



دفترچه سوالات  
مرحله دوم (روز دوم)  
بیست و دومین دوره المپیاد کامپیوتر سال ۱۳۹۰

مدت آزمون (دقیقه)	تعداد سوالات	
	مسأله‌های تشریحی	سوالات چند گزینه‌ای
۱۸۰	۴	-

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

توضیحات مهم

تذکرات آزمون:

ضمن آرزوی موفقیت برای شما دانش‌پژوه گرامی، خواهشمند است قبل از پاسخ به سؤالات آزمون به موارد زیر توجه کنید:

- این آزمون شامل ۴ مسأله‌ی تشریحی و وقت آن ۱۸۰ دقیقه است.
- استفاده از ماشین حساب در این آزمون غیر مجاز است.
- همراه داشتن تلفن همراه (حتی خاموش) در طول زمان آزمون مجاز نیست.
- فقط داوطلبانی می‌توانند دفترچه‌ی سؤالات را با خود ببرند که تا پایان آزمون در جلسه حضور داشته باشند.
- انتشار و بازتولید این سوالات توسط کمیته‌ی اجرایی ماخ انجام شده است.

### ۱- مرتب سازی (۲۰ نمره)

دنباله  $A$  شامل  $n^2$  عدد طبیعی، داده شده است. می‌دانیم هر یک از اعداد ۱ تا  $n$  دقیقاً  $n$  بار در این دنباله آمده‌اند. می‌خواهیم این دنباله را به صورت صعودی مرتب کنیم. در هر مرحله می‌توان  $n$  عضو این دنباله را انتخاب کرده و آن‌ها را به یک ترتیب دلخواه در مکان‌های قبلی‌شان نوشت. می‌خواهیم در کمترین تعداد مرحله، دنباله را مرتب کنیم. به عنوان مثال، دنباله زیر در ۲ مرحله مرتب می‌شود:

$$\langle 1, 1, 2, 3, 2, 3, 2, 3, 1 \rangle \Rightarrow \langle 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3 \rangle \Rightarrow \langle 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3 \rangle$$

ثابت کنید هر دنباله دلخواه  $A$  را می‌توان در حداکثر  $n + 1$  مرحله مرتب کرد.

### ۲- جاده‌ها (۲۵ نمره)

کشور آتلانتیس دارای  $2n$  شهر است که هر دو شهر با یک جاده (خاکی یا آسفالت) مستقیم به یکدیگر متصل هستند. یک روز، وزارت راه این کشور که سابقه طولانی در اتخاذ تصمیم‌های عجیب و غریب دارد، تصمیم می‌گیرد تا شهرهای کشور را به دو استان (نه لزوماً با تعداد شهرهای برابر) تقسیم کند. این تصمیم باید طوری اجرایی شود که هر جاده میان دو شهر در یک استان آسفالت باشد. برای انجام این هدف، وزارت راه در نظر دارد هر روز  $n$  جاده که هیچ دو جاده‌ای به یک شهر منتهی نیستند را انتخاب کرده و تمامی جاده‌های خاکی انتخاب شده را آسفالت و تمامی جاده‌های آسفالت انتخاب شده را خاکی کند. با فرض این که نوع جاده‌ها در روز آغازین دلخواه هستند، آیا وزارت راه موفق می‌شود کشور را به دو استان با شرایط گفته شده تقسیم کند؟

### ۳- خرگوش نامرئی (۲۵ نمره)

۱۳۹۱ سکو در یک ردیف قرار دارند و یک خرگوش نامرئی روی یکی از سکوها نشسته است. می‌خواهیم این خرگوش را شکار کنیم. در هر مرحله می‌توانیم به یکی از این سکوها شلیک کنیم. اگر خرگوش روی سکویی که به آن شلیک شده نشسته باشد، شکار می‌شود؛ در غیر این صورت به علت ترس از صدای تیراندازی، روی یکی از دو سکوی مجاورش (در صورت وجود) می‌پرد. روشی برای تیراندازی‌ها ارائه دهید که مطمئن باشیم بعد از حداکثر ۱۰۰۰۰ شلیک، خرگوش حتماً شکار می‌شود.

### ۴- رایانه باستانی (۳۰ نمره)

باستان‌شناسان در زمان حفاری شهر باستانی آتلانتیس به یک رایانه باستانی برخوردند که در عین سادگی دارای توانایی‌های بسیاری بود. بعد از انجام بررسی‌های اولیه مشخص شد که این رایانه برای انجام محاسبات، اعداد را به صورت نمایش در مبنای ۲ و در رشته‌های به طول ۳۲ از ارقام ۰ و ۱ نگهداری می‌کند. به هر یک از ارقام ۰ و ۱ در نمایش دودویی، یک بیت



بعد از انجام تحقیقات مرحله دوم مشخص شد که این رایانه دارای یک دستور عجیب نیز هست که تعداد بیت‌های در اندیس‌های زوج یک عدد که دارای مقدار ۱ هستند را در یک خانه حافظه ذخیره می‌کند. برای استفاده از این دستور باید به شکل زیر عمل کرد:

CNT a, b

بعد از اجرای این دستور، تعداد بیت‌های ۱ در اندیس‌های زوج عدد در حافظه b (یا عدد ثابت b) در خانه حافظه a ذخیره می‌شود. به عنوان مثال بعد از اجرای برنامه زیر، عدد ۲ در متغیر Z ذخیره می‌شود، زیرا بیت‌های  $a_1$  و  $a_4$  دارای مقدار ۱ خواهند بود:

ADD a, 00000002, 00000005

CNT z, a

توجه: در هر قسمت ابتدا برنامه خود را نوشته و سپس آن را در چند سطر توضیح دهید.

**الف)** برنامه‌ای بنویسید که با استفاده از ۴ دستور، تعداد بیت‌های با مقدار ۱ عددی را که در حافظه a ذخیره شده است را در حافظه Z ذخیره کند.

**ب)** اولین برنامه‌ای که برای این کامپیوتر کشف شد، برنامه‌ای بود که تعداد تکرارهای رشته ۰۱ را در نمایش دودویی عددی که در حافظه a ذخیره شده است، به شرطی که ۰ در یک اندیس فرد و ۱ در یک اندیس زوج آمده باشد را محاسبه و در حافظه Z ذخیره می‌کرد. به عنوان مثال اگر عدد درون حافظه a برابر DDABCDEF باشد، این مقدار برابر ۳ است.

$a = 11011101101010111100110111101111$

برنامه‌ای با حداکثر ۴ دستور بنویسید تا این کار را انجام دهد. برای برنامه خود شیوه کارکرد آن را در چند سطر توضیح دهید.

**پ)** بعد از کشف برنامه قسمت قبل، محققان برنامه‌ای را پیدا کردند که عملکرد دستور CNT را شبیه‌سازی می‌کرد. اما متأسفانه یک عدد در دستور آخر برنامه قابل خواندن نبود. این برنامه به شکل زیر است: (می‌توانید فرض کنید عدد درون حافظه a برابر ۵۵۵۵۵۵۵۵ نیست)

AND b, a, 55555555

SHR c, b, 00000002

ADD d, b, c

AND e, d, 33333333

MLT f, e, 11111111

SHR z, f, ...

عدد مربوط به مکان خالی را کامل کنید و راه حل خود را توضیح دهید.

موفق باشید!