



جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش



مبارزه علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست و جو و کشف واقعیت هاست. «ام خمینی (ره)»

اینجانب (شرکت کننده) این دفترچه را به صورت کامل (۱۱ برگه با احتساب جلد) دریافت نمودم امضاء

اینجانب (منشی حوزه) تعداد برگه (با احتساب جلد) دریافت نمودم امضاء

دفترچه سوالات سی و سومین دوره المپیاد کامپیوتر - روز دوم

تاریخ: ۱۴۰۲/۰۲/۱۳ - ساعت: ۸:۰۰ مدت: ۳۰۰ دقیقه



شماره صندلی

.....

تایید کمیته علمی

شماره پرونده: .

کد ملی: .

نام پدر: ----

نام مدرسه: ----

استان: ----

منطقه: ----

پایه تحصیلی: ----



حوزه: ----

توضیحات مهم

- این پاسخ نامه به صورت نیمه کامپیوتری تصحیح می شود، بنابراین از مجاله و کثیف کردن آن جداً خودداری نمایید.
- مشخصات خود را با اطلاعات بالای هر صفحه تطبیق دهید. در صورتی که حتی یکی از صفحات پاسخ نامه با مشخصات شما هم خوانی ندارد، بلافاصله مراقبین را مطلع نمایید.
- پاسخ هر سوال را در محل تعیین شده خود بنویسید. چنانچه همه یا قسمتی از جواب سوال را در محل پاسخ سوال دیگری بنویسید، به شما نمره ای تعلق نمی گیرد.
- با توجه به این که برگه های پاسخ نامه به نام شما صادر شده است، امکان ارائه هیچ گونه برگه اضافه وجود نخواهد داشت. لذا توصیه می شود ابتدا سوالات را در برگه چرک نویسی، حل کرده و آن گاه در پاسخ نامه پاک نویس نماید.
- عملیات تصحیح توسط مصححین، پس از قطع سربرگ، به صورت ناشناس انجام خواهد شد. لذا از درج هر گونه نوشته یا علامت مشخصه که نشان دهنده صاحب برگه باشد، خودداری نمایید، در غیر این صورت تقلب محسوب شده و در هر مرحله ای که باشید از ادامه حضور در المپیاد محروم خواهید شد.
- از مخدوش کردن صفحه ها و بارکدها خودداری کنید، در غیر این صورت برگه شما تصحیح نخواهد شد.
- همراه داشتن هر گونه کتاب، جزوه، یادداشت و لوازم الکترونیکی نظیر تلفن همراه، ساعت هوشمند، دستبند هوشمند و لپ تاب ممنوع است همراه داشتن این قبیل وسایل حتی اگر از آن استفاده نکند یا خاموش باشد تقلب محسوب خواهد شد.
- سوالات ترتیب خاصی ندارند و لزوماً از ساده به سخت نیستند. شخصیت و داستان سوالات ربطی به حل سوالات ندارند و صرفاً جنبه طنز دارند.
- شرکت کنندگان در دوره تابستانی از بین دانش آموزان پایه دهم و یازدهم انتخاب می شوند.
- تصحیح برگه آزمون روز دوم، مشروط به کسب حد نصاب مورد نظر کمیته علمی در آزمون تستی روز اول مرحله دوم دارد.
- دفترچه سوال به همراه دفترچه پاسخ نامه باید به مسئول مربوطه تحویل شود.

در صورت لزوم از این

صفحه به عنوان چرک

نویس استفاده کنید

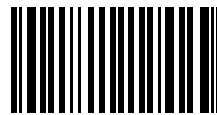
مطالب این صفحه

تحت هیچ شرایطی

تصحیح نخواهد شد



نام : ---
نام خانوادگی : ---
کد ملی : ---



سازمان ملی پرورش استعداد های درخشان

سوال اول: چرخش ۱۸ نمره

عمل چرخش روی جایگشت $P = \langle P_1, P_2, \dots, P_{1402} \rangle$ از اعداد ۱ تا ۱۴۰۲ به این صورت تعریف می‌شود که عدد طبیعی i را انتخاب می‌کنیم (که $1 \leq i \leq 1402$) و جایگشت P را از جایگاه i ام می‌شکنیم تا دو زیرجایگشت $A = \langle P_1, P_2, \dots, P_i \rangle$ و $B = \langle P_{i+1}, P_{i+2}, \dots, P_{1402} \rangle$ ایجاد شوند؛ سپس جایگشت P را با یکی از جایگشت‌های زیر جایگزین می‌کنیم:

$$\begin{aligned} B.A &= \langle P_{i+1}, P_{i+2}, \dots, P_{1402}, P_1, P_2, \dots, P_i \rangle \quad \bullet \\ A.\bar{B} &= \langle P_1, P_2, \dots, P_i, P_{1402}, P_{1401}, \dots, P_{i+1} \rangle \quad \bullet \\ \bar{A}.B &= \langle P_i, P_{i-1}, \dots, P_1, P_{i+1}, P_{i+2}, \dots, P_{1402} \rangle \quad \bullet \end{aligned}$$

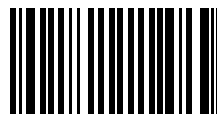
جایگشت آغازینی از اعداد ۱ تا ۱۴۰۲ داده شده است. هدف، منظم کردن جایگشت است؛ به این معنی که با استفاده از تعدادی عمل چرخش به یکی از جایگشت‌های $\langle 1, 2, \dots, 1402 \rangle$ یا $\langle 1, 1401, \dots, 1402 \rangle$ برسیم.

الف) نشان دهید هر جایگشت آغازینی را می‌توان با حداکثر ۲۸۰۰ بار استفاده از عمل چرخش، منظم کرد (۹ نمره).

ب) نشان دهید جایگشت آغازینی وجود دارد که نمی‌توان آن را با حداکثر ۱۴۰۰ بار استفاده از عمل چرخش، منظم کرد (۹ نمره).



نام : ---
نام خانوادگی : ---
کد ملی : ---



سازمان ملی پرورش استعداد های درخشان

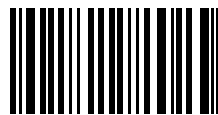
پاسخ سوال ۱

از نوشتن جواب سوالات دیگر در قسمت تعیین شده برای این سوال خودداری کنید در غیر این صورت، پاسخ داده شده تصحیح نخواهد شد

A large rectangular area with horizontal dotted lines for writing the answer to Question 1.



نام : ---
نام خانوادگی : ---
کد ملی : ---



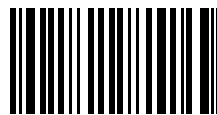
سازمان ملی پرورش استعداد های درخشان

ادامه پاسخ سوال ۱ از نوشتن جواب سوالات دیگر در قسمت تعیین شده برای این سوال خودداری کنید در غیر این صورت، پاسخ داده شده تصحیح نخواهد شد

Blank area for writing answers.



نام : ---
نام خانوادگی : ---
کد ملی : ---



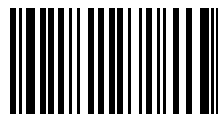
سازمان ملی پرورش استعداد های درخشان

ادامه پاسخ سوال ۱ از نوشتن جواب سوالات دیگر در قسمت تعیین شده برای این سوال خودداری کنید در غیر این صورت، پاسخ داده شده تصحیح نخواهد شد

Blank area for writing answers.



نام : ---
نام خانوادگی : ---
کد ملی : ---



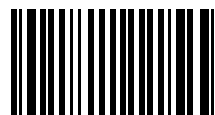
سازمان ملی پرورش استعداد های درخشان

ادامه پاسخ سوال ۱ از نوشتن جواب سوالات دیگر در قسمت تعیین شده برای این سوال خودداری کنید در غیر این صورت، پاسخ داده شده تصحیح نخواهد شد

Blank area for writing answers.



نام : ---
نام خانوادگی : ---
کد ملی : ---



سازمان ملی پرورش استعداد های درخشان

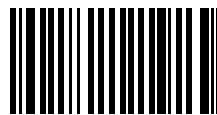
سوال دوم: دستگاه درختیاب ۱۸ نمره

درختی ۱۴۰۲ رأسی با مجموعه رأس های $\{v_1, v_2, \dots, v_{1402}\}$ داریم که از یال های آن اطلاع نداریم. دستگاهی داریم که به کمک آن می خواهیم یال های درخت را بفهمیم. در هر مرحله، می توانیم دو رأس دل خواه v_i و v_j را به عنوان ورودی به دستگاه بدهیم و به ازای هر یک از این دو رأس ورودی، مطلع شویم کدام رأس های درخت می توانند به آن رأس برسند، بدون این که نیاز باشد از رأس دیگر ورودی عبور کنند. برای مثال، فرض کنید درخت، یک مسیر ۱۴۰۲ رأسی باشد که به ازای هر k (برای $1 \leq k \leq 1401$) رأس های v_k و v_{k+1} به هم یال داشته باشند؛ در این صورت، اگر رأس های v_3 و v_7 را به عنوان ورودی به دستگاه بدهیم، دستگاه اعلام می کند مجموعه رأس های $\{v_1, v_2, \dots, v_6\}$ می توانند بدون عبور از v_7 ، به v_3 برسند و همچنین، مجموعه رأس های $\{v_4, v_5, \dots, v_{1402}\}$ می توانند بدون عبور از v_3 ، به v_7 برسند.

نشان دهید کمینه ی تعداد مراحل مورد نیاز برای تشخیص کامل یال های درخت ۱۴۰۰ است. برای اثبات این موضوع، ابتدا باید روشی ارائه دهید که بتواند یال های هر درختی را با حداکثر ۱۴۰۰ مرحله به طور کامل تشخیص دهد و درستی روش خود را نیز ثابت کنید؛ سپس باید نشان دهید روشی وجود ندارد که بتواند یال های هر درختی را با کمتر از ۱۴۰۰ مرحله به طور کامل تشخیص دهد.



نام : ---
نام خانوادگی : ---
کد ملی : ---



سازمان ملی پرورش استعداد های درخشان

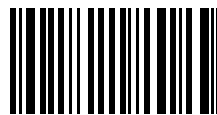
پاسخ سوال ۲

از نوشتن جواب سوالات دیگر در قسمت تعیین شده برای این سوال خودداری کنید در غیر این صورت، پاسخ داده شده تصحیح نخواهد شد

Blank area for writing the answer to Question 2.



نام : ---
نام خانوادگی : ---
کد ملی : ---



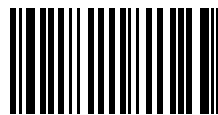
سازمان ملی پرورش استعداد های درخشان

ادامه پاسخ سوال ۲ از نوشتن جواب سوالات دیگر در قسمت تعیین شده برای این سوال خودداری کنید در غیر این صورت، پاسخ داده شده تصحیح نخواهد شد

Blank area for writing answers.



نام : ---
نام خانوادگی : ---
کد ملی : ---



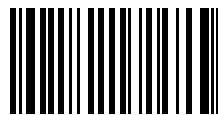
سازمان ملی پرورش استعداد های درخشان

ادامه پاسخ سوال ۲ از نوشتن جواب سوالات دیگر در قسمت تعیین شده برای این سوال خودداری کنید در غیر این صورت، پاسخ داده شده تصحیح نخواهد شد

Blank area for writing answers.



نام : ---
نام خانوادگی : ---
کد ملی : ---



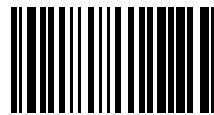
سازمان ملی پرورش استعداد های درخشان

ادامه پاسخ سوال ۲ از نوشتن جواب سوالات دیگر در قسمت تعیین شده برای این سوال خودداری کنید در غیر این صورت، پاسخ داده شده تصحیح نخواهد شد

A large rectangular area with horizontal dotted lines for writing answers.



نام : ---
نام خانوادگی : ---
کد ملی : ---



سازمان ملی پرورش استعدادهای درخشان

سوال سوم: ستاره‌بازی ۲۲ نمره

به گراف ساده‌ای که دور نداشته باشد، **جنگل** می‌گوییم. همچنین گراف **ستاره**، درختی است که در آن، یک رأس به همه‌ی رأس‌های دیگر یال داشته باشد.

برای هر عدد طبیعی n ، مقدار $f(n)$ را کمترین عدد طبیعی x ای تعریف می‌کنیم که بتوان یال‌های گراف کامل n رأسی را به x جنگل افراز کرد، طوری که هر کدام از این جنگل‌ها، اجتماع تعدادی ستاره باشند. برای مثال $f(6) = 4$ است. مقدار $f(1402)$ را بیابید.

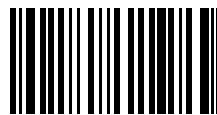
برای حل این سوال:

- ابتدا باید مقدار $f(1402)$ را ارائه کنید. (۲ نمره)
- سپس اگر پاسخ شما برابر x است، باید نشان دهید که می‌توان یال‌های گراف کامل 1402 رأسی را به x جنگل با شرایط گفته شده افراز کرد. (۱۲ نمره، در صورت درستی x و درستی روش ارائه شده)
- در انتها اگر پاسخ شما برابر x است، باید نشان دهید که نمی‌توان یال‌های گراف کامل 1402 رأسی را به $x - 1$ جنگل با شرایط گفته شده افراز کرد. (۸ نمره، در صورت درستی x و درستی اثبات ارائه شده)





نام : ---
نام خانوادگی : ---
کد ملی : ---



سازمان ملی پرورش استعداد های درخشان

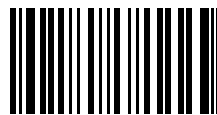
پاسخ سوال ۳

از نوشتن جواب سوالات دیگر در قسمت تعیین شده برای این سوال خودداری کنید در غیر این صورت، پاسخ داده شده تصحیح نخواهد شد

Blank area for writing the answer to question 3.



نام : ---
نام خانوادگی : ---
کد ملی : ---



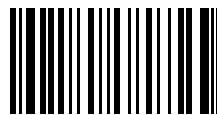
سازمان ملی پرورش استعداد های درخشان

ادامه پاسخ سوال ۳ از نوشتن جواب سوالات دیگر در قسمت تعیین شده برای این سوال خودداری کنید در غیر این صورت، پاسخ داده شده تصحیح نخواهد شد

Blank area for writing answers.



نام : ---
نام خانوادگی : ---
کد ملی : ---



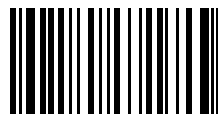
سازمان ملی پرورش استعدادهای درخشان

ادامه پاسخ سوال ۳ از نوشتن جواب سوالات دیگر در قسمت تعیین شده برای این سوال خودداری کنید در غیر این صورت، پاسخ داده شده تصحیح نخواهد شد

Blank area for writing answers.



نام : ---
نام خانوادگی : ---
کد ملی : ---



سازمان ملی پرورش استعداد های درخشان

ادامه پاسخ سوال ۳ از نوشتن جواب سوالات دیگر در قسمت تعیین شده برای این سوال خودداری کنید در غیر این صورت، پاسخ داده شده تصحیح نخواهد شد

Blank area for writing answers.



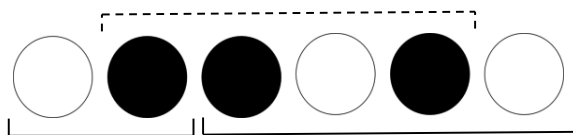
نام : ---
نام خانوادگی : ---
کد ملی : ---



سازمان ملی پرورش استعداد های درخشان

سوال چهارم: توپ‌های سیاه و سفید ۲۲ نمره

به چیدن n توپ سفید و n توپ سیاه در یک ردیف، چینش می‌گوییم. یک زیردنباله‌ی متوالی ناتهی از توپ‌ها در یک چینش را زیر رشته می‌نامیم. یک زیر رشته متوازن است اگر تعداد توپ‌های سفید و سیاه در آن برابر باشد. ارزش یک چینش را برابر با تعداد اعضای مجموعه‌ی طول‌های زیر رشته‌های متوازن آن تعریف می‌کنیم. برای مثال، فرض کنید $n = 3$ و رنگ توپ‌ها در چینش، مطابق شکل زیر باشد. در این چینش، زیر رشته‌ی تشکیل شده از چهار توپ ابتدایی (از راست به چپ) و زیر رشته‌ی تشکیل شده از دو توپ انتهایی، دو نمونه از زیر رشته‌های متوازن هستند. در مقابل، زیر رشته‌ی تشکیل شده از چهار توپ وسط (همه‌ی توپ‌ها به جز توپ ابتدایی و توپ انتهایی) متوازن نیست. پس مجموعه‌ی طول‌های زیر رشته‌های متوازن در این چینش $\{2, 4, 6\}$ است و در نتیجه، ارزش این چینش ۳ می‌شود.

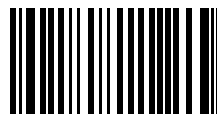


الف) برای $n = 1402$ ، نشان دهید چینی وجود دارد که ارزش آن از 702 بیشتر نیست. (۸ نمره)

ب) برای $n = 1402$ ، ثابت کنید ارزش هر چینی حداقل 702 است. (۱۴ نمره)
نکته: اگر ثابت کنید ارزش هر چینش حداقل 38 است، ۶ نمره از بخش (ب) را دریافت می‌کنید.



نام : ---
نام خانوادگی : ---
کد ملی : ---



سازمان ملی پرورش استعدادهای درخشان

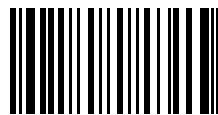
پاسخ سوال ۴

از نوشتن جواب سوالات دیگر در قسمت تعیین شده برای این سوال خودداری کنید در غیر این صورت، پاسخ داده شده تصحیح نخواهد شد

Blank area for writing the answer to Question 4.



نام : ---
نام خانوادگی : ---
کد ملی : ---



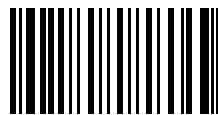
سازمان ملی پرورش استعداد های درخشان

ادامه پاسخ سوال ۴ از نوشتن جواب سوالات دیگر در قسمت تعیین شده برای این سوال خودداری کنید در غیر این صورت، پاسخ داده شده تصحیح نخواهد شد

Blank area for writing answers.



نام : ---
نام خانوادگی : ---
کد ملی : ---



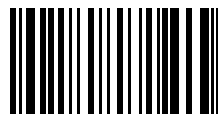
سازمان ملی پرورش استعداد های درخشان

ادامه پاسخ سوال ۴ از نوشتن جواب سوالات دیگر در قسمت تعیین شده برای این سوال خودداری کنید در غیر این صورت، پاسخ داده شده تصحیح نخواهد شد

Blank area for writing answers.



نام : ---
نام خانوادگی : ---
کد ملی : ---



سازمان ملی پرورش استعداد های درخشان

ادامه پاسخ سوال ۴ از نوشتن جواب سوالات دیگر در قسمت تعیین شده برای این سوال خودداری کنید در غیر این صورت، پاسخ داده شده تصحیح نخواهد شد

Blank area for writing answers.