جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش

دفترچه سوالات به همراه پاسخنامه تشریحی

مرحله اول

یازدهمین المپیاد نجوم و اخترفیزیک سال ۱۳۹۳

تعداد سوالات		مدت آزمون (دقیقه)
سوالات چند گزینه‌ای	مساله‌های تشریحی	
۳۵	–	۱۸۰

توضیحات مهم

استفاده از ماشین حساب آزاد است.

تذکرات پیش از آزمون:

ضمن آرزوی موفقیت برای شما داوطلب گرامی، خواهشمندیم به موارد زیر توجه فرمایید:

- لطفاً مشخصات، کد آموزشگاه و کد دانش‌آموزی خود را آن طوری که در پاسخنامه از شما خواسته‌شده، به‌دقت در محل مربوط بنویسید.
- لطفاً در پر کردن ردیف مربوط به تاریخ تولد دقت کنید.
- کد دفترچه سؤال شما (الف) است که لازم است این عدد را در پاسخنامه در محل مربوط علامت بزنید. در غیر این صورت پاسخنامه‌ی شما تصحیح نخواهد شد توجه کنید، کد دفترچه سؤال شما که در بالای هر صفحه نوشته‌شده، با کد اصلی که در این صفحه است برابر باشد.
- این آزمون شامل **۳۵ سؤال چهارگزینه‌ای** و وقت آن **۳ ساعت** است.
- استفاده از ماشین‌حساب مهندسی که قابل‌برنامه‌ریزی نیست، مجاز است.
- استفاده از جدول‌های نجومی، اطلس‌ها و آلماناک‌ها به هر شکل که باشند، مجاز نیست.
- در قسمت سؤال‌های چندگزینه‌ای، پاسخ‌های غلط نمره‌ی منفی دارند. هر سؤال فقط یک جواب درست دارد. علامت زدن بیش از یک گزینه برای یک سؤال، نمره‌ی منفی را دو برابر خواهد کرد؛ حتی اگر یکی از گزینه‌های علامت زده شده درست باشد.
- پاسخنامه را تمیز نگه دارید از تا کردن آن خودداری کنید. فقط در آنجایی که از شما خواسته‌شده، چیزی بنویسید یا علامت بزنید. هرگز در پشت پاسخنامه چیزی ننویسید. هر نوشته یا علامت نامربوط، ممکن است دستگاه علامت‌خوان را به اشتباه بی‌اندازد.
- به همراه داشتن تلفن همراه یا هر گونه وسیله‌ی ارتباطی دیگر مجاز نیست.
- نتایج این مرحله از آزمون المپیاد، اواخر اسفند ماه اعلام خواهد شد.
- پاسخنامه‌ی تشریحی این آزمون توسط **محمد مهدی ثناگستر** تهیه شده است.

www.MAAKH.ir

کلیه حقوق این سوالات برای ماخ محفوظ است.

ثوابت نجومی و فیزیکی

G	ثابت جهانی گرانش	$Nm^{۲}kg^{-۲}$	$۶/۶۷\times۱۰^{-۱۱}$
σ	ثابت استفان-بولتزمن	$Wm^{-۲}K^{-۴}$	$۵/۶۷\times۱۰^{-۸}$
$a=۴\sigma/c$	ثابت تابش	$Jm^{-۳}K^{-۴}$	$۷/۵۶\times۱۰^{-۱۶}$
k_B	ثابت بولتزمن	$JK^{-۱}$	$۱/۳۸\times۱۰^{-۲۳}$
h	ثابت پلانک	$J.s$	$۶/۶۳\times۱۰^{-۳۴}$
e	بار الکترون	C	$۱/۶۰\times۱۰^{-۱۹}$
m_e	جرم الکترون	Kg	$۹/۱\times۱۰^{-۳۱}$
$۱u$	واحد جرم اتمی	Kg	$۱/۶۷\times۱۰^{-۲۷}$
c	سرعت نور	m/s	$۳/۰۰\times۱۰^{۸}$
Pc	پارسک	m	$۳/۰۹\times۱۰^{۱۶}$
$r_{earth}=AU$	واحد نجومی	m	$۱/۵۰\times۱۰^{۱۱}$
Ly	سال نوری	m	$۹/۴۶\times۱۰^{۱۵}$
R_{sun}	شعاع خورشید	m	$۶/۹۶\times۱۰^{۸}$
M_{sun}	جرم خورشید	Kg	$۱/۹۹\times۱۰^{۳۰}$
R_{earth}	شعاع زمین	m	$۶/۳۸\times۱۰^{۶}$
M_{earth}	جرم زمین	Kg	$۵/۹۷\times۱۰^{۲۴}$
R_{venus}	شعاع زهره	m	$۶/۰۵\times۱۰^{۶}$
M_{venus}	جرم زهره	Kg	$۴/۸۷\times۱۰^{۲۴}$
r_{venus}	فاصله‌ی زهره از خورشید	m	$۱/۰۸\times۱۰^{۱۱}$
L_{sun}	درخشندگی خورشید	W	$۳/۸۵\times۱۰^{۲۶}$
M_{sun}	قدرمطلق خورشید		۴/۷۲
m_{sun}	قدرظاهری خورشید		-۲۶/۷
H_0	ثابت هابل	$(km/s)/Mpc$	۷۳
f_{sun}	ثابت خورشیدی	$Wm^{-۲}$	$۱/۳۷\times۱۰^{۳}$
N_A	عدد آووگادرو	$mol^{-۱}$	$۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}$
R	ثابت گازها	$Jmol^{-۱}K^{-۱}$	۸/۳۱۴
r_B	شعاع اتم بور	m	$۵/۲۹\times۱۰^{-۱۱}$
eV	الکترون ولت	J	$۱/۶۰\times۱۰^{-۱۹}$
$S_{ایران}$	مساحت ایران	$km^{۲}$	۱۶۴۸۱۹۵
λ,β_{Tehran}	مختصات‌جغرافیایی تهران	$Degree$	$۳۵/۷۰^{\circ}N, ۵۱/۴۲^{\circ}E$
$H_۲O$	یک مول آب	gr	۱۸
He	یک مول هلیوم	gr	۴
yr	سال	s	$۳/۱۵\times۱۰^{۷}$

۱- استوانه‌ای به ارتفاع L که چگالی آن K برابر آب است بر روی سطح آب به‌صورت عمودی (در راستای ارتفاع خود) شناور است. دوره‌ی تناوب نوسانات استوانه روی سطح آب کدام گزینه است؟

الف) $\pi\sqrt{\frac{KL}{2g}}$ ب) $\pi\sqrt{\frac{2KL}{g}}$ ج) $\pi\sqrt{\frac{KL}{g}}$ د) $2\pi\sqrt{\frac{KL}{g}}$

۲- یکی از روش‌های موقعیت‌یابی با استفاده از ستاره‌ها انجام می‌شود (Stellar Positioning System). در این روش از آسمان تصویرگیری می‌شود و با استفاده از جهت دوربین یا تلسکوپ مورداستفاده و زمان عکس‌برداری، می‌توان طول و عرض جغرافیایی محل را تعیین نمود. برای این منظور حوالی تهران (با دقت چند صد کیلومتر) یک تصویر با نورگیری یک ثانیه از آسمان ثبت می‌کنیم و با محاسبات مربوطه، طول و عرض جغرافیایی ناظر را مشخص کنیم. مدت‌زمان تصویربرداری (۱ ثانیه) به‌تنهایی چند متر خطا در طول جغرافیایی ایجاد می‌کند؟

الف) ۴۶۵ متر ب) ۵۶۷ متر ج) صفر د) ۳۸۱ متر

۳- سیاره‌ای در مداری بیضوی با خروج از مرکز $e = 0/2$ و نیم محور اطول $a = 1Au$ به دور ستاره‌ای به جرم M در حال حرکت است. در لحظه‌ی عبور سیاره از نقطه‌ی حضیض خود ناگهان x درصد از جرم ستاره از دست می‌رود. x حداکثر چقدر می‌تواند باشد تا سیاره از این منظومه فرار نکند؟

الف) ۱۰ ب) ۲۵ ج) ۴۰ د) ۶۰

۴- یکی از روش‌های تعیین قبله استفاده از موقعیت خورشید در روزهای ۷ خرداد یا ۲۳ تیرماه است. در این ایام در لحظه‌ی اذان ظهر به‌وقت مکه (حدوداً ساعت ۱۳:۴۵ به‌وقت رسمی ایران) خورشید دقیقاً در بالای سر کعبه $(21/42^\circ N, 39/82^\circ E)$ قرار می‌گیرد. به‌طوری‌که هر ناظری به هنگام روز در هر نقطه از زمین که باشد می‌تواند در آن در لحظه امتداد سایه‌ی یک شاخص عمودی را پیداکرده و جهت قبله را در آن محل دقیقاً به دست آورد. حال اگر ناظری در تهران $(35/70^\circ N, 51/42^\circ E)$ سایه‌ی یک شاخص عمودی به طول یک متر را اندازه‌گیری کند، طول سایه تقریباً چقدر خواهد بود؟

الف) صفر ب) ۹۵ سانتیمتر ج) ۳۲ سانتیمتر د) ۴۷ سانتیمتر

۵- فرض کنید به همراه منظومه‌ی شمسی در مرکز یک خوشه‌ی ستاره‌ای به شعاع ۵۰ پارسک زندگی می‌کنیم که همه‌ی ستاره‌های آن دارای قدر مطلق $M = 5$ هستند. چگالی عددی ستاره‌های در این خوشه یکنواخت بوده و برابر ۱۰ ستاره در پارسک مکعب است. در شب تقریباً چند هزار ستاره با چشم غیرمسلح قابل‌رؤیت است؟

الف) ۵۰ ب) ۱۰۰ ج) ۱۷۰ د) ۳۵۰

۶- برای تعیین فاصله‌ی یک خوشه‌ی کروی از رصد قیفاووسی‌ها استفاده می‌کنیم. یک قیفاووسی با دوره‌ی تناوب ۱۰۰ روز را رصد می‌کنیم که قدر ظاهری آن در دو باند مختلف به‌صورت $m_I = 25/64, m_v = 26/94$ است. رابطه‌ی دوره تناوب- قدر مطلق قیفاووسی‌ها در دو باند مختلف به‌صورت زیر است:

$$M_v = -2/70\log(P) + 17/04$$
$$M_I = -2/96\log(P) + 16/56$$

که در آن دوره تناوب، P برحسب روز است. اگر ضرایب خاموشی در این دو طول‌موج با رابطه‌ی $A_I = 0.6A_V$ به هم مربوط شوند، فاصله‌ی این خوشه از ما چند کیلو پارسک است؟

الف) ۸ ب) ۱۲ ج) ۱۶ د) ۲۰

۷- یک ساعت آونگ دار در ایستگاه بین‌المللی فضایی مورد استفاده قرار می‌گیرد. دوره‌ی تناوب این ایستگاه فضایی ۵۵۰۴ ثانیه است. خطای اندازه‌گیری زمان در این ایستگاه در هر ساعت، چند دقیقه خواهد بود؟

الف) ۱ ب) ۲ ج) ۳ د) ۴

۸- یکی از نظریه‌های جایگزین ماده‌ی تاریک نظریه موند است. طبق این نظریه، درصورتی‌که شتاب حرکت جسمی کمتر از مقدار $a_{\circ} = ۱۰^{-۱۰} m/s^{۲}$ باشد (که به حد شتاب موند معروف است) قانون دوم نیوتن به شکل سنتی آن برقرار نیست؛ و اصطلاحاً باید از مکانیک نیوتونی تعمیم‌یافته برای توصیف حرکت اجرام استفاده کنیم. ماهواره‌ی وویجر در ۱۴ مهرماه ۱۳۵۶ به فضا پرتاب‌شده است. این ماهواره با سرعت $۶۱۰۰۰ km/h$ در حال دور شدن از منظومه شمسی است. حدوداً از چه سالی به بعد برای توصیف حرکت این ماهواره باید از مکانیک نیوتونی تعمیم‌یافته استفاده کنیم؟

الف) ۱۳۹۵ ب) ۳۵۲۰ ج) ۲۴۹۵ د) ۱۵۲۳

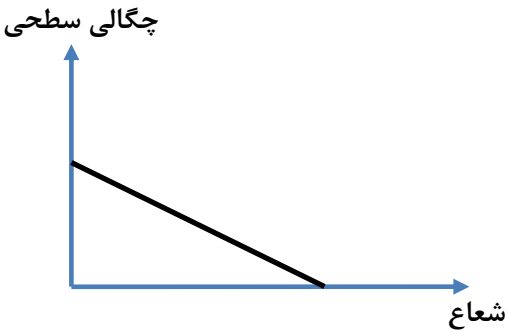
۹- روشنایی سطحی مرکز یک کهکشان برابر است با ۱۵ قدر بر ثانیه‌ی قوسی مربع $(mag.\text{arcsec}^{-۲})$ یعنی هر ثانیه‌ی قوس مربع معادل چشمه‌ی نوری با قدر ۱۵ است. این روشنایی سطحی معادل با چند درخشندگی خورشیدی بر پارسک مربع $(L_{\odot}.pc^{-۲})$ است؟

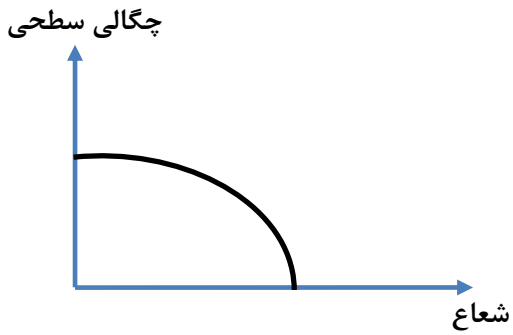
الف) ۹۰۰ ب) ۸۵۰۰ ج) ۱۸۰۰۰ د) ۳۲۰۰۰

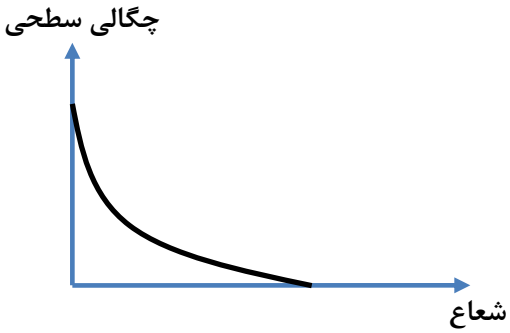
۱۰- ستاره‌ای با دمای سطحی ۱۳۶۰۰۰ کلوین و درخشندگی ۲۰۰ برابر درخشندگی خورشید مشاهده‌شده است. نوع این ستاره کدام است؟

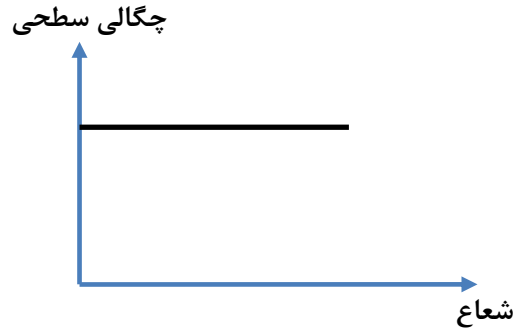
الف) ستاره‌ی رشته‌ی اصلی با جرم تقریباً ۴/۵ برابر خورشید
ب) غول قرمز با جرم ۴/۵ برابر خورشید
ج) کوتوله‌ی سفید
د) غول آبی در انتهای رشته‌ی اصلی

۱۱- N ستاره در کره‌ای به شعاع a به‌طور یکنواخت توزیع‌شده است. نمودار چگالی سطحی این کره از دید ناظر زمینی (مثلاً چند ستاره بر ثانیه‌ی قوس مربع) برحسب فاصله از مرکز کدام گزینه است؟

الف)


ب)


ج)


د)


۱۲- یکی از روش‌های مرسوم در فاصله‌یابی ستاره‌ها استفاده از رده‌ی طیفی آن‌ها و قدر مطلق مربوط به آن رده‌ی طیفی است. البته ممکن است به دلیل دوتایی بودن آن ستاره، خطایی در این روش ایجاد شود. فرض کنید ستاره‌ای از رده‌ی طیفی خورشید با قدر ظاهری $m_V = ۷/۲۲$ را مشاهده می‌کنیم. اگر این ستاره تک باشد فاصله‌ی آن را $d_۱$ اندازه‌گیری می‌کنیم. بعد از مدتی مشخص می‌شود که این ستاره درواقع یک دوتایی است که از دو ستاره‌ی مشابه خورشید تشکیل‌شده است. در این صورت فاصله‌ی صحیح را محاسبه کرده و با $d_۲$ نشان می‌دهیم. مقدار $|d_۱ - d_۲|$ برحسب پارسک به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟

الف) ۱۳ ب) ۴۴ ج) ۲۲ د) ۳۱

۱۳- **پتانسیل گرانشی:** توده‌ی ابری باران‌زا در ارتفاع ۱۰۰۰ متری از سطح زمین قرارگرفته است؛ که باعث بارشی ۱۰ میلی‌متری در مساحتی به ابعاد $۱۰۰km^۲$ $(۱۰km \times ۱۰km)$ می‌شود. سرعت حدی قطرات باران در جو حدوداً $۷m/s$ است. تغییر دمای هوای منطقه‌ی تحت بارش در اثر این فرآیند چند کلوین است؟ چگالی هوا را در این ناحیه ثابت فرض کرده و $۱kg/m^۳$ در نظر بگیرید. ظرفیت گرمایی ویژه‌ی هوا نیز $۱۰۰۰J/kg.K$ است.

الف) ۰/۰۱ ب) ۰/۱ ج) ۱ د) ۱۰

۱۴- نسبت تعداد قطرات باران به ازای هر یک میلی‌متر باران در سطح کل کشور ایران، به تعداد مولوکول‌های یک قطره باران چقدر است؟ (هر ۱۶ قطره آب یک میلی‌لیتر است)

الف) $۱۰^{-۱}$ ب) $۱۰^{-۳}$ ج) $۱۰^{-۵}$ د) $۱۰^{-۷}$

۱۵- فرض کنید کل مدت‌زمانی که ستاره‌ای به جرم دو برابر خورشید بر روی رشته‌ی اصل (MS) سپری می‌کند؛ که به فاز رشته اصلی (MS) معروف است تقریباً ۱/۷ میلیارد سال باشد. در طول این مدت، درخشندگی آن تقریب ثابت و ۱۱ برابر درخشندگی خورشیدی است. جرم هسته‌ی هلیمی در پایان این فاز، تقریباً چند برابر جرم خورشید خواهد بود؟ انرژی تولیدشده در اثر تولید یک اتم هلیوم برابر با ۲۵ میلیون الکترون‌ولت است.

الف) ۰/۱ ب) ۰/۱۸ ج) ۰/۴ د) ۱/۴

۱۶- ستاره‌ای سنگین را در نظر بگیرید که بر روی رشته‌ی اصلی در حال تحول است. اگر آهنگ خروج جرم که در اثر بادهای ستاره‌ای می‌باشد افزایش یابد، به ترتیب دمای مرکز و طول عمر ستاره در رشته‌ی اصلی چه تغییری می‌کند؟

الف) کاهش - افزایش

ب) افزایش - کاهش

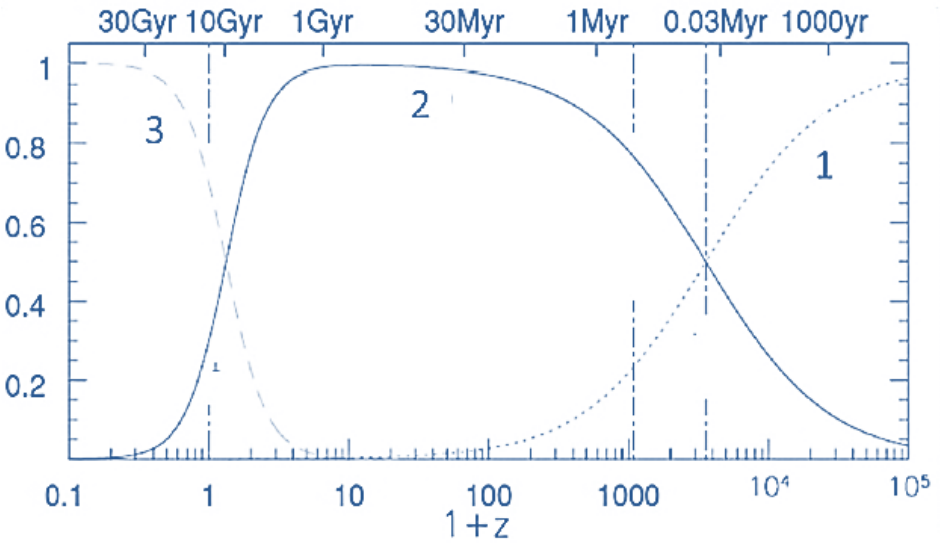
ج) دما تغییر نمی‌کند چون طول عمر رشته‌ی اصلی فقط به جرم اولیه‌ی ستاره بستگی دارد.

د) دما افزایش می‌یابد ولی طول عمر رشته‌ی اصلی تغییر نمی‌کند.

۱۷- در ابتدای شکل‌گیری ساختارها در کیهان، فرض می‌کنیم که فقط عامل گرانش در انقباض (رمبش) ساختارها نقش اصلی و غالب را ایفا می‌کند (یعنی هیچ عامل بازدارنده‌ای در مقابل گرانش وجود ندارد.) زمان رمبش ساختاری مانند یک کهکشان به جرم $۱۰^{۱۲}$ جرم خورشید و شعاع ۱۰۰ کیلو پارسک چند برابر زمان رمبش ساختاری مانند یک خوشه‌ی کهکشانی با جرم $۱۰^{۱۵}$ جرم خورشید و شعاع ۱۰ میلیون پارسک است؟ ساختارها را به‌صورت کروی شکل در نظر بگیرید.

الف) ۳۰ ب) $۱۰^{-۳}$ ج) ۰/۰۳۳ د) ۱۰۰۰

۱۸- محتویات تشکیل‌دهنده‌ی عالم به‌طورکلی شامل سه مؤلفه‌ی ماده، تابش و انرژی تاریک است. در شکل زیر نحوه‌ی تغییرات چگالی نسبی هرکدام از مؤلفه‌ها با زمان یا به‌عبارت‌دیگر با قرمزگرایی، z نشان داده‌شده است. منحنی‌های نقطه-چین (شماره‌ی ۱)، توپر (شماره‌ی ۲) و خط-چین (شماره‌ی ۳) به ترتیب مربوط به کدام‌یک از مؤلفه‌ها است؟

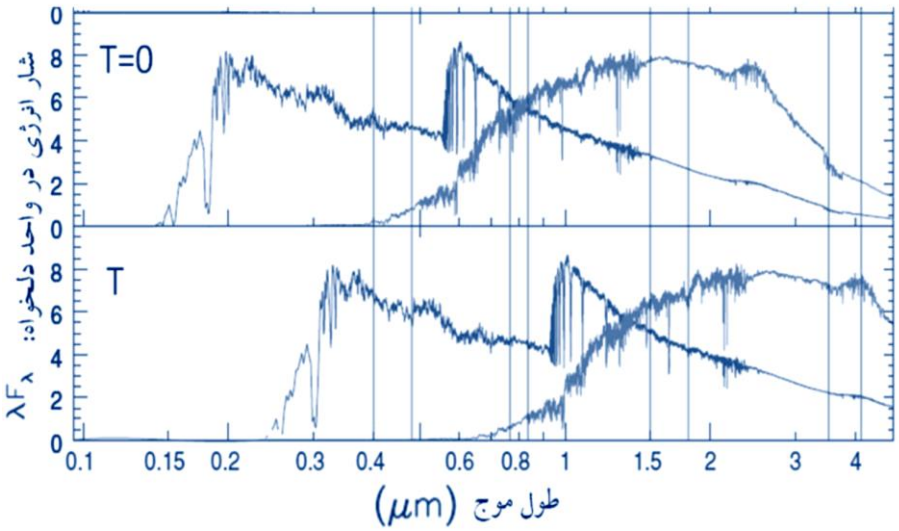


الف) ماده - انرژی تاریک - تابش
ب) انرژی تاریک - تابش - ماده
ج) ماده - تابش - انرژی تاریک
د) تابش - ماده - انرژی تاریک

۱۹- زاویه‌ی قبله با امتداد جنوب در شهر پاریس $(۳۵^{\circ}E\,/\,۴۸^{\circ}N,۲\,/\,۸۶)$ چند درجه است. موقعیت جغرافیایی کعبه $۳۹\,/\,۸۲^{\circ}E,۲۱\,/\,۴۲^{\circ}N$ است.

الف) ۶۰ درجه به سمت شرق
ب) ۶۰ درجه به سمت غرب
ج) ۳۰ درجه به سمت شرق
د) ۳۰ درجه به سمت غرب

۲۰- در مدل‌سازی تحول کهکشانی طیف دو نوع مختلف کهکشان، مدل‌سازی شده است. به‌طوری‌که طیف کهکشان‌ها در زمان حال $(T=۰)$ و در زمان گذشته (T) در شکل زیر نشان داده‌شده است. برآورد کنید فاصله‌ی این کهکشان‌ها از ما در زمان T چقدر بوده است؟

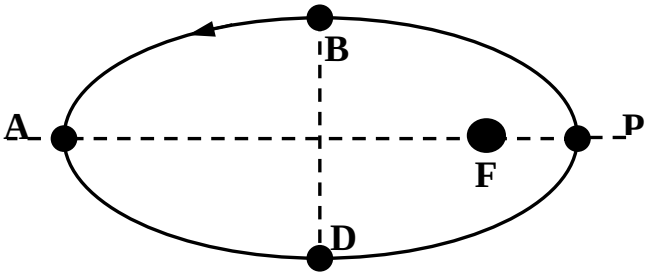


الف) ۳۰۰ مگا پارسک
ب) ۱۰ گیگا پارسک
ج) ۳ گیگا پارسک
د) ۱ گیگا پارسک

۲۱- زمین را به‌صورت یک جسم سیاه تصور کنید. فرض کنید درخشندگی خورشید ۱/۵ برابر درخشندگی کنونی آن شود. در آن صورت دمای سطح زمین چند برابر دمای فعلی خواهد شد؟

الف) ۱ ب) ۱/۱ ج) ۱/۲ د) ۱/۵

۲۲- اثرات نجومی زیادی را می‌توان در تقویم‌های روزانه مشاهده کرد. با یک مدل ساده از مسیر حرکت زمین به دور خورشید به‌صورت یک بیضی، می‌خواهیم خروج از مرکز زمین را تخمین بزنیم. با توجه به شکل زیر، اگر فاصله زمانی‌های DPB طول زمستان (۱۷۹ روز) و BAD طول تابستان باشند؛ خروج از مرکز زمین را تخمین بزنید.



الف) ۰/۰۳۰ ب) ۰/۰۲۶
ج) ۰/۰۲۰ د) ۰/۰۱۷

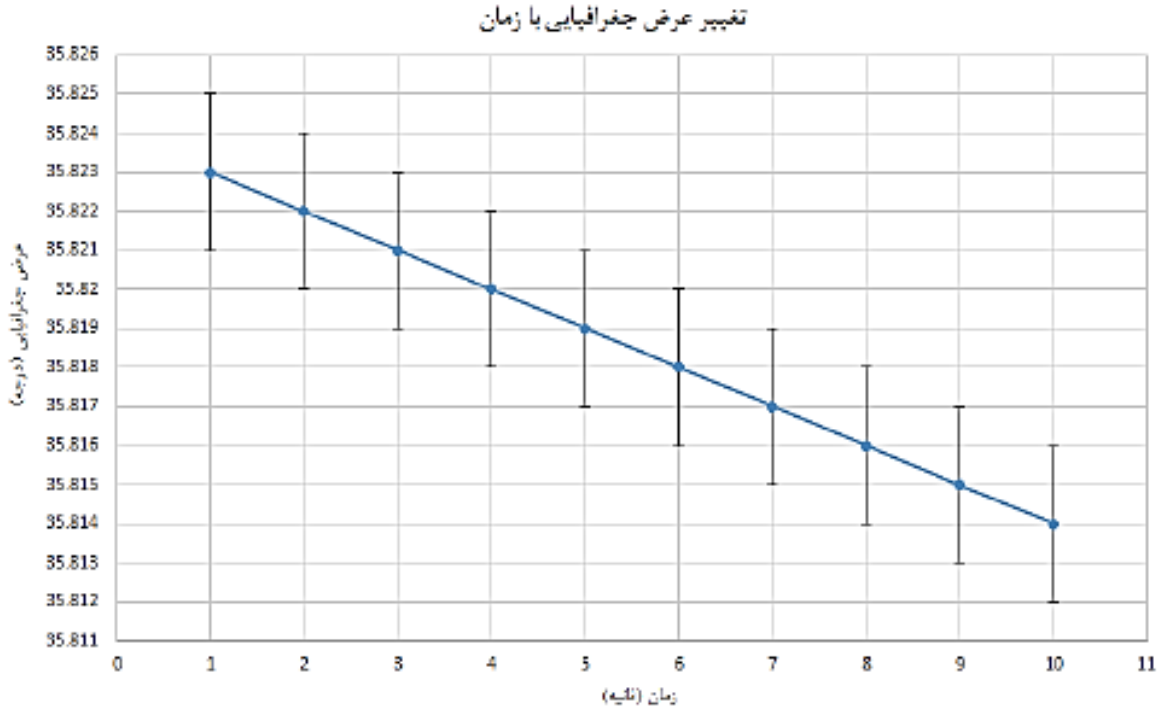
۲۳- ماهواره‌ای با شعاع مداری ۶۸۰۰ کیلومتر می‌خواهد پهنای شانه‌ی یک انسان روی سطح زمین را تشخیص بدهد. به این منظور حداقل به چه قطر دهانه‌ی تلسکوپی نیاز دارد؟

الف) ۱۰ سانتی‌متر ب) ۵۰ سانتی‌متر ج) ۱ متر د) ۳ متر

۲۴- اگر از دو عدسی محدب نازک متقارن، از جنس پیرکس با ضریب شکست ۱/۴۷۴ که شعاع انحنای عدسی اول ۱/۰۰۰ متر و شعاع انحنای عدسی دوم ۱۰/۰ سانتیمتر است استفاده کنیم تا یک تلسکوپ بسازیم. فاصله بین آن‌ها را چند سانتی‌متر باید باشد تا تلسکوپ ما درست کار کند؟

الف) ۱۱۰/۰ ب) ۹۰/۰ ج) ۹۴/۹ د) ۱۱۶/۰

۲۵- از موقعیت سنجی مکان رصد خودمان یک منحنی به‌صورت زیر به دست می‌آوریم. دقت موقعیت‌یابی ناظر چند متراست؟



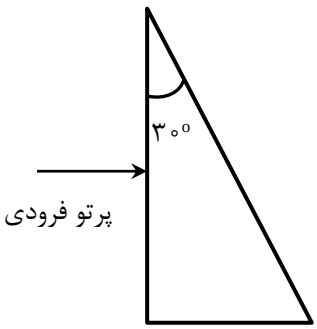
الف) ۲۲۰ ب) ۸۸۰ ج) ۱۰۰ د) ۵۰

۲۶- تلسکوپ رصدخانه‌ی ملی ایران به قطر ۳/۴ متر در ناحیه‌ی مرئی کار می‌کند. سطح آینه‌ی اصلی آن باید کمتر از یک‌دهم طول‌موج مرئی، صیقلی بوده و ناهمواری نداشته باشد. اگر فرض کنیم که این آینه قطری به‌اندازه‌ی کره‌ی زمین می‌داشت؛ به‌طوری‌که نسبت ناهمواری‌های آن به قطر آن، با نسبت ناهمواری‌های کنونی آن به قطر کنونی آن برابر بود؛ بیشترین ناهمواری و اختلاف سطح آن چقدر می‌شد؟

الف) ۲ سانتی‌متر ب) ۲۰ سانتی‌متر ج) ۲ متر د) ۲۰ متر

۲۷- برای یک شیشه‌ی اپتیکی رابطه‌ی کوشی به‌صورت زیر است:

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2} \qquad A = 1/7280 \quad , \quad B = 0/01342(\mu m^2)$$



از یک منشور به زاویه‌ی رأس 30° به‌صورت نشان داده‌شده در شکل استفاده می‌کنیم. یک پرتو عمودی از یک لامپ سدیم به آن می‌تابانیم. اگر بخواهیم طول‌موج‌های نزدیک $\lambda_1 = 586/0nm$ و $\lambda_2 = 589/5nm$ را روی ۲ پیکسل جداگانه از یک CCD به ابعاد $10\mu m \times 10\mu m$ تشخیص دهیم؛ فاصله CCD از محل خارج شدن پرتو از منشور چقدر باید باشد؟ ضریب شکست هوا ۱/۰۰۰۰ است.

الف) ۵۰ سانتی‌متر ب) ۱۰ سانتی‌متر ج) ۲ سانتی‌متر د) ۰/۴ سانتی‌متر

۲۸- یک سیستم دوتایی شامل دو ستاره‌ی نوترونی با جرم‌های مساوی ۱/۵ برابر جرم خورشید در نظر بگیرید. فرض کنید یکی از این ستاره‌های نوترونی پالسار بوده که دوره تناوب هر پالس آن ۲ ثانیه است. دوره تناوب مداری هم ۸ ساعت است. مدار حرکت دو ستاره، دایره‌ای بوده و نسبت به زمین از لبه دیده می‌شود. دامنه‌ی تغییرات دوره تناوب پالس چقدر خواهد بود؟ راهنمایی: دوره تناوب پالس P_p شامل انتقال دوپلری شبیه به انتقال دوپلری نور می‌شود.

الف) ۰/۱ ثانیه ب) ۱ ثانیه ج) ۰/۰۱ ثانیه د) ۰/۰۰۱ ثانیه

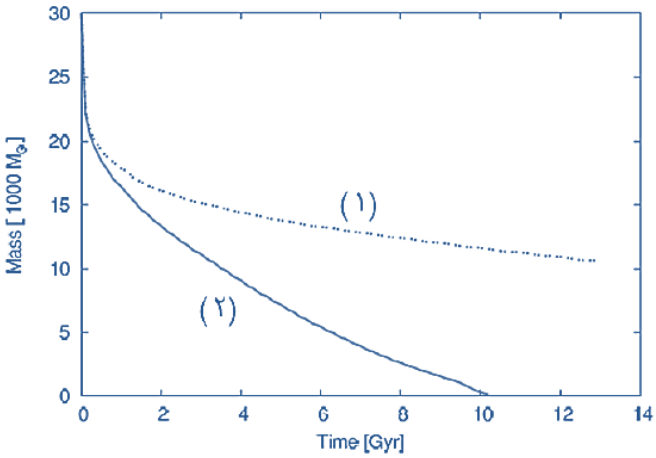
۲۹- **برافزایش در زمین:** یک شهاب‌سنگ در فضای بین سیاره‌ای ساکن است. این شهاب‌سنگ به خاطر گردش زمین به جو برخورد می‌کند. سرعت نسبی شهاب‌سنگ و زمین ۳۰ کیلومتر بر ثانیه است. جنس این شهاب‌سنگ نیز از جنس سیلیس معمولی (خاک) با ظرفیت گرمایی متوسط $800 J/kg.K$ است. به دلیل اصطکاک زیاد جو، تمام انرژی جنبشی جسم به گرما تبدیل می‌شود. دمای شهاب‌سنگ در هنگام برخورد به جو چقدر است؟

الف) اطلاعات مسئله کافی نیست. ب) ۵۰۰۰ کلوین
ج) ۵۰۰۰۰ کلوین د) ۵۰۰۰۰۰ کلوین

۳۰- خورشید علاوه بر تابش نور (امواج الکترومغناطیسی) ذراتی را نیز از خود تابش می‌کند که به بادهای خورشیدی موسوم‌اند. یک پروتون با انرژی جنبشی ۱۰ میلیون الکترون‌ولت $(K = 10MeV)$ پس از چه مدتی به سطح زمین می‌رسد.

الف) ۸ دقیقه ب) ۱ ساعت ج) ۳ ساعت د) ۳ روز

۳۱- دو خوشه‌ی کروی به دور مرکز کهکشان راه‌شیری در مدارهایی دایره‌ای درحرکت هستند. در نمودار زیر تغییرات زمانی جرم این خوشه‌ها داده‌شده است. کدام گزینه صحیح است؟



الف) خوشه‌ی (۱) در فاصله‌ی ۱۰ کیلو پارسک و خوشه‌ی (۲) در فاصله‌ی ۵۰ کیلو پارسک از مرکز کهکشان قرار دارند.

ب) خوشه‌ی (۱) در فاصله‌ی ۵۰ کیلو پارسک و خوشه‌ی (۲) در فاصله‌ی ۱۰ کیلو پارسک از مرکز کهکشان قرار دارند.

ج) تغییرات جرم خوشه به فاصله از مرکز کهکشان بستگی ندارد و ناشی از عامل دیگری است.

د) هر دو خوشه در فاصله‌ی یکسانی از مرکز کهکشان هستند ولی جرم اولیه‌ی متفاوتی داشته‌اند.

۳۲- از اندازه‌گیری خطوط نشری در مرکز کهکشان $M87$ توسط تلسکوپ فضایی هابل، سرعت مداری ستاره‌ها در فاصله‌ی $0/1''$ ثانیه‌ی قوسی از مرکز کهکشان، تقریباً ۱۰۰۰ کیلومتر بر ثانیه به‌دست‌آمده است. با فرض اینکه مدول فاصله‌ی این کهکشان $(m-M)=31$ باشد، جرم سیاهچاله‌ی مرکزی که در مرکز این کهکشان قرار دارد به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟

الف) 2×10^{6} ب) 5×10^{7} ج) 2×10^{9} د) 5×10^{10}

۳۳- در مواردی که نیاز به رصد خورشید برای منجمان آماتور وجود دارد؛ مثل گذر زهره،خورشید گرفتگی‌ها، مشاهده‌ی لکه‌های خورشیدی و مواردی از این دست، پیشنهاد می‌شود که از یک روزنه‌ی کوچک استفاده کنید و تصویر خورشید را روی یک پرده بیاندازید. اگر گذر زهره را از این‌طریق رصد کنیم و فاصله‌ی روزنه از پرده نیز ۲ متر باشد پهنای سایه‌ی زهره روی پرده چند میلی‌متر خواهد بود؟

الف) ۰/۵ ب) ۲ ج) ۵ د) ۲۰

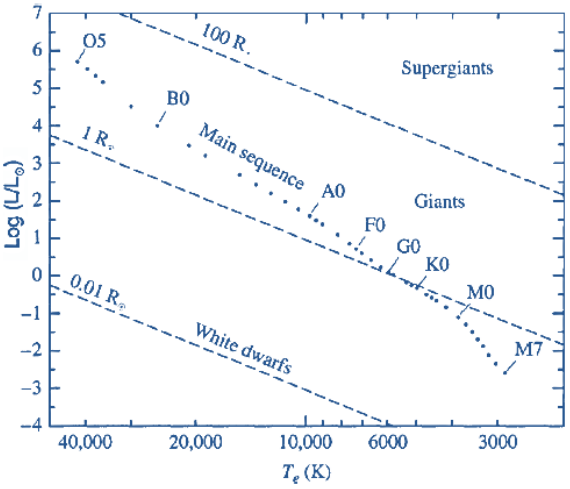
۳۴- به ترتیب چگالی ستاره‌های $B0$ و $M7$ برحسب چگالی آب به کدام گزینه نزدیک‌تر است.

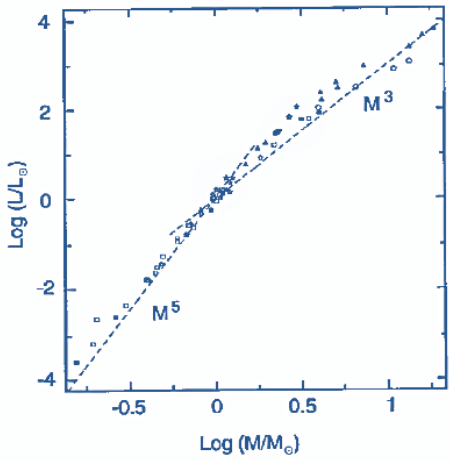
الف) ۰/۲ و ۵۰

ب) ۰/۵ و ۲۰

ج) ۰/۲ و ۲۰

د) ۰/۵ و ۵۰





۳۵- در اثر اصطکاک جزر و مد دریا، شعاع مدار حرکت ماه به دور زمین، با سرعت چندین سانتی‌متر بر سال افزایش می‌یابد. در این صورت:

الف) تکانه‌ی زاویه‌ای ماه ثابت می‌ماند زیرا سرعت آن کاهش می‌یابد.

ب) تکانه‌ی زاویه‌ای ماه ثابت می‌ماند اما انرژی کل آن افزایش می‌یابد.

ج) تکانه‌ی زاویه‌ای و انرژی کل ماه افزایش می‌یابد.

د) تکانه‌ی زاویه‌ای و انرژی کل ماه کاهش می‌یابد.

کلید سؤالات

۱ هـ	۲۱ ج	۴۱ ج
۲ هـ	۲۲ ب	۴۲ ج
۳ الف	۲۳ الف	۴۳ ج
۴ الف	۲۴ ج	۴۴ ج
۵ الف	۲۵ ب	۴۵ ج
۶ ج	۲۶ الف	۴۶ ج
۷ هـ	۲۷ ب	۴۷ ج
۸ الف	۲۸ ج	۴۸ ج
۹ هـ	۲۹ ج	۴۹ ج
۱۰ ب	۳۰ ج	۵۰ ج
۱۱ ج	۳۱ ج	۵۱ ج
۱۲ ج	۳۲ ب	۵۲ ج
۱۳ الف	۳۳ ب	۵۳ ج
۱۴ ب	۳۴ ب	۵۴ ج
۱۵ الف	۳۵ ب	۵۵ ج
۱۶ ج	۳۶ ج	۵۶ ج
۱۷ ب	۳۷ ج	۵۷ ج
۱۸ ج	۳۸ ج	۵۸ ج
۱۹ ج	۳۹ ج	۵۹ ج
۲۰ ب	۴۰ ج	۶۰ ج

- کمیته‌ی علمی باشگاه دانش‌پژوهان برای سوال ۵ دو گزینه‌ی «ج» و «د» را به عنوان پاسخ صحیح اعلام کرده است.
- کمیته‌ی علمی باشگاه دانش‌پژوهان برای سوال ۷ هیچ گزینه‌ای را به عنوان پاسخ صحیح اعلام نکرده است.

۱- گزینه‌ی د پاسخ صحیح است.

نیروی ارشمیدس که همان نیروی عمود بر سطح است: (معادلات اولیه را از حالت شناوری استوانه نوشته‌ایم.)

$$Y : N - mg = ۰ \quad \rightarrow \quad N = mg = \rho v \ g$$

حال وقتی استوانه را کمی در آب فرو ببریم، به همان اندازه که ما نیرو وارد کردیم، آب به شکل نیروی ارشمیدس به سمت بالا نیرو وارد می‌کند. یعنی نیرویی که باعث نوسان می‌شود نیروی عمودی است. با تبدیل چگالی به چگالی خطی داریم: $N = Klg = Kg \ l$

و برای دوره تناوب:

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{m_{\text{استوانه}}}{Kg}}$$

حجمی که استوانه درون ظرف اشغال می‌کند برابر همان حجمی است که آب اشغال می‌کرده است، پس:

$$V_{\text{آب}} = V_{\text{استوانه}} \rightarrow \frac{m_{\text{آب}}}{K_{\text{آب}}} = \frac{m_{\text{استوانه}}}{K}, \ V^{lit}_{\text{آب}} = m^{kg}_{\text{آب}}$$

$$\rightarrow \ m_{\text{استوانه}} = Km_{\text{آب}} \ , \ V_{\text{آب}} = m_{\text{آب}} = V_{\text{استوانه}} = Kl$$

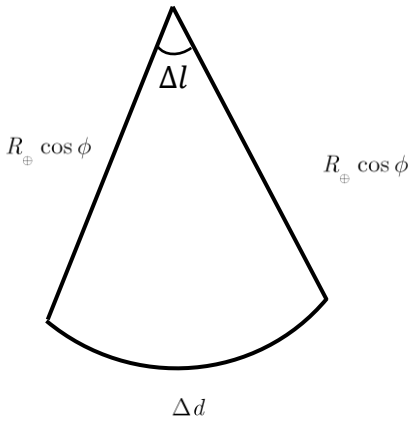
$$\rightarrow \ m_{\text{استوانه}} = K^{۲}l \ \rightarrow \ T = ۲\pi\sqrt{\frac{K^{۲}l}{Kg}} = ۲\pi\sqrt{\frac{Kl}{g}}$$

۲- گزینه‌ی د پاسخ صحیح است.

در آن یک ثانیه، زاویه ساعتی ستارگان در آسمان به اندازه یک ثانیه تغییر می‌کند و خطا در اندازه‌گیری طول جغرافیایی پدید می‌آورد:

$$\Delta H = \Delta l = ۱^{s} = \left(\frac{۱۵}{۳۶۰۰}\right)^{\circ} = \frac{۱۵\pi}{۱۸۰ \times ۳۶۰۰} rad$$

و چون در تهران است: ($\phi = ۳۵ \ / \ ۷۰^{\circ} N$)



$$\Delta l^{rad} = \frac{\Delta d}{R_{\oplus}\cos\phi}$$

$$\rightarrow \ \Delta d = R_{\oplus}\Delta l^{rad}\cos\phi \ \rightarrow \ \Delta d = ۳۷۷m$$

۳- گزینه‌ی ج پاسخ صحیح است.

باید سرعت مداری قبل از جدا شدن جرم کمتر از سرعت فرار بعد از جدا شدن جرم باشد: $v_{۱} < v_{۲}$

$$v_{۱}^{۲} = GM\left(\frac{۲}{r} - \frac{۱}{a}\right) = GM\left(\frac{۲}{a(۱-e)} - \frac{۱}{a}\right) = \frac{GM}{a} \times \frac{۱+e}{۱-e} \qquad (I)$$

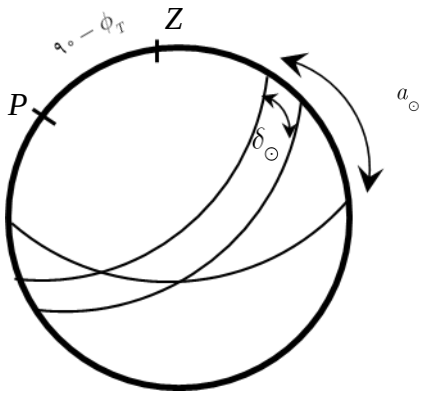
$$v_{۲}^{۲} = \frac{۲GM(۱۰۰-x)}{۱۰۰a(۱-e)}$$

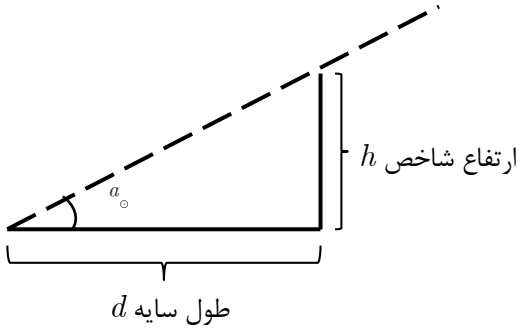
$$(\text{I}), (\text{II}) \ \rightarrow \ \frac{GM}{a} \times \frac{۱+e}{۱-e} < \frac{۲GM(۱۰۰-x)}{۱۰۰a(۱-e)} \rightarrow ۱+e < \frac{۲(۱۰۰-x)}{۱۰۰} \rightarrow \ x < ۴۰$$

۴- **گزینه‌ی ج پاسخ صحیح است.**

چون خورشید در سمت الراس کعبه قرار می‌گیرد پس میل آن برابر عرض جغرافیایی مکه است: $\delta_\odot = \phi_M = +۲۱/۴۲^\circ$

حال ارتفاع خورشید به هنگام اذان ظهر در تهران: $a_\odot = ۹۰ - \phi_T + \delta_\odot = ۷۵/۷۲^\circ$





$$\tan a_\odot = \frac{h}{d} \rightarrow d = \frac{h}{\tan a_\odot} \simeq ۲۵cm$$

۵- **گزینه‌ی ج پاسخ صحیح است.**

حجمی که ما از آسمان می‌بینیم به فاصله‌ی دورترین ستاره قابل رؤیت بستگی دارد، چون قدرمطلق تمام ستاره‌ها یکی است، در نتیجه می‌توانیم افزایش قدر ظاهری را فقط وابسته به فاصله بدانیم. پس با قدر ظاهری حدی $m = ۶$ داریم:

$$m - M = ۵ - ۵ + \log r^{pc} \rightarrow r^{pc} = ۱۶pc \ , \ n_\circ = ۱۰pc^{-۳} \rightarrow N = Vn_\circ = \frac{۴}{۳}\pi \times ۱۶^۳ \times ۱۰$$

(این سؤال با مشکلی روبه‌روست، اگر قدر حدی را $m = ۶/۵$ قرار دهیم به گزینه ۴ می‌رسیم.)

۶- **گزینه‌ی الف پاسخ صحیح است.**

$p = ۱۰۰day$

$$M_v = -۲/۷۰\log(p) + ۱۷/۰۴ = ۱۱/۶۴ \quad ; \quad M_I = -۲/۹۶\log(p) + ۱۶/۵۶ = ۱۰/۶۴$$

$$\text{(I)} \quad m_v - M_v = -۵ + ۵\log d^{pc} + A_v$$
$$\text{(II)} \quad m_I - M_I = -۵ + ۵\log d^{pc} + A_I \ , \ A_I = ۰/۶A_v \Rightarrow$$

$$\text{(I)} \quad m_v - M_v = -۵ + ۵\log d^{pc} + A_v$$
$$\text{(II)} \quad m_I - M_I = -۵ + ۵\log d^{pc} + ۰/۶A_v$$

حال با حل این دو معادله، دو مجهول برای d داریم: $d \simeq ۸kpc$

۷- **گزینه‌ی د پاسخ صحیح است.**

(حذف شده) سؤال با مشکل علمی روبه‌روست، به علت معلق بودن ساعت در ایستگاه فضایی، ساعت آونگ‌دار در آن‌جا کار نمی‌کند.

اما گذشته از این‌ها اگر ساعتمان درست کار کند در $۲۴h$ به اندازه‌ی یک دوره تناوب هلالی ایستگاه خطا خواهد داشت. دوره تناوب هلالی:

$$\frac{۱}{p} = \frac{۱}{T_s} - \frac{۱}{T_\oplus} \rightarrow p = ۳۶/۷۵ \text{ min} \rightarrow \frac{p}{p'} = \frac{۲۴h}{۱h} \rightarrow p' \frac{p}{۲۴} = ۴\text{min}$$

۸- **گزینه‌ی ب پاسخ صحیح است.**

با فرض اینکه ماهواره در مدار سهموی حرکت می‌کند، معادلات را می‌نویسیم:

$$\text{(I)}\quad \frac{۱}{۲}mv^۲-\frac{GM_\odot m}{r}=۰\ \rightarrow\ v^۲=\frac{۲GM_\odot}{r}\qquad ;\qquad \text{(II)}\quad \frac{GM_\odot}{r^۲}=a$$

فاصله‌ی کنونی ماهواره تا خورشید را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{(I)}\ \rightarrow\ r=\frac{GM_\odot}{v^۲}=۹/۲۵\times۱۰^{۱۱}m$$

حال فاصله‌ی ماهواره را زمانی که شتاب آن برابر $a_\circ=۱۰^{-۱۰}m/s^۲$ می‌شود را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{(II)}\rightarrow\frac{GM_\odot}{r_\circ^۲}=۱۰^{-۱۰}\rightarrow GM_\odot\times۱۰^{۱۰}=r_\circ^۲\rightarrow r_\circ=۱/۱۵\times۱۰^{۱۵}m$$

می‌توان فرض کرد که ماهواره با تقریب خوبی بقیه مسیر را به صورت حرکت با شتاب صفر و بر روی خط راست می‌رود، در نتیجه:

$$r_\circ-r=vt\ \rightarrow\ t=\frac{r_\circ-r}{v}=۶/۸\times۱۰^{۱۰}s\simeq ۲۱۵۲yr$$

پس زمان مطلوب می‌شود؛ $۲۱۵۲+۱۳۹۳=۳۵۴۵$.

۹- **گزینه‌ی د پاسخ صحیح است.**

$$\text{(I)}\quad m-m_\odot=-۲/۵\log\frac{b}{b_\odot}$$

$$\text{(II)}\quad b=\frac{l}{۴\pi d^۲}=\frac{FA}{۴\pi d^۲}$$

$$\text{(III)}\quad b_\odot=\frac{l_\odot}{۴\pi d_\odot^۲}$$

$$\text{(I), (II), (III)}\ \rightarrow\ m-m_\odot=-۲/۵\log\frac{FAd_\odot^۲}{l_\odot d^۲}$$

$$\theta=\frac{r}{d}\ \rightarrow\ r=\theta d\ ,\ A=r^۲\ \rightarrow\ A=\theta^۲d^۲$$

$$\rightarrow\ m-m_\odot=-۲/۵\log\frac{F(\theta^۲d^۲)d_\odot^۲}{l_\odot d^۲}=-۲/۵\log\frac{Fd_\odot^۲\theta^۲}{l_\odot}$$

حال به دست می‌آوریم که یک ثانیه‌ی قوسی مربع چند استرادیان است:

$$\frac{\theta^{''}\pi}{۳۶۰۰\times۱۸۰}=\theta^{rad}\ \rightarrow\ {\theta_{rad}}^۲=\left(\frac{\theta^{''}\pi}{۳۶۰۰\times۱۸۰}\right)^۲=۲/۳۵\times۱۰^{-۱۱}$$

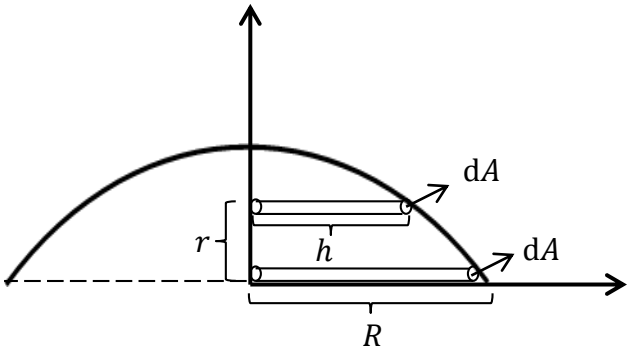
$$\rightarrow ۱۵-(-۲۶/۷)=-۲/۵\log\frac{Fd_\odot^۲\theta^۲}{l_\odot}\ \rightarrow\ \frac{F}{l_\odot}=۳/۹۵\times۱۰^{-۲۹}\,l_\odot\Big/m^۲\Rightarrow\frac{F}{l_\odot}\simeq ۳۷۰۰۰l_\odot.pc^{-۲}$$

۱۰- **گزینه‌ی د پاسخ صحیح است.**

با توجه به دمای سطحی بسیار بالا، ستاره نمی‌تواند در رشته‌ی اصلی باشد و می‌دانیم که غول‌های قرمز ستارگان نسبتاً سردی هستند، پس این ستاره کوتوله سفید است.

۱۱- ماخ **گزینه‌ی د پاسخ صحیح است.**

مساحتی به اندازه‌ی یک ثانیه قوسی مربع در نظر می‌گیریم: (چگالی سطحی $\lambda =$)



$$h = \sqrt{R^2 - r^2} \rightarrow v = dAh = \sqrt{R^2 - r^2}\,dA$$

$$\rightarrow \lambda = \frac{N}{\frac{4}{3}\pi r^3} \times \frac{\sqrt{R^2 - r^2}\,dA}{dA}$$

$$\rightarrow \lambda = \frac{N}{\frac{4}{3}\pi r^3} \times \sqrt{R^2 - r^2}$$

۱۲- ماخ **گزینه‌ی الف پاسخ صحیح است.**

$$b_2 = \frac{1}{2} b_1 \rightarrow \frac{l_\odot}{4\pi d_2^2} = \frac{l_\odot}{2 \times 4\pi d_1^2} \rightarrow 2d_1^2 = d_2^2 \rightarrow \sqrt{2} d_1 = d_2$$

$$m_v - M_\odot = -5 + 5\log d_1 \rightarrow d_1 = 10^{1/5}\,pc$$

$$\left|d_2 - d_1\right| = \left|\sqrt{2} d_1 - d_1\right| = d_1 \left|\sqrt{2} - 1\right| \simeq 13\,pc$$

۱۳- ماخ **گزینه‌ی ب پاسخ صحیح است.**

اختلاف انرژی پتانسیل گرانشی کل ذرات زمانی که درون ابر هستند و انرژی جنبشی کل هنگام برخورد با زمین برابر با انرژی گرمایی داده شده با محیط است.

$$U = Mgh = \rho V\ gh = \left(10^3 \frac{kg}{m^3} \times 10 \times 10^{-3} m \times 100 \times 10^6 m^2\right) \times 10 \frac{m}{s^2} \times 1000 m = 10^{13} J$$

$$K = \frac{1}{2} Mv^2 = \frac{1}{2}\ \rho V\ v^2 = \frac{1}{2}\left(10^3 \frac{kg}{m^3} \times 10 \times 10^{-3} m \times 100 \times 10^6 m^2\right) \times 7^2 \frac{m^2}{s^2} = 2/45 \times 10^{10} j$$

$$Q = U - K = 9/9755 \times 10^{12} j$$

$$Q = M_{\text{هوا}}\, c_{\text{هوا}}\, \Delta\theta \rightarrow \Delta\theta = \frac{Q}{M_{\text{هوا}}\, c_{\text{هوا}}} = \frac{9/9755 \times 10^{12}}{1 \frac{kg}{m^3} \times 100 \times 10^6 m^2 \times 1000 m \times 1000 \frac{j}{kg.K}} = 0/099755\,K \simeq 0/1K$$

۱۴- ماخ **گزینه‌ی ج پاسخ صحیح است.**

ابتدا تعداد قطرات را می‌یابیم: ($S_{\text{ایران}} = 1648195 km^2$)

$$V = 10^{-2} m \times S_{\text{ایران}}\ ;\ V \simeq 10^{10} m^3 = 10^{13} lit = 10^{16}\, mlit$$

$$\frac{1 mlit}{10^{16}\, mlit} = \frac{16 \text{ قطره}}{n \text{ قطره}} \rightarrow n \simeq 10^{17}$$

حال تعداد مولکول‌های یک قطره باران را می‌یابیم:

$$\frac{1 mlit}{x} = \frac{16 \text{ قطره}}{1 \text{ قطره}} \rightarrow x = \frac{1}{16} mlit = \frac{1}{16} gr$$

$$m = x \times \frac{۱}{۱۸} \times N_A = \frac{۱}{۱۶}\, gr \times \frac{۱}{۱۸}\left(\frac{gr}{mol}\right)^{-۱} \times ۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳} mol^{-۱} \simeq ۱۰^{۲۱} \Rightarrow \frac{n}{m} = ۱۰^{-۴}$$

با توجه به تقریب‌هایی که زدیم باید جواب کوچکتر از $۱۰^{-۴}$ باشد، پس می‌توان $۱۰^{-۵}$ را انتخاب کرد.

۱۵- گزینه‌ی ب پاسخ صحیح است.

به دست می‌آوریم چند اتم هلیوم تولید می‌شود:

$$E = LT \;,\; E_{\circ} = ۲۵ \times ۱۰^{۶} eV = ۴ \times ۱۰^{-۱۲} j$$

$$E = LT = ۱۱ l_{\odot} \times ۱/۷ \times ۱۰^{۹} yr \simeq ۲/۳ \times ۱۰^{۴۴} j$$

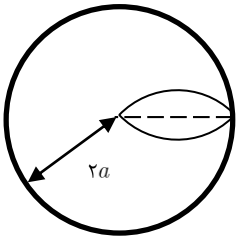
$$n = \frac{E}{E_{\circ}} = ۵/۷۵ \times ۱۰^{۵۵} \text{ هسته هلیومی}$$

$$n = m^{gr} \times \frac{۱}{۴}\left(\frac{gr}{mol}\right)^{-۱} \times N_A \Rightarrow \; m = \frac{۴n}{N_A} = ۳/۸ \times ۱۰^{۳۲} gr = ۳/۸ \times ۱۰^{۲۹} kg \;\Rightarrow \frac{m}{M_{\odot}} \simeq ۰/۱۸$$

۱۶- گزینه‌ی الف پاسخ صحیح است.

می‌دانیم هر چه جرم ستاره‌ای کمتر باشد، درخشندگی آن کمتر و عمر آن افزایش می‌یابد. در نتیجه‌ی کاهش درخشندگی، کاهش دما را هم داریم.

۱۷- گزینه‌ی ج پاسخ صحیح است.



می‌توان در نظر گرفت ذره‌ای در بیرونی‌ترین نقطه یک ساختار در حال رمبش، تا مرکز آن ساختار مداری بیضی با نیم‌محوری برای یک چهارم قطر ساختار و خروج از مرکز بسیار نزدیک به یک حرکت می‌کند، در نتیجه زمان رمبش، نصف زمان تناوب آن ذره در مدارش است:

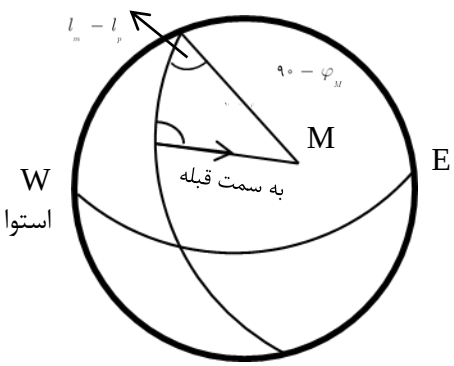
$$p = \sqrt{\frac{۴\pi^{۲}}{GM} a^{۳}} \;\rightarrow\; \frac{p}{۲} = \sqrt{\frac{\pi^{۲} a^{۳}}{GM}} = t$$

$$\frac{t_{۱}}{t_{۲}} = \sqrt{\frac{a_{۱}^{۳} M_{۲}}{a_{۲}^{۳} M_{۱}}} = \sqrt{\frac{(۱۰۰ \times ۱۰^{۳})^{۳} \times ۱۰^{۱۵} M_{\odot}}{(۱۰۰ \times ۱۰^{۶})^{۳} \times ۱۰^{۱۲} M_{\odot}}} = \sqrt{۱۰^{-۳}} = ۰/۰۳$$

۱۸- گزینه‌ی د پاسخ صحیح است.

می‌دانیم هر چه از عمر عالم بگذرد انرژی تاریک بیشتر می‌شود و تابش هم کمتر می‌شود، در نتیجه نقطه‌چین مربوط به تابش و انرژی تاریک هم‌ارز خط‌چین است.

۱۹- گزینه‌ی الف پاسخ صحیح است.



زاویه قبله با امتداد جنوب پارامتری است از نوع سمت و می‌دانیم که سمت زاویه‌ای بود که در راستای افق از شمال به شرق اندازه‌گیری می‌شد:

$$\cot(۹۰ - \varphi_M)\sin(۹۰ - \varphi_P) = \cos(۹۰ - \varphi_P)\cos(l_m - l_P) + \cot\alpha \sin(l_m - l_P)$$

$$\Rightarrow \; \tan\varphi_M \cos\varphi_P = \sin\varphi_P \cos(l_m - l_P) + \cot\alpha \sin(l_m - l_P)$$

$$\tan\alpha = \frac{\sin(l_m - l_P)}{\tan\varphi_M \cos\varphi_P - \sin\varphi_P \cos(l_m - l_P)} \Rightarrow \alpha = -۶۰^{\circ} \text{ یا } ۱۲۰^{\circ}$$

با توجه به شکل $\alpha = ۱۲۰^{\circ}$ می‌باشد یا به عبارت دیگر، قبله با امتداد جنوب زاویه ۶۰° به سمت شرق می‌سازد.

۲۰- گزینه‌ی ج پاسخ صحیح است.

از روابط مربوط به انتقال به سرخ به‌خاطر داریم:

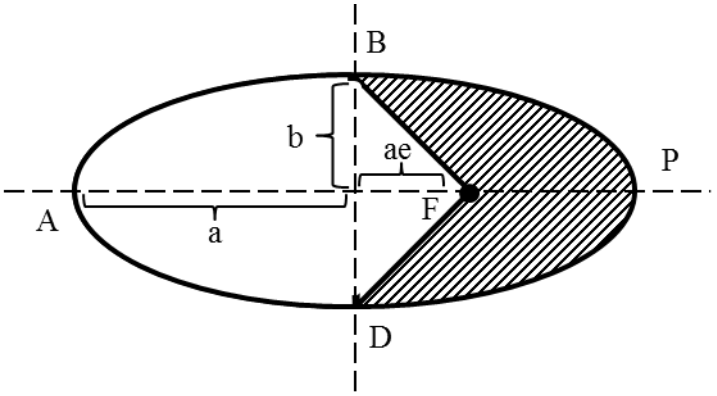
$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_{\circ}}=\frac{H_{\circ}r}{c}\Rightarrow\frac{\circ/۴\mu m}{\circ/۶\mu m}=\frac{۷۳۰۰۰(m\,s^{-۱}Mpc^{-۱})r}{۳\times۱۰^{۸}(m\,s^{-۱})}\Rightarrow r=۲۷۳۹\,Mpc=۲/۷Gpc$$

۲۱- گزینه‌ی ب پاسخ صحیح است.

هر آنچه انرژی از سوی خورشید به زمین تابیده شود را فرض می‌کنیم که زمین نیز آن را می‌تاباند:

$$\sigma T_{\oplus}^{۴}=b_{\odot}\ ,\ \ b_{۱,\odot}=۱/۵b_{\odot}\rightarrow\ \sigma T_{۱,\oplus}^{۴}=b_{۱,\odot}=۱/۵b_{\odot}\ \rightarrow\ \frac{T_{۱,\oplus}}{T_{\oplus}}=\sqrt[۴]{۱/۵}=۱/۱$$

۲۲- گزینه‌ی الف پاسخ صحیح است.



طبق یکی از قوانین کپلر می‌دانیم سیارات در مدارهای بیضوی در زمان‌های مساوی مساحت‌های مساوی را جاروب می‌کنند، یعنی تناسبی میان مساحت جارو شده و زمان آن برقرار است:

$$\frac{S_{\text{بیضی}}}{S_{BPD}}=\frac{۳۶۵/۲۵\,day}{۱۷۹\,day}$$

$$\rightarrow\ \frac{\pi ab}{\frac{\pi}{۲}ab-abe}=\frac{۳۶۵/۲۵}{۱۷۹}\ \rightarrow\ e=\circ/\circ۳\circ$$

۲۳- گزینه‌ی ب پاسخ صحیح است.

$$\theta^{rad}=\frac{r}{d}=\frac{(\circ/۵\times۱\circ^{-۳})km}{(۶۸\circ\circ-۶۳۸\circ)km}=۱/۲\times۱\circ^{-۶}rad\ \ ;\ \ \theta=۱/۲۲\frac{\lambda}{D}\ \rightarrow\ D=۱/۲۲\frac{\lambda}{\theta}=\circ/۵m=۵\circ cm$$

۲۴- گزینه‌ی د پاسخ صحیح است.

با استفاده از رابطه عدسی‌سازان داریم: $\frac{۱}{f}=(n-۱)\left(\frac{۱}{R_{۱}}+\frac{۱}{R_{۲}}\right)$؛ چون عدسی‌ها متقارن‌اند: در نتیجه: $\frac{۱}{f}=(n-۱)\times\frac{۲}{R}$

و چون تلسکوپ از دو عدسی محدب ساخته شده باید فاصله بینشان، برابر مجموع فاصله‌های کانونیشان باشد: $f=\frac{R}{۲(n-۱)}$

$$f_{۱}+f_{۲}=\frac{R_{۱}+R_{۲}}{۲(n-۱)}=\frac{(۱+\circ/۱)m}{۲(۱/۴۷۴-۱)}=۱/۱۶m=۱۱۶cm$$

۲۵- گزینه‌ی الف پاسخ صحیح است.

با توجه به نمودار خطای اندازه‌گیری عرض جغرافیایی $\mp\circ/\circ\circ۲^{\circ}$ است که متناظر است با: $\theta^{rad}=\frac{d}{R_{\oplus}}$

$$\rightarrow\ d=\theta^{rad}\times R_{\oplus}=\left(\frac{\circ/\circ\circ۲\pi}{۱۸\circ}\right)\times\ ۶/۳۸\times۱\circ^{۶}\ \ m=۲۲۲m$$

۲۶- گزینه‌ی ب پاسخ صحیح است.

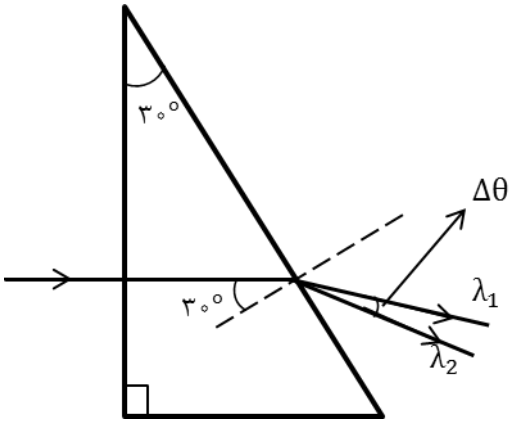
نسبت بیشترین اختلاف سطح به قطر تلسکوپ مقداری ثابت است: ($\lambda_v = ۴۹۰nm$)

$$\frac{\Delta h}{۶/۳۸\times۱۰^{۶}m} = \frac{۰/۱\times\lambda_v}{۳/۴m} \rightarrow \Delta h = ۱۰cm$$

جواب از مرتبه $۱۰^{-۱}m$ است.

۲۷- گزینه‌ی ج پاسخ صحیح است.

از رابطه داده شده در سؤال می‌توان ضرایب شکست برای هر طول موج را یافت:



$$n_\lambda = A + \frac{B}{\lambda^۲}$$

$$A = ۱/۷۲۸,\quad B = ۰/۰۱۳۶۲\ \mu m^۲$$

$$(I)\quad n_{۵۸۶nm} = ۱/۷۲۸ + \frac{۰/۰۱۳۴۲\times۱۰^{۶}nm^۲}{۵۸۶^۲nm^۲} = ۱/۷۶۷۰۸$$

$$(II)\quad n_{۵۸۹/۵nm} = ۱/۷۲۸ + \frac{۰/۰۱۳۴۲\times۱۰^{۶}nm^۲}{۵۸۹/۵^۲nm^۲} = ۱/۷۶۶۶۲$$

$$n\sin i = n_۰\sin\theta \rightarrow \frac{۱}{۲}n = sin\theta$$

$$\Rightarrow \left|\theta_۲ - \theta_۱\right| = \arcsin\left(\frac{۱}{۲}n_۲\right) - \arcsin\left(\frac{۱}{۲}n_۱\right) \Rightarrow \left|\theta_۲ - \theta_۱\right| = ۰/۰۲۸۲۹^\circ = ۴/۹\times۱۰^{-۴}rad \simeq ۵\times۱۰^{-۴}rad$$

$$\left|\theta_۲ - \theta_۱\right| = \frac{r}{d} \rightarrow d = \frac{r}{\left|\theta_۲ - \theta_۱\right|}$$

و چون $r = ۱۰\mu m$ است، داریم:

$$d = \frac{۱۰\mu m}{۵\times۱۰^{-۴}} = \frac{۱۰\times۱۰^{-۶}m}{۵\times۱۰^{-۴}} = ۰/۰۲m = ۲cm$$

۲۸- گزینه‌ی د پاسخ صحیح است.

طبق راهنمایی سؤال تغییرات دوره تناوب پالس مربوط به انتقال دوپلری (قرمزگرایی یا آبی‌گرایی) می‌شود. حال باید بیشترین قرمزگرایی را به دست آوریم. و این زمانی اتفاق می‌افتد که تمام سرعت ستاره نوترونی از دید ناظر زمینی، سرعت شعاعی باشد: (کافیست سرعت مداری‌اش را به دست آوریم و برابر سرعت شعاعی قرار دهیم.)

$P =$ دوره تناوب مداری ؛ $T =$ دوره تناوب پالسی

$$P^۲ = \frac{۴\pi^۲}{G(m_۱+m_۲)}a^۳ \rightarrow a = \sqrt[۳]{\frac{P^۲G(m_۱+m_۲)}{۴\pi^۲}} = \sqrt[۳]{\frac{(۸\times۳۶۰۰)^۲\times۶/۶۷\times۱۰^{-۱۱}\times۳M_\odot}{۴\pi^۲}} \Rightarrow a = ۲\times۱۰^{۹}m$$

$$P = \frac{۲\pi a}{v} \rightarrow v = \frac{۲\pi a}{P} = ۴/۴\times۱۰^{۵}\frac{m}{s}\ ;\ v_{r,max} = v \rightarrow v_{r,max} = ۴/۴\times۱۰^{۵}\frac{m}{s}$$

می‌دانیم که: $\lambda = cT$، $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v_{r,max}}{c}$ در نتیجه: $\frac{\Delta T}{T} = \frac{v_{r,max}}{c} \rightarrow \Delta T = ۳\times۱۰^{-۳}s$ ؛ جواب باید از مرتبه $۱۰^{-۳}s$ ثانیه باشد.

۲۹- گزینه‌ی د پاسخ صحیح است.

تمام انرژی جنبشی به گرما تبدیل می‌شود:

$$K = Q \rightarrow \frac{۱}{۲}mv^۲ = mc\Delta\theta \rightarrow \frac{۱}{۲}v^۲ = c\Delta\theta \rightarrow \Delta\theta = \frac{v^۲}{۲c}$$

توجه داشته باشید دمای شهاب‌سنگ قبل از ورود به جو ناچیز است پس:

$$\theta = \frac{v^۲}{۲c} = \frac{۳۰۰۰۰^۲}{۲\times۸۰۰} \simeq ۵\times۱۰^۵ K$$

۳۰- گزینه‌ی ب پاسخ صحیح است.

$$K = \frac{۱}{۲}m_p v_p^۲ \rightarrow v_p = \sqrt{\frac{۲K}{m_p}}$$

جرم پروتون تقریباً ۱۸۳۷ برابر جرم الکترون است: (جرم الکترون در ثوابت داده شده است.)

$$v_p = \sqrt{\frac{۲\times۱۰\times۱۰^۶\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹} j}{۹/۱\times۱۰^{-۳۱}\times۱۸۳۷kg}} = ۴/۴\times۱۰^۷ m/s$$

$$x = v_p t \rightarrow t = \frac{x}{v_p} = \frac{۱/۵\times۱۰^{۱۱} m}{۴/۴\times۱۰^۷ m/s} \simeq ۳۴۰۰s \simeq ۱h$$

۳۱- گزینه‌ی ب پاسخ صحیح است.

می‌دانیم هر چه فاصله‌ی خوشه‌ای از مرکز کهکشان بیشتر باشد، آن خوشه جوان‌تر است و هر چه خوشه جوان‌تر باشد جرمش بیشتر است و با سرعت بیشتری جرم از دست می‌دهد.

۳۲- گزینه‌ی ج پاسخ صحیح است.

چون فاصله‌ی زاویه‌ای ستاره از مرکز کهکشان بسیار کم است، می‌توان فرض کرد که این ستاره تحت گرانش جرم مرکز کهکشان حرکت می‌کند؛ از مدول فاصله داریم:

$$m - M = -۵ + ۵\log d^{pc} \rightarrow d = ۱۰^{\frac{۳۱+۵}{۵}} pc \simeq ۱/۶\times۱۰^۷ pc \rightarrow d \simeq ۴/۹\times۱۰^{۲۳} m$$

شعاع مدار ستاره:

$$\theta^{\text{rad}} = \frac{r}{d} \Rightarrow r = \theta^{rad} d \Rightarrow r = \frac{۰/۱\times\pi}{۳۶۰۰\times۱۸۰}\times۴/۹\times۱۰^{۲۳} m = ۲/۴\times۱۰^{۱۷} m$$

دوره تناوب مداری ستاره:

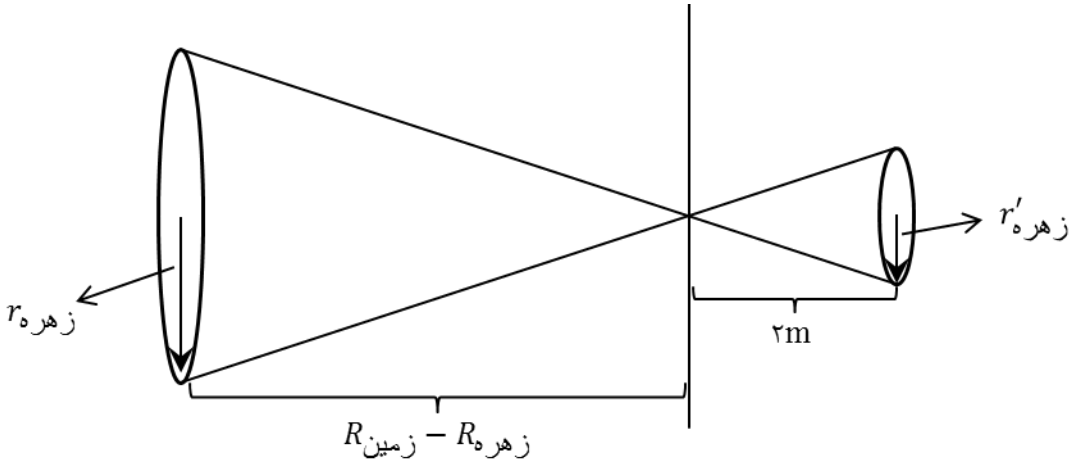
$$T = \frac{۲\pi r}{v} = \frac{۲\pi\times۲/۴\times۱۰^{۱۷} m}{۱۰۰۰\times۱۰^۳ m/s} = ۱/۵\times۱۰^{۱۲} s$$

$$T^۲ = \frac{۴\pi^۲}{GM}r^۳ \rightarrow M = \frac{۴\pi^۲}{GT^۲}r^۳ = \frac{۴\pi^۲(۲/۴\times۱۰^{۱۷})^۳}{۶/۶۷\times۱۰^{-۱۱}\times(۱/۵\times۱۰^{۱۲})^۲} \simeq ۴\times۱۰^{۳۹} kg$$

در متن سؤال به جرم مرکز کهکشان اشاره شده ولی از آنجا که در بیشتر متون آکادمیک اخترفیزیک از جرم اجسام آسمانی با مرتبه‌ی جرم خورشید یاد می‌شود و به نظر می‌رسد که در این سؤال تأکید مؤکد بر جرم مرتبه‌ی خورشید فراموش‌شده است لذا با توجه به گزینه‌ها داریم::

$$\frac{M}{M_\odot} = \frac{۴\times۱۰^{۳۹} kg}{۲\times۱۰^{۳۰} kg} = ۲\times۱۰^۹ kg$$

۳۳- گزینه‌ی الف پاسخ صحیح است.



$$\frac{r'_{\text{زهره}}}{r_{\text{زهره}}} = \frac{۲m}{R_{\text{زمین}} - R_{\text{زهره}}} \rightarrow r'_{\text{زهره}} = \frac{۲r_{\text{زهره}}}{R_{\text{زمین}} - R_{\text{زهره}}} \rightarrow r'_{\text{زهره}} = \frac{۲ \times ۶/۰۵ \times ۱۰^{۶} m}{(۱ - ۰/۷۲) Au} \simeq ۳ \times ۱۰^{-۴} m = ۰/۳ mm$$

جواب باید از مرتبه $۱۰^{-۱} mm$ باشد.

۳۴- گزینه‌ی الف پاسخ صحیح است.

با استفاده از نمودارها می‌توان جرم و شعاع ستاره‌ها را به دست آورد؛ در حالت کلی داریم: $L = ۴\pi R^{۲} \sigma T^{۴} \rightarrow R = \sqrt{\frac{L}{۴\pi\sigma T^{۴}}}$

برای ستاره B0 داریم: $\log \frac{L_۱}{L_\odot} = ۴ \ , \ T_۱ \simeq ۲۵۰۰۰ K \ , \ \log \frac{M_۱}{M_\odot} = ۱/۲۵$

برای ستاره M7 داریم: $\log \frac{L_۲}{L_\odot} = -۲/۶ \ , \ T_۲ \simeq ۳۰۰۰ K \ , \ \log \frac{M_۲}{M_\odot} = -۰/۵$

به‌راحتی جرم دو ستاره به دست می‌آید:

$$(I) \ \log \frac{M_۱}{M_\odot} = ۱/۲۵ \rightarrow ۱۰^{۱/۲۵} = \frac{M_۱}{M_\odot} \rightarrow M_۱ = ۱۰^{۱/۲۵} M_\odot = ۳/۵۴ \times ۱۰^{۳۰} kg$$

$$(II) \ \log \frac{M_۲}{M_\odot} = -۰/۵ \rightarrow ۱۰^{-۰/۵} = \frac{M_۲}{M_\odot} \rightarrow M_۲ = ۱۰^{-۰/۵} M_\odot = ۶/۳ \times ۱۰^{۲۹} kg$$

و برای شعاع‌ها و حجم‌هایشان داریم:

$$(III) \quad \log \frac{L_۱}{L_\odot} = ۴ \rightarrow L_۱ = ۱۰^{۴} L_\odot \rightarrow R_۱ = \sqrt{\frac{L_۱}{۴\pi\sigma T_۱^{۴}}} = ۳/۷ \times ۱۰^{۹} m \rightarrow V_۱ = \frac{۴}{۳}\pi R^{۳} = ۲/۱۵ \times ۱۰^{۲۹} m^{۳}$$

$$(IV) \quad \log \frac{L_۲}{L_\odot} = -۲/۶ \rightarrow L_۲ = ۱۰^{-۲/۶} L_\odot \rightarrow R_۲ = \sqrt{\frac{L_۲}{۴\pi\sigma T_۲^{۴}}} = ۱/۳ \times ۱۰^{۸} m \rightarrow V_۲ = ۹/۱ \times ۱۰^{۲۴} m^{۳}$$

$$(I),(III) \rightarrow \rho_۱ = \frac{M_۱}{V_۱} = \frac{۳/۵۴ \times ۱۰^{۳۰}}{۲/۱۵ \times ۱۰^{۲۹}} \frac{kg}{m^{۳}} \simeq ۰/۲ \frac{gr}{cm^{۳}}$$

$$(II),(IV) \rightarrow \rho_۲ = \frac{M_۲}{V_۲} = \frac{۶/۳ \times ۱۰^{۲۹}}{۹/۱ \times ۱۰^{۲۴}} \frac{kg}{m^{۳}} \simeq ۶۹ \frac{gr}{cm^{۳}}$$

۳۵- ماخ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

(I) $h = vr$

(II) $v = \frac{۲\pi r}{T}$

(III) $T^۲ = \frac{۴\pi^۲}{GM_\oplus} r^۳ \rightarrow T^۲ = Kr^۳$

(III) $\rightarrow T^۲ = Kr^۳ \rightarrow T = \sqrt{Kr^۲}$

(II) $\rightarrow v = \frac{۲\pi r}{T} = \frac{۲\pi r}{\sqrt{Kr^۳}} = \frac{\sqrt{Kr^۳} \times ۲\pi r}{Kr^۳}$

(I) $\rightarrow h = vr = \frac{\sqrt{Kr^۳} \times ۲\pi r}{Kr^۳} \times r$

$= \frac{(\sqrt{Kr}) \times ۲\pi r^۳}{Kr^۳} = \frac{۲\pi}{\sqrt{K}} \times \sqrt{r} \rightarrow h = K'\sqrt{r}$ (IV)

طبق رابطه (IV) وقتی فاصله ماه از زمین زیاد شود، تکانه‌ی زاویه‌ای نیز زیاد می‌شود.