایین‌ترین نقطه، به بیشترین سرعت خود می‌رسد و پس‌ازآن، سرعت آن کم و کم‌تر می‌شود تا در بیشترین ارتفاع، کمترین سرعت یعنی $V=۰$ را داشته باشد. در طی مسیر وزنه، به آن نیروهای عمودی N_m و گرانشی mg از طرف سطح و کره‌ی زمین وارد می‌شود و برآیند آن‌ها برابر نیروی مرکزگرا $(\frac{mV^{۲}}{R})$ است.



$$U_{.}+\cancel{K_{.}}=\cancel{U}+K$$

$$\Rightarrow mgR+۰=۰+\frac{۱}{۲}mV^{۲} \Rightarrow \frac{mV^{۲}}{R}=۲mg$$

$$N_m - mg = \frac{mV^2}{R} = 2mg \Rightarrow N_m = 2mg + mg = 3mg$$

می‌دانیم که ترازوها نیروهای عمودی را که به جسم روی آن‌ها وارد می‌کنند را نشان می‌دهند؛ پس مجموع نیروهای عمودی وارد بر جسم m و M می‌شود:

$$N_M + N_m = Mg + 3mg = (M + 3m)g$$

۱۱- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. ماخ

انرژی گرمایی موردنیاز برای ایجاد ۴۰ درجه اختلاف دما:

$$E = \Delta Q = m_{water} c_{water} \Delta\theta \quad , \quad \Delta\theta = 40$$

میل خورشید در روز اول بهار صفر است، پس ارتفاع خورشید هنگام ظهر $90^\circ - \varphi_{Tehran}$ است پس انرژی‌ای که به‌صورت عمود بر واحد سطح از خورشید دریافت می‌کنیم به صورت زیر است:

$$\frac{E}{A} = 60\% \times f_\odot \times 5^{hour} \times \cos\varphi_{Tehran}$$

$$\Rightarrow \frac{E}{A} = \frac{\Delta Q}{A} \Rightarrow 60\% \times f_\odot \times 5^{hour} \times \cos\varphi_{Tehran} = \frac{m_{water}}{A} \times c_{water}\Delta\theta$$

و در مورد آب می‌دانیم که $1kgH_2O_{(l)} = 1litH_2O_{(l)}$؛ پس نسبت مطلوب برابر است با:

$$\Rightarrow \frac{m_{water}}{A} = \frac{60\% \times f_\odot \times 5^{hour} \times \cos\varphi_{Tehran}}{c_{water}\Delta\theta} = \frac{60\% \times 1/37 \times 10^3 \times 5 \times 3600 \times \cos(35/7^\circ)}{4200 \times 40} = 71/5 \, lit/m^2$$

۱۲- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. (قابل‌توجه دانش‌آموزان پیگیر؛ باشگاه در پاسخنامه‌ی اولیه‌ی کد ۱ گزینه‌ی ۳، یعنی ۱۰۰ ساعت را انتخاب کرده بود.) ماخ

حجم هوای مرکز شهر:

$$V = (10 \times 10^3)m^2 \times 500m = 5 \times 10^{10} m^3 = 5 \times 10^{13} lit \Rightarrow 50\%V = 2/5 \times 10^{13} lit$$

ظرفیت موتور اتومبیل‌ها در هر ثانیه:

$$\alpha = \frac{1}{3} \times (10 \times 10^6) \times 1/8 lit \times 2000 \, / minute = 2 \times 10^8 \, lit/s$$

مدت‌زمان موردنیاز:

$$\frac{V}{\alpha} = \frac{2/5 \times 10^{13} lit}{2 \times 10^8 \, lit/s} = 125 \times 10^3 s = 34/7 hour$$

۱۳- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. (باشگاه گزینه‌ی ۲ را انتخاب کرده است. قابل‌توجه اینکه، باشگاه در پاسخنامه‌ی اولیه گزینه‌ی ۱ را انتخاب کرده بود.) ماخ

$[\mu = 80, \sigma = 8]$

در یک بعد، تابع گاوسی، تابع چگالی احتمال توزیع نرمال است.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \times e^{-(x-\mu)^2/(2\sigma^2)}$$

گاهی اوقات نیز منحنی فرکانس نامیده می‌شود. پهنای باند در نیم بیشینه $(FWHM)$ برای توزیع گاوسی، اختلاف طول در نقاطی است که عرض آن‌ها (x) نصف بیشترین مقدار نمودار است.

$$\frac{۱}{۲}f(x_{\max}) = \frac{۱}{\sigma\sqrt{۲\pi}} \times e^{-(x_{\circ}-\mu)^{۲}/(۲\sigma^{۲})}$$

و μ عرض $f(x_{\max})$ تعریف‌شده است.

$$f(x_{\max}) = f(\mu) = \frac{۱}{\sigma\sqrt{۲\pi}} \Rightarrow \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{\sigma\sqrt{۲\pi}} = \frac{۱}{\sigma\sqrt{۲\pi}} \times e^{-(x_{\circ}-\mu)^{۲}/(۲\sigma^{۲})} \Rightarrow \frac{۱}{۲} = e^{-(x_{\circ}-\mu)^{۲}/(۲\sigma^{۲})}$$

با حل معادله‌ی بالا داریم:

$$۲^{-۱} = e^{-(x_{\circ}-\mu)^{۲}/(۲\sigma^{۲})} \Rightarrow -\ln ۲ = -\frac{(x_{\circ}-\mu)^{۲}}{۲\sigma^{۲}} \Rightarrow ۲\sigma^{۲}\ln ۲ = (x_{\circ}-\mu)^{۲} \Rightarrow x_{\circ} = \pm\sigma\sqrt{۲\ln ۲} + \mu$$

با توجه به تعریف FWHM، باید دو جواب معادله را از هم کم کنیم $(x_{+} - x_{-})$:

$$FWHM \equiv x_{+} - x_{-} = ۲\sigma\sqrt{۲\ln ۲} = ۲/۳۵۴۸\sigma \approx ۲/۴\sigma$$

اگر متغیرهای قبل از استفاده از پالایه (Filter) را $\mu_{\circ} = ۱۰۰$ ، $\sigma_{\circ} = ۱۱۰ - ۱۰۰ = ۱۰$ ، $x_{\circ}$ در نظر بگیریم و متغیرهای بعد از استفاده از پالایه را x, σ, μ در نظر بگیریم، با استفاده از پالایه و کاهش نور ورودی به $۸۰\,\%$ قبل درواقع تنها تغییری که در شکل نمودار ایجاد می‌شود یک نوع انتقال است که در آن ورودی‌های نمودار $۸۰\,\%$ قبل می‌شود و شکل نمودار دچار پهن‌شدگی و پخ‌شدگی می‌شود (برای درک بهتر موضوع می‌توانید یک نمودار درجه دوم را در نظر بگیرید که در آن $y = x^{۲}$ تبدیل به $y = ax^{۲}$ شده است)؛ یعنی:

$$f(x_{\circ}) = \frac{۲۰۰}{\sigma_{\circ}\sqrt{۲\pi}} \times e^{-(x_{\circ}-\mu_{\circ})^{۲}/(۲\sigma_{\circ}^{۲})} \quad , \quad x = ۸۰\,\% \times x_{\circ} \Rightarrow x_{\circ} = \frac{x}{۸۰\,\%} \Rightarrow f(x) = \frac{۲۰۰}{\sigma_{\circ}\sqrt{۲\pi}} \times e^{-(\frac{x}{۸۰\,\%}-\mu_{\circ})^{۲}/(۲\sigma_{\circ}^{۲})}$$

و می‌دانیم که مقدار بیشینه‌ی تابع زمانی اتفاق می‌افتد که توانِ e صفر شود، پس:

$$-\frac{(\frac{x_{\max}}{۸۰\,\%} - \mu_{\circ})^{۲}}{۲\sigma_{\circ}^{۲}} = ۰ \Rightarrow x_{\max} = ۸۰\,\% \times \mu_{\circ} \quad , \quad x_{\max} = \mu \Rightarrow \mu = ۸۰\,\% \times ۱۰۰ = ۸۰$$

و چون دامنه به نسبت $\frac{۱}{۸۰\,\%} = \frac{۱۰}{۸}$ زیاد شده است، نسبت پهن‌شدگی نیز همان است، پس:

$$\sigma = \frac{\sigma_{\circ}}{۸۰\,\%} = \frac{۱۰}{۸۰\,\%} = ۱۲/۵ \quad , \quad FWHM = ۲/۴\sigma = ۲/۴ \times ۱۲/۵ = ۳۰$$

و اگر کنجکاو هستید، تابع توزیع پس از استفاده از پالایه به‌این‌ترتیب است:

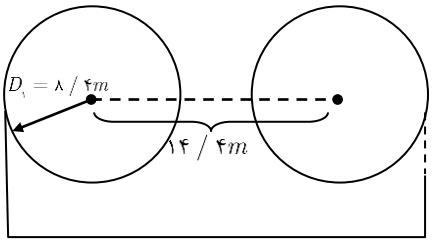
$$f(x) = \frac{۲۰۰}{\sigma\sqrt{۲\pi}} \times e^{-(x-\mu)^{۲}/(۲\sigma^{۲})} \quad \Rightarrow \quad f(x) = \frac{۲۰۰}{\frac{\sigma_{\circ}}{۸۰\,\%} \times \sqrt{۲\pi}} \times e^{-۶۴\%(x_{\circ}-\mu_{\circ})^{۲}/\frac{(۲\sigma_{\circ}^{۲})}{۶۴\%}}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{۱۶۰}{\sigma_{\circ}\sqrt{۲\pi}} \times e^{-۰/۴۰۹۶(x_{\circ}-\mu_{\circ})^{۲}/۲\sigma_{\circ}^{۲}}$$

و می‌توان برای کمی سرگرمی بااعداد نسبت دو تابع را بدین‌شکل محاسبه کرد:

$$\frac{f(x)}{f(x_{\circ})} = \frac{۱۶۰}{۲۰۰} \times e^{\frac{(۱-۰/۴۰۹۶)\times(x_{\circ}-\mu_{\circ})^{۲}}{۲\sigma_{\circ}^{۲}}} \quad \Rightarrow \quad \frac{f(x)}{f(x_{\circ})} = ۰/۸e^{۰/۲۹۵۲(\frac{x_{\circ}-\mu_{\circ}}{\sigma_{\circ}})^{۲}}$$

۱۴- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.



توان تفکیک: $\theta_{rad} = ۱/۲۲ \times \frac{\lambda}{D}$.

$$\frac{\theta_۱}{\theta_۲} = \frac{۱/۲۲ \times \frac{\lambda}{D_۱}}{۱/۲۲ \times \frac{\lambda}{D_۲}} \Rightarrow \frac{\theta_۱}{\theta_۲} = \frac{D_۲}{D_۱} = \frac{(۱۴/۴ + ۸/۴)m}{۸/۴m} = ۲/۷$$

$$D_۲ = ۱۴/۴m + ۲ \times (\frac{۸/۴}{۲})m$$

توجه داشته باشید که توان تفکیک متناسب است با معکوس زاویه θ یعنی هر چه θ کوچک‌تر باشد، توان تفکیک بیشتر است.

۱۵- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. گزینه‌ی ۱ هم به‌عنوان پاسخ صحیح از سوی کمیته‌ی علمی باشگاه پذیرفته شده است.

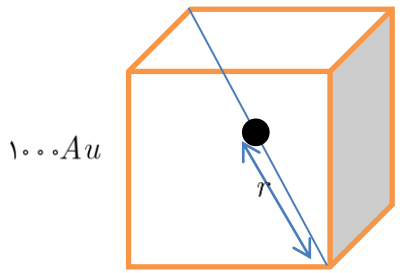
نیرویی که به سیاره نورد و نمونه درمجموع از سمت مریخ وارد می‌شود ۱N است.

$$F = \frac{GM_{Mars}m}{R^۲_{Mars}} \Rightarrow m = \frac{FR^۲_{Mars}}{GM_{Mars}} = \frac{۱ \times (۳/۳۹ \times ۱۰^۶)^۲}{۶/۶۷ \times ۱۰^{-۱۱} \times ۶/۴۲ \times ۱۰^{۲۳}} = ۰/۲۷kg$$

البته باید این توضیح را اضافه کرد که در این‌گونه سؤال‌ها جرم سیاره‌نورد را همراه با جرم مادر درنظر می‌گیریم ولی با این فرض که $۰/۲۷kg$ مجموع جرم نمونه‌ها و سیاره‌نورد است، می‌توان گفت که جرم نمونه‌ها $m_{Sample} = ۰/۱۰kg$ است.

۱۶- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

می‌توان خوشه را مانند مکعبی که کره‌ای بر آن محیط است فرض کرد؛ و با جدا کردن یک ستاره‌ی خورشید گون از روی یکی از رئوس مکعب شتابی را که بقیه‌ی ستارگان به ستاره‌ای فرضی در مرکز کره می‌دهند را باید محاسبه کنیم. ازآنجایی‌که قبل از برداشتن ستاره‌ی خورشید گون همه‌چیز در تعادل بود، حال تنها کافی است شتابی که این ستاره ایجاد می‌کند را محاسبه و جهت آن را برعکس در نظر بگیریم.



$$r^۲ = (\frac{۱}{۲})^۲(۱۰۰۰^۲ + ۱۰۰۰^۲ + ۱۰۰۰^۲) \Rightarrow r^۲ = ۷/۵ \times ۱۰^۵ Au^۲$$

$$a = \frac{GM_\odot}{r^۲} = \frac{۶/۶۷ \times ۱۰^{-۱۱} \times ۱/۹۹ \times ۱۰^{۳۰}}{۷/۵ \times ۱۰^۵ \times (۱/۵ \times ۱۰^{۱۱})^۲} = ۸ \times ۱۰^{-۹} \, m/s^۲ \approx ۱۰^{-۸} \, m/s^۲$$

۱۷- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

گلوله‌ها نسبت به واگن ثابت‌اند و تنها نیرویی که به آن‌ها وارد می‌شود، نیروی وزنشان (mg) است؛ بنابراین حرکت آن‌ها تماماً شبیه هم بوده و فقط تنها تفاوت در جهت حرکتشان است که به علت جهت سطح شیب‌داری است که هرکدام روی آن می‌لغزند.

۱۸- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

طول ماه قمری همان دوره تناوب هلالی ماه است.

$$\frac{۱}{T} = \frac{۱}{۳۶۵/۲۵day} + \frac{۱}{۲۷/۳day} \Rightarrow T = ۲۵/۴day$$

۱۹- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

بیشینه‌ی سرعت در حضیض و کمینه‌ی سرعت در اوج مداری جسمی که در مدار بیضوی حرکت می‌کند اتفاق می‌افتد.

سرعت در مدار:

$$\frac{۱}{۲}mV^{۲}-\frac{GM_{Uranus}m}{r}=-\frac{GM_{Uranus}m}{۲a}\Rightarrow V^{۲}=GM_{Uranus}(\frac{۲}{r}-\frac{۱}{a})$$

با قرار دادن فاصله در حضیض $(r_{\min}=a-ae)$ و فاصله در اوج $(r_{\max}=a+ae)$ و استفاده از رابطه‌ی بالا می‌توان معادله‌ی زیر را به‌دست‌آورد:

$$\frac{V_{\min}}{V_{\max}}=\frac{۱-e}{۱+e}\Rightarrow\frac{V-V_{.}}{V+V_{.}}=\frac{۱-e}{۱+e}\Rightarrow \cancel{V}+Ve-V_{.}-\cancel{V_{.}e}=\cancel{V}-Ve+V_{.}-\cancel{V_{.}e}\Rightarrow ۲Ve=۲V_{.}\Rightarrow e=\frac{V_{.}}{V}$$

۲۰- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

حد قدری تلسکوپ:

$$m=۵\log\frac{D_T}{D_{Eye}}+۶\qquad\Rightarrow\qquad m=۵\log\frac{۶cm}{۰/۶cm}+۶=۵\log(۱۰)+۶=۱۱$$

۲۱- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

بازتاب لیزر را ستاره‌ای فرضی به فاصله‌ی $۹۲km$ و قدر ظاهری ۱۲ در نظر می‌گیریم.

$$m-M=-۵+۵\log d_{pc}\Rightarrow M=m+۵-۵\log d_{pc}=۱۲+۵-۵\log\frac{۹۲km}{۳/۰۹\times۱۰^{۱۳}km}\Rightarrow M=۷۴/۶۳$$

و طبق تعریف، درخشندگی همان توان است.

$$M-M_{\odot}=-۲/۵\log\frac{L}{L_{\odot}}\Rightarrow L=۱۰^{\frac{M-M_{\odot}}{-۲/۵}}\times L_{\odot}=۱۰^{\frac{۷۴/۶۳-۴/۷۲}{-۲/۵}}\times۳/۸۵\times۱۰^{۲۶}W=۰/۰۴۲W$$

۲۲- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

محفظه‌ی شیشه‌ای باید فشار هوا به‌علاوه‌ی فشار آب در آن عمق را متحمل شود و مقاوم باشد.

$$P_{water}+P_{.}=\rho_{water}gh_{water}+۱atm=۱۰۰۰\,kg/m^{۳}\times۹/۸\,m/s^{۲}\times۲۰۰۰m+۱۰^{۵}pa$$
$$\Rightarrow P_{water}+P_{.}=۱/۹۷\times۱۰^{۷}pa\approx۲۰۰atm$$

۲۳- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

از قضیه ویریال انرژی جنبشی متوسط هر ستاره را می‌یابیم:

$$K_{Total}=-\frac{۱}{۲}U_{Total}\Rightarrow K_{Total}=-\frac{۱}{۲}\times-\frac{۳}{۵}\frac{GM^{۲}_{GC}}{R_{GC}}\Rightarrow K_{۱,star}=\frac{۰/۳GM^{۲}_{GC}}{۱۰^{۴}R_{GC}}$$

و از روابط مدار، انرژی جنبشی دو ستاره را پس از حرکت مداری به دور مرکز جرمشان می‌یابیم.

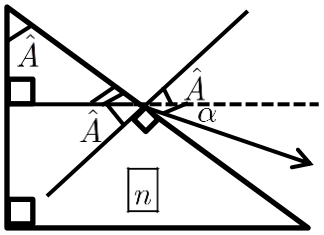
$$K_{۲,star}=-\frac{۱}{۲}U\Rightarrow K_{۲,star}=\frac{GM^{۲}_{\odot}}{۲a}$$

درصد تغییرات:

$$\Delta=\frac{۲\mid K_{۲,star}-K_{۱,star}\mid}{K_{Total}}\times ۱۰۰ \quad\Rightarrow\quad \Delta=\frac{۲\mid \frac{GM_{\odot}^{۲}}{۲a}-\frac{۰/۳GM_{GC}^{۲}}{۱۰^{۴}R_{GC}}\mid}{\frac{۰/۳GM_{GC}^{۲}}{R_{GC}}}\times ۱۰۰$$

$$\Rightarrow \Delta=\frac{۲\mid \frac{۱}{۲a}-\frac{۰/۳\times(۱۰^{۴})^{۲}}{۱۰^{۴}R_{GC}}\mid}{\frac{۰/۳\times(۱۰^{۴})^{۲}}{R_{GC}}}\times ۱۰۰=۷\%$$

۲۴- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.



$$n\sin\hat{A}=\not{۱}\sin(\hat{A}+\alpha)\Rightarrow n\sin\hat{A}=\sin\hat{A}\cos\alpha+\sin\alpha\cos\hat{A}$$

و چون $\hat{A}$ خیلی کوچک است، هم در مورد $\hat{A}$ و هم در مورد α می‌توان گفت:

$\sin\theta\approx\theta_{rad}$ ، $\cos\theta\approx ۱$؛ پس:

$$\Rightarrow n\hat{A}\approx\hat{A}\times ۱+\alpha\times ۱\Rightarrow\alpha\approx(n-۱)\hat{A}$$

۲۵- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

جرم کهکشان راه شیری یا به‌عبارتی، جرم ماده روشن نسبت به جرم هاله‌ی ماده تاریک بسیار کوچک است و می‌توان از آن صرف‌نظر کرد.

$$\frac{M_{\odot}V^{۲}}{R}=\frac{GM_{DM}M_{\odot}}{R^{۲}}\Rightarrow M_{DM}=\frac{RV^{۲}}{G}\qquad (\mathrm{I})$$

$$\frac{dm}{dr}=۴\pi r^{۲}\rho(r)\Rightarrow M_{DM}=\int_{۰}^{R}۴\pi r^{۲}\times\alpha r^{-۲}\,dr=۴\pi\alpha R\qquad (\mathrm{II})$$

$$(\mathrm{I}),(\mathrm{II})\Rightarrow\frac{RV^{۲}}{G}=۴\pi\alpha R\Rightarrow\alpha=\frac{V^{۲}}{۴\pi G}=\frac{(۲۰۰\times۱۰۰۰)^{۲}}{۴\pi\times۶/۶۷\times۱۰^{-۱۱}}=۴/۷۷\times۱۰^{۱۹}\,kg/m$$

$$\Rightarrow M_{Total}=۴\pi\alpha R_{Horizon}=۴\pi\times۴/۷۷\times۱۰^{۱۹}\times۱۳\times۱۰^{۹}\times۹/۴۶\times۱۰^{۱۵}=۷/۳۷\times۱۰^{۴۶}kg=۳/۷\times۱۰^{۱۶}M_{\odot}$$

۲۶- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

سرعت چرخش ستاره به دور خودش:

$$\frac{\Delta mV^{۲}}{R}=\frac{GM\Delta m}{R^{۲}}\Rightarrow V=\sqrt{\frac{GM}{R}}$$

دوره تناوب چرخش ستاره به دور خودش:

$$P=\frac{۲\pi R}{V}=\frac{۲\pi R}{\sqrt{\frac{GM}{R}}}\Rightarrow P=\frac{۲\pi}{\sqrt{GM}}\times R^{\frac{۳}{۲}}$$

با استفاده از درخشندگی، رابطه‌ای میان شعاع (R) و دمای مؤثر (T_e) پیدا می‌کنیم.

$$L=۴\pi R^{۲}\sigma T_e^{۴}\Rightarrow R=\frac{۱}{T_e^{۲}}\times\sqrt{\frac{L}{۴\pi\sigma}}\Rightarrow P=\frac{۲\pi}{\sqrt{GM}}\times(\sqrt{\frac{L}{۴\pi\sigma}}\times\frac{۱}{T_e^{۲}})^{\frac{۳}{۲}}$$

ازآنجایی‌که درخشندگی (L) و جرم (M) ثابت‌اند.

$$P=\frac{const.}{T_e^{۴}} \Rightarrow dP=\frac{-۳const.}{T_e^{۴}}\times dT_e \Rightarrow \frac{dP/dt}{P}=\frac{-۳T_e^{-۴}dT_e/dt}{T_e^{-۳}} \Rightarrow ((dP/dt)/P)=-۳((dT_e/dt)/T_e)$$

۲۷- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

روشنایی سطحی خورشید:

$$I=\frac{b_\odot}{\theta^{۲}}=\frac{L_\odot/۴\pi d^{۲}}{(۲R_\odot)^{۲}/d^{۲}}Wm^{-۲}sterad^{-۱}=\frac{L_\odot}{۱۶\pi R_\odot^{۲}}\times(\frac{۳۶۰۰\times۱۸۰}{\pi})^{-۲}Wm^{-۲}arcsec^{-۲}$$

$$\Rightarrow I=\frac{۳/۸۵\times۱۰^{۲۶}}{۱۶\pi(۶/۹۶\times۱۰^{۸})^{۲}}\times(\frac{\pi}{۳۶۰۰\times۱۸۰})^{۲}Wm^{-۲}arcsec^{-۲}=۳/۷۲\times۱۰^{-۴}Wm^{-۲}arcsec^{-۲}$$

قدر خورشید بر ثانیه قوسی مربع:

$$m''_\odot-m_\odot=-۲/۵\log\frac{I}{b_\odot}\Rightarrow m''_\odot=m_\odot-۲/۵\log\frac{۳/۷۲\times۱۰^{-۴}}{۱/۳۷\times۱۰^{۳}}=-۲۶/۷+۱۶/۴۲=-۱۰/۲۸$$

۲۸- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{۱}{۲}m_H V_{rms}^{۲}=\frac{۳}{۲}k_B T \Rightarrow T=\frac{m_H V_{rms}^{۲}}{۳k_B}$$

جرم مولکول هیدروژن تقریباً برابر یک واحد جرم اتمی است.

$$T=\frac{۱/۶۷\times۱۰^{-۲۷}\times(۲۰۰۰\times۱۰۰۰)^{۲}}{۳\times۱/۳۸\times۱۰^{-۲۳}}=۱/۶\times۱۰^{۸}K$$

۲۹- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

در سال ۱۹۳۰ سابراهمانین چاندراسکار، اخترفیزیکدان هندی محاسبه نمود که یک جسم الکترون تباهیده غیرچرخنده که جرم آن از حدی که بعدها به نام حد چاندراسکار نامیده شد و ۱/۴ برابر جرم خورشید است، بیشتر باشد هیچ جواب پایداری ندارد. ادعای وی از سوی هم‌دوره‌ای‌های وی همچون ادینگتون و لولاندائو مورد مخالفت قرار گرفت. آن‌ها ادعا می‌کردند که مکانیسم ناشناخته‌ای وجود دارد که از فروپاشی این اجرام جلوگیری می‌کند. ادعای آن‌ها تا حدودی درست بود زیرا یک کوتوله سفید که جرم آن اندکی از حد چاندراسکار بزرگ‌تر باشد پس از فروپاشی به یک ستاره نوترونی تبدیل می‌شود که بنا بر اصل طرد پائولی، وضعیتی پایدار دارد، اما در سال ۱۹۳۹ رابرت اوپنهایمر و دیگران پیش‌بینی کردند که ستاره‌های نوترونی که جرمی بیشتر از سه برابر جرم خورشید دارند به دلایلی که توسط چاندراسکار ارائه شد، به سیاهچاله فروپاشی می‌شوند و نتیجه‌گیری کردند که هیچ سازوکار فیزیکی نمی‌تواند از فروپاشی برخی ستارگان به سیاهچاله جلوگیری نماید.

۳۰- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. (قابل‌توجه اینکه؛ کمیته‌ی علمی باشگاه در پاسخنامه‌ی اولیه گزینه‌ی ۳ را انتخاب کرده بود.)

نیم محور اطول مدار بیضوی ماهواره: $r_{\max}+r_{\min}=۲a \Rightarrow ۳R=۲a$

لحظه‌ای که شکل مدار ماهواره با افزایش سرعتش بیضوی می‌شود، ماهواره در حضیض مدارش قرار دارد.

سرعت ماهواره در حضیض مدارش:

$$\frac{۱}{۲}mV'^{۲}-\frac{GM_\oplus m}{R}=-\frac{GM_\oplus m}{۲a}=-\frac{GM_\oplus m}{۳R}\Rightarrow V'^{۲}=\frac{۴}{۳}\frac{GM_\oplus}{R}$$

و می‌دانیم که سرعت ماهواره در مدار دایره‌ای برابر است با:

$$\frac{mV^2}{R}=\frac{GM_\oplus m}{R^2}\ \Rightarrow\ V^2=\frac{GM_\oplus}{R}\ \Rightarrow\ \left(\frac{V'}{V}\right)^2=\frac{4}{3}\ \Rightarrow\ \frac{V'}{V}=\sqrt{\frac{4}{3}}=1/15$$

۳۱- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

باید پتانسیل گرانشی سیاهچاله در شعاع مؤثر، تقریباً برابر پتانسیل گرانشی خوشه باشد.

$$\frac{GM_{BH}}{R_{BH}}=\frac{Gm}{r}\ \Rightarrow\ R_{BH}=\frac{M_{BH}}{m}\times r$$

ρ چگالی خوشه است و می‌توان آن را به صورت $\rho=\kappa r^{-2}$ در نظر گرفت.

$$\frac{dm}{dr}=4\pi r^2\times\rho(r)=4\pi r^2\times\kappa r^{-2}=4\pi\kappa$$

$$\Rightarrow M_{GC}=\int_0^{R_{GC}}4\pi\kappa\,dr=4\pi\kappa R_{GC}\ \Rightarrow\ \kappa=\frac{M_{GC}}{4\pi R_{GC}}=\frac{10^5\times1/99\times10^{30}}{4\pi\times10\times3/09\times10^{16}}=5/12\times10^{16}$$

$$m=4\pi\kappa r\ \Rightarrow\ R_{BH}=\frac{M_{BH}}{4\pi\kappa r}\times r=\frac{M_{BH}}{4\pi\kappa}=\frac{100\times1/99\times10^{30}}{4\pi\times5/12\times10^{16}}=3/09\times10^{14}m=10^{-2}pc$$

۳۲- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$E=\psi\Delta Mc^2\ ,\ L=\frac{E}{\Delta t}\ \Rightarrow\ L=\frac{\psi\Delta Mc^2}{\Delta t}$$

که ψ در آن درصد تبدیل جرم به انرژی در همجوشی هیدروژن است.

$$\psi=\frac{m_{(4H-He)}}{m_{(4H)}}=\frac{0/028}{4/002}=0/7\%$$

$$\dot{M}=10^{-9}\,M_\odot/year\ ,\ \Delta M=\dot{M}\Delta T\ \Rightarrow\ \Delta M=10^{-9}\,M_\odot/year\times10^5 year=10^{-4}M_\odot$$

$$\Rightarrow\frac{L}{L_\odot}=\frac{0/7\%\times10^{-4}M_\odot c^2}{L_\odot\Delta t}=\frac{0/7\%\times10^{-4}\times1/99\times10^{30}\times(3\times10^8)^2}{3/85\times10^{26}\times90\times24\times3600}=4/2\times10^7$$

۳۳- گزینه‌های ۱ و ۲ پاسخ صحیح است. (کمیته‌ی علمی باشگاه دانش‌پژوهان جوان هر دو گزینه‌ی ۱ و ۲ را پذیرفته است.)

راه حل اول

شعاع گردو (r) از مرتبه سانتی‌متر است، شعاع خورشید $(R_\odot)$ را هم به‌عنوان شعاع یک ستاره نوعی در نظر می‌گیریم و می‌دانیم که فاصله‌ی ستاره‌ها از هم (d) از مرتبه‌ی پارسک است.

$$\Rightarrow x=\frac{r}{R_\odot}\times d=\frac{1cm}{6/96\times10^8m}\times1pc=\frac{10^{-2}m}{6/96\times10^8m}\times3/09\times10^{16}m=444\times10^3m=444km$$

راه حل دوم

کهکشان راه‌شیری را به‌صورت یک دیسک به شعاع قاعده‌ی R_{Disk} و ارتفاع h که در مرکز آن یک کره به شعاع R_{CV} قرار دارد در نظر می‌گیریم

و فرض می‌کنیم که این حجم از صد میلیارد کره به شعاع R_B که در مرکز هرکدام از کره‌ها یک ستاره‌ی خورشیدگون قرار دارد تشکیل شده‌است.

$$V_{Total} = V_{CV} + V_{Disk} = \frac{۴}{۳}\pi R_{CV}^{۳} + \pi h(R_{Disk}^{۲} - R_{CV}^{۲})$$

$$\Rightarrow V_{Total} = \frac{۴}{۳}\pi \times (۸۵۰۰۰Ly)^{۳} + \pi \times ۲۰۰۰Ly \times [(۱۴۰۰۰۰Ly)^{۲} - (۸۵۰۰۰Ly)^{۲}]$$

$$= \frac{۴}{۳}\pi \times (۸۵۰۰۰ \times ۹/۴۶ \times ۱۰^{۱۵} m)^{۳} + \pi \times ۲۰۰۰ \times ۹/۴۶ \times ۱۰^{۱۵} m \times [(۱۴۰۰۰۰ \times ۹/۴۶ \times ۱۰^{۱۵})^{۲} - (۸۵۰۰۰ \times ۹/۴۶ \times ۱۰^{۱۵})^{۲}]m^{۲}$$

$$\Rightarrow V_{Total} = ۲/۲۴ \times ۱۰^{۶۳} m^{۳}$$

$$۱۰^{۱۱} V_B = V_{Total} \Rightarrow V_B = \frac{V_{Total}}{۱۰^{۱۱}} \quad , \quad V_B = \frac{۴}{۳}\pi R_B^{۳}$$

$$\Rightarrow R_B = \sqrt[۳]{\frac{۳V_{Total}}{۴\pi ۱۰^{۱۱}}} = ۱/۷۵ \times ۱۰^{۱۷} m$$

$$\Rightarrow x = \frac{r}{R_\odot} \times ۲R_B = \frac{۱cm}{۶/۹۶ \times ۱۰^{۸} m} \times ۲ \times ۱/۷۵ \times ۱۰^{۱۷} m = ۵/۰۳ \times ۱۰^{۶} m \approx ۵۰۰۰km$$

۳۴- ماخ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

الف) جرم و شعاع هر کوتوله سفید به شکل $M_{WD}R_{WD}^{۳} = constant.$ با یکدیگر مرتبطند.

ب) خورشید پس از تحول ستاره‌ای به کوتوله‌ی سفیدی با شعاع تقریباً برابر با شعاع زمین تبدیل می‌شود که این موضوع دمای $۲۵۰۰۰K$ و درخشندگیِ ۱% درخشندگیِ فعلیِ خورشید پس از تحول را تصدیق می‌کند.

$$L = ۴\pi R^{۲}\sigma T_e^{۴} \Rightarrow R = \frac{۱}{T_e^{۲}} \times \sqrt{\frac{L}{۴\pi\sigma}} = \frac{۱}{(۲۵۰۰۰)^{۲}} \times \sqrt{\frac{۱\% \times ۳/۸۵ \times ۱۰^{۲۶}}{۴\pi \times ۵/۶۷ \times ۱۰^{-۸}}} = ۳/۷۲ \times ۱۰^{۶} m \Rightarrow R \approx ۰/۶R_\oplus$$

ج) میدان مغناطیسی تغییرات ابرمولکولی را کنترل می‌کند. باتوجه به این‌که میدان‌های مغناطیسی به‌طور مستقیم در ابرهای مولکولی دوردست قابل اندازه‌گیری نیستند، اطلاعات رصدی دقیقی درمورد آن‌ها نداریم.

د) ستاره‌های RR شلیاقی برای اندازه‌گیری فاصله‌ی خوشه‌ها و کهکشان‌هایی که فاصله‌ی آن‌ها با منظومه‌ی شمسی کمتر از $۱۰۰۰pc$ است کاربرد دارند.

۳۵- ماخ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

با توجه به توضیحات سؤال، مدار ماهواره‌ی موردنظر، یک بیضی است که در حالت اوج فاصله‌اش از سطح زمین $۲۰۰۰km$ است.

$$\Rightarrow a + ae = R_\oplus + ۲۰۰۰km = ۶/۳۸ \times ۱۰^{۶} m + ۲ \times ۱۰^{۶} m = ۸/۳۸ \times ۱۰^{۶} m \Rightarrow a = \frac{۸/۳۸ \times ۱۰^{۶} m}{۱ + e}$$

دوره تناوب: $P^{۲} = \frac{۴\pi^{۲}}{GM_\oplus} a^{۳}$. بنابراین با توجه به رابطه‌ی بالا برای این‌که دوره تناوب مداری ماهواره (P) طولانی‌ترین حالت ممکن شود، نیم محور اطول مدار ماهواره (a) نیز باید بیشترین حالت ممکن باشد و این بدان معناست که $e = ۰$ است و مدار ماهواره‌ی موردنظر دایره‌ای شکل است.

$$\Rightarrow \quad a = ۸/۳۸ \times ۱۰^{۶} m \quad \Rightarrow \quad P = \sqrt{\frac{۴\pi^{۲}}{GM_\oplus} \times a^{۳}} = \sqrt{\frac{۴\pi^{۲}}{۶/۶۷ \times ۱۰^{-۱۱} \times ۵/۹۷ \times ۱۰^{۲۴}} \times (۸/۳۸ \times ۱۰^{۶})^{۳}} = ۱۲۷minutes$$