



دخترچه سوارات و پاسخ نثریمی مرحله اول

ششمین دوره‌ی المپیاد کامپیوتر سال ۱۳۹۳

مدت آزمون (دقیقه)	تعداد سوالات	
	مسأله‌های تشریحی	سوالات چند گزینه‌ای
۲۰۰	۱۰	۳۰

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

توضیحات مهم

تذکرات آزمون:

ضمن آرزوی موفقیت برای شما دانش‌پژوه گرامی، خواهشمند است قبل از پاسخ به سوالات آزمون به موارد زیر توجه کنید:

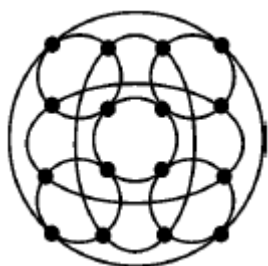
- این آزمون شامل ۳۰ سؤال چندگزینه‌ای، ۱۰ مسأله‌ی تشریحی و وقت آن ۲۰۰ دقیقه است.
- استفاده از ماشین حساب در این آزمون غیر مجاز است.
- همراه داشتن تلفن همراه (حتی خاموش) در طول زمان آزمون مجاز نیست.
- فقط داوطلبانی می‌توانند دفترچه‌ی سوالات را با خود ببرند که تا پایان آزمون در جلسه حضور داشته باشند.
- انتشار و بازتولید این سوالات توسط **کمیته‌ی اجرایی ماخ** انجام شده است.

۱- ۱۵ عدد گلوله با وزنهای دویبه دو متفاوت و سه ترازوی دوکفه‌ای سالم بدون وزنه داده شده‌اند. با استفاده از هر یک از این ترازوها می‌توان وزن دو گلوله را با هم مقایسه کرد. در هر مرحله می‌توان از تعدادی از ترازوها به طور هم‌زمان جهت توزین این گلوله‌ها استفاده کرد. با حداقل چه تعداد مراحل می‌توان سنگین‌ترین گلوله را مشخص کرد؟

- الف) ۵ ب) ۶ ج) ۹ د) ۱۳ ه) ۱۴

۲- ۱۶ کامپیوتر مطابق شکل به هم ارتباط داده شده‌اند. هر کامپیوتر می‌تواند در هر ثانیه یک فایل اطلاعاتی را به فقط یکی از کامپیوترهایی که به آن مربوط است، منتقل کند. برای این که یک فایل اطلاعاتی جدید که فقط

در یکی از کامپیوترها موجود است، به تمام کامپیوترها منتقل شود، حداقل چند ثانیه وقت لازم است؟



- الف) ۳ ثانیه ب) ۴ ثانیه ج) ۵ ثانیه د) ۶ ثانیه ه) بسته به این که فایل اولیه روی کدام کامپیوتر باشد زمان فرق می‌کند.

۳- فرض کنید $b_1 b_2 \dots b_{q-1} b_q$ نمایش عدد b در مبنای b باشد. عدد b بر ۳ بخش پذیر است اگر و تنها اگر:

الف) $b_1 = b_2 = 1$

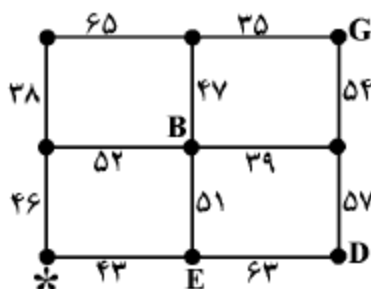
ب) مجموع b_i ها بر ۹ بخش پذیر باشد.

ج) مجموع b_i ها بر ۳ بخش پذیر باشد ولی بر ۹ بخش پذیر نباشد.

د) مقدار $b_1 - b_2 + b_3 - \dots$ صفر باشد.

ه) مقدار $b_1 - b_2 + b_3 - \dots$ بر ۳ بخش پذیر باشد.

۴- در کشوری ۹ شهر با نام‌های A تا I وجود دارد. بین این شهرها جاده‌هایی کشیده شده است. نقشه‌ی این جاده‌ها همراه با طول آن‌ها در شکل مقابل نشان داده شده است، ولی



متأسفانه نام ۵ تا از این شهرها از نقشه پاک شده است.

اطلاعات زیر را در مورد شهرها می‌دانیم:

- C و D دورترین شهرها هستند.
- کوتاه‌ترین فاصله‌ی بین B و C برابر با کوتاه‌ترین فاصله‌ی بین E و I است.
- کوتاه‌ترین فاصله‌ی بین H و F، یکی بیش‌تر از کوتاه‌ترین فاصله‌ی بین E و H است.
- کوتاه‌ترین فاصله‌ی بین A و B، دو برابر کوتاه‌ترین فاصله‌ی بین H و B است.

شهری که در شکل با ستاره مشخص شده است، کدام شهر است؟

- الف) A ب) C ج) F د) H ه) I

۵- می‌خواهیم مقدار دو متغیر A و B را با هم عوض کنیم. کدام یک از برنامه‌های زیر این کار را انجام می‌دهند؟

$A = A+B$

$A = A-B$

$A = A-B$

$B = A-B$ (ج)

$B = A-B$ (ب)

$B = A+B$ (الف)

$A = A+B$

$A = A-B$

$A = B-A$

$A = B$ (د)

$B = A$

(هـ) ۱ و ۳

۶- برای انجام یک پروژه می‌خواهیم ۶ دانش‌آموز را گروه‌بندی کنیم به طوری که هر گروه یا تک نفره یا شامل ۲ دانش‌آموز باشد. به چند طریق این کار ممکن است؟

(هـ) ۹۰

(د) ۳۵

(ج) ۱۹۶

(ب) ۶۴

(الف) ۷۶

۷- محمد متوجه شد که امسال سن او برابر مجموع رقم‌های سال تولد اوست. سن او در چه محدوده‌ای است؟

(هـ) ۳۱ تا ۳۶

(د) ۲۶ تا ۲۹

(ج) ۲۱ تا ۲۵

(ب) ۱۵ تا ۱۹

(الف) ۱۱ تا ۱۴

۸- در یک مسابقه‌ی فوتبال ۱۰ تیم شرکت کرده‌اند. هر دو تیم یک بار با هم مسابقه می‌دهند. هر برد دو امتیاز، هر مساوی یک امتیاز و هر باخت صفر امتیاز دارد. حداکثر اختلاف امتیاز برای دو تیم که رتبه‌های متوالی را کسب کرده‌اند چه قدر می‌تواند باشد؟

(هـ) ۱۸

(د) ۱۵

(ج) ۱۲

(ب) ۱۰

(الف) ۸

۹- عمل شماره‌ی یک از رشته‌ی $abcdef$ ، رشته‌ی $adbecf$ و عمل شماره‌ی دو از رشته‌ی $abcdef$ ، رشته‌ی $daebfc$ را تولید می‌کند. با استفاده‌ی پی‌درپی و دلخواه از این دو عمل و با شروع از رشته‌ی $abcdef$ کدام یک از رشته‌های زیر را نمی‌توان به دست آورد؟

(هـ) $fedcba$

(د) $efdcab$

(ج) $cabefd$

(ب) $fcbeda$

(الف) $dbafec$

۱۰- تعداد اعداد ۳ رقمی که مجموع ارقام آن‌ها برابر با ۱۵ باشد چه قدر است؟

(هـ) ۱۲۶

(د) ۹۰

(ج) ۷۳

(ب) ۱۲۵

(الف) ۶۹

۱۱- برای مقادیر صحیح $x \geq 0$ و $y \geq 0$ ، تابع $A(x,y)$ را به این صورت تعریف می‌کنیم:

$A(0, y) = y + 1$

$A(x + 1, 0) = A(x, 1)$

$A(x + 1, y + 1) = A(x, A(x + 1, y))$

مقدار $A(1, y)$ برای کلیه‌ی مقادیر نامنفی y چه قدر است؟

(هـ) هیچ‌کدام

(د) $2y + 3$

(ج) $y + 2$

(ب) $y + 1$

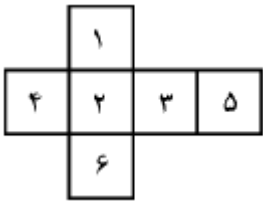
(الف) ۲

۱۲- تمام اعداد طبیعی را پشت سر هم نوشته‌ایم. ۱۳۷۵ امین رقم این دنباله چیست؟ (اعداد طبیعی از ۱ شروع می‌شوند).
 الف) ۳ ب) ۴ ج) ۵ د) ۶ ه) ۹

۱۳- در یک گردش دوستانه ۱۷۰ نفر شرکت دارند که وزن ۱۵۰ نفر آن‌ها ۵۰ کیلوگرم و وزن ۲۰ نفر آن‌ها ۱۰۰ کیلوگرم می‌باشد. آن‌ها می‌خواهند با استفاده از یک قایق که ظرفیت آن ۱۰۰ کیلوگرم است از یک رودخانه عبور کنند. حداقل چند بار باید قایق عرض رودخانه را طی کند تا همه‌ی آن‌ها به طرف دیگر رودخانه برسند؟
 الف) ۱۸۹ ب) ۱۹۰ ج) ۳۳۹ د) ۳۸۰ ه) ۳۷۹

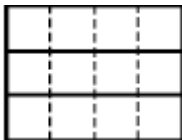
۱۴- تعداد ۵ نقطه را روی قطر یک نیم‌دایره و ۵ نقطه‌ی دیگر را روی کمان آن قرار داده‌ایم (نقاط روی گوشه‌ها قرار ندارند). به چند حالت می‌توان چهارضلعی‌ای تشکیل داد که رئوسش این نقاط باشند؟
 الف) ۲۰۰ ب) ۲۱۰ ج) ۲۰۵ د) ۱۵۵ ه) ۲۰۹

۱۵- یک تاس که شکل باز شده‌ی آن را می‌بینید، روی میز قرار دارد و علی و مجید دو طرف آن نشسته‌اند. علی دو وجه عمودی مجاور و وجه بالایی و مجید دو وجه عمودی دیگر و وجه بالایی را می‌بیند. مجموع اعدادی که علی می‌بیند برابر ۱۰ و مجموع اعدادی که مجید می‌بیند برابر ۱۴ است. عدد روی وجه پایین برابر است با:
 الف) ۲ ب) ۳ ج) ۴ د) ۵ ه) ۶



۱۶- خروجی برنامه‌ی زیر کدام است؟
 مقدار Sum را مساوی صفر قرار بده.
 به‌ازای هر I از ۱ تا ۱۳۷۵ کارهای زیر را انجام بده:
 به‌ازای هر J از ۱ تا I کار زیر را انجام بده:
 به مقدار Sum به اندازه‌ی I اضافه کن.
 رقم یکان Sum را چاپ کن.
 الف) ۱ ب) ۳ ج) ۵ د) ۷ ه) ۹

۱۷- یک تکه کاغذ به شکل مقابل در اختیار داریم:
 دو نفر با نام‌های A و B به این صورت بازی می‌کنند: A در نوبت خودش یک تکه کاغذ را انتخاب کرده، با یک برش مستقیم روی یکی از خطوطی که با نقطه چین مشخص شده‌اند، آن را به دو تکه تقسیم می‌کند. سپس B نیز در نوبت خود همین کار را با یکی از تکه‌های کاغذ و خطوطی که به صورت کامل (غیر



- نقطه چین) کشیده شده‌اند انجام می‌دهد. هر یک از بازیکنان که در نوبت خود نتواند بازی کند، بازنده محسوب می‌شود. کدام یک از گزاره‌های زیر درست‌تر است؟
- (الف) اگر A بازی را شروع کند، می‌تواند برنده شود.
- (ب) اگر B بازی را شروع کند، می‌تواند برنده شود.
- (ج) در هر صورت A می‌تواند برنده شود.
- (د) در هر صورت B می‌تواند برنده شود.
- (ه) هر بازیکنی که بازی را شروع کند می‌تواند برنده شود.

۱۸- در یک جلسه‌ی امتحان، m ردیف صندلی و در هر ردیف n صندلی قرار گرفته‌است. روی هر یک از صندلی‌ها یک دانش‌آموز نشسته است. در ابتدای امتحان هر دانش‌آموز با دانش‌آموز جلوی، عقب، سمت راست و سمت چپ خود (در صورت وجود) دست می‌دهد. اگر بدانیم که در مجموع ۱۴۸ بار عمل دست دادن انجام شده است، کدام یک از عددهای زیر می‌تواند برابر با تعداد دانش‌آموزان باشد؟

- (الف) ۳۶ (ب) ۶۴ (ج) ۸۴ (د) ۹۶ (ه) هیچ‌کدام

۱۹- کدام یک از عبارات منطقی زیر معادل با عبارت $(B \wedge \sim D) \vee (\sim C \wedge A D)$ است؟

- (الف) $(B \vee \sim C) \wedge (\sim D \vee D)$ (ب) $(B \vee \sim D) \wedge (C \vee D)$
- (ج) $(B \vee D) \wedge (\sim C \vee \sim D)$ (د) $(B \vee \sim D) \wedge (\sim C \vee D)$
- (ه) $(B \vee D) \wedge (C \vee \sim D)$

۲۰- a یک آرایه‌ی ۱۹۹۶ تایی است که اعداد ۱ تا ۱۹۹۶ به ترتیب در آن قرار دارند. بعد از اجرای پردازشی زیر مقدار درایه‌ی اول این آرایه چیست؟

- به ازای i از ۱ تا ۱۳۷۵ کارهای زیر را انجام بده:
- به ازای j از ۲ تا ۱۹۹۶ کار زیر را انجام بده:
- مقدار خانه‌های اول و jام را جابه‌جا کن.

- (الف) ۱۳۷۵ (ب) ۶۲۲ (ج) ۶۲۱ (د) ۱۹۹۶ (ه) ۱

۲۱- عبارات ریاضی را می‌توان به صورت دیگری هم نوشت: مثلاً $a+b$ را می‌توان به صورت $ab+$ و $a-b*c$ را به صورت $abc-*$ نوشت. این نوع نوشتاری عبارات را گونه‌ی پسوندی می‌گویند. تعریف گونه‌ی پسوندی عبارات به صورت زیر است.

در این تعریف یک عبارت فقط شامل متغیرهای تک حرفی و عملگرهای $+$ ، $-$ ، $*$ ، $/$ و $!$ (به معنی تغییر علامت) است.

• یک متغیر یک عبارت پسوندی است.

• اگر E یک عبارت پسوندی باشد، E! هم یک عبارت پسوندی است به معنی تغییر علامت E.

• اگر E و F دو عبارت پسوندی باشند، EF^* ، EF^+ ، EF^- و $EF/$ نیز عبارات پسوندی هستند. (به ترتیب یعنی انجام

عمل‌های تفریق، جمع، ضرب و تقسیم روی E و F)

کدام یک از عبارت‌های زیر عبارت پسوندی نیست؟

(ج) $abc! + d / ** e -$

(ب) $ab * !c / d + !$

(الف) $a!b!*cd + -$

(ه) $abcde! + - / *$

(د) $ab / c!! + d *$

-۲۲ ماگ با توجه به تعریف سوال قبل، عبارت پسوندی $abc!def^*/+/-$ معادل کدام عبارت زیر است که به صورت معمولی نوشته شده است؟

(ج) $\frac{a-b}{-c+d} / e * f$

(ب) $\frac{a-b}{-c + \frac{d}{e * f}}$

(الف) $a - \frac{b}{-c + \frac{d}{e * f}}$

(ه) $a - \frac{b}{-c + \frac{d}{e} * f}$

(د) $a - \frac{b}{\frac{-c+d}{e} * f}$

-۲۳ ماگ شکل مقابل را در نظر بگیرید:

فرض کنید که Π سنگ‌ریزه در اختیار داریم. این عمل‌ها را می‌توانیم با این سنگ‌ریزه‌ها انجام دهیم:

• یک سنگ‌ریزه روی یکی از نقاطی که در شکل با مربع نمایش داده شده‌اند بگذاریم.

• در صورتی که در مورد یکی از نقاطی که در شکل با دایره نمایش داده شده‌اند، روی تمام

نقاط پایین‌تر از آن که با استفاده از یک خط مستقیم به آن وصل شده‌اند، سنگ‌ریزه وجود داشته

باشد، می‌توانیم تمام سنگ‌ریزه‌های روی این نقاط پایین‌تر را برداریم و تنها یکی از آن‌ها را روی

آن نقطه قرار دهیم. از سنگ‌ریزه‌های برداشته شده می‌توان مجدداً استفاده کرد.

می‌خواهیم با استفاده از این اعمال یک سنگ‌ریزه روی نقطه‌ی بالایی قرار دهیم. کم‌ترین مقدار Π که برای آن بتوان این کار را

انجام داد برابر است با:

(ه) ۱۱

(د) ۶

(ج) ۴

(ب) ۳

(الف) ۲

-۲۴ ماگ دنباله‌های زیر را که از راست به چپ نوشته شده‌اند در نظر بگیرید:

این دنباله‌ها به این صورت ساخته شده‌اند: دنباله‌ی اول ۱ است. چون دنباله‌ی اول شامل یک «یک» است، دنباله‌ی دوم ۱، ۱

است. چون دنباله‌ی دوم شامل دو «یک» است، دنباله‌ی سوم ۱، ۲، ۱ است. چون دنباله‌ی سوم شامل یک «دو» و یک «یک» است،

دنباله‌ی چهارم ۱,۱,۲,۱ است. چون دنباله‌ی چهارم شامل یک «یک»، یک «دو» و دو «یک» متوالی است، دنباله‌ی پنجم ۱,۱,۲,۱,۱ است. و به همین صورت بقیه‌ی دنباله‌ها نیز ساخته می‌شوند.

- ۱
- ۱,۱
- ۱,۲
- ۱,۱,۲,۱
- ۱,۲,۲,۱,۱,۱
- ۱,۱,۲,۲,۱,۳

اولین دنباله‌ای که در آن عدد ۴ ظاهر می‌شود، دنباله‌ی شماره‌ی چند است؟

- الف) ۱۰ (ب) ۱۲ (ج) ۸ (د) ۱۶ (ه) هیچ کدام

۲۵- یک رشته از ۱۹۹۶ رقم، از سمت چپ با رقم ۶ شروع می‌شود. می‌دانیم که هر یک از عددهایی که با در نظر گرفتن دو رقم متوالی در این رشته به دست می‌آیند، بر ۱۷ و یا بر ۲۳ بخش پذیرند. آخرین رقم سمت راست این دنباله چند است؟

- الف) ۴ (ب) ۶ (ج) ۷ (د) ۸ (ه) ۹

۲۶- یک رشته‌ی مخصوص به این صورت تعریف می‌شود:

- a یک رشته‌ی مخصوص است.

- اگر S یک رشته‌ی مخصوص باشد، Sa و Sbb نیز رشته‌های مخصوص هستند.

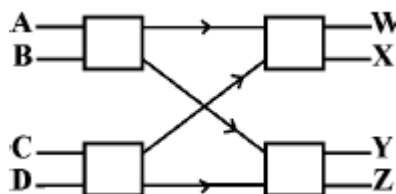
تعداد رشته‌های مخصوصی که دقیقاً از ۷ حرف تشکیل شده‌اند چند است؟

- الف) ۲ (ب) ۷ (ج) ۸ (د) ۱۳ (ه) ۱۲۸

۲۷- تعداد عددهای طبیعی چهاررقمی کوچک‌تر از ۱۳۷۵ که رقم‌های آن از چپ به راست صعودی هستند، مانند عددهای ۱۳۳۴ یا ۱۲۳۴ چند تا است؟

- الف) ۱۰۳ (ب) ۱۰۹ (ج) ۱۳۵ (د) ۳۳ (ه) ۲۴۳

۲۸- در شکل روبرو هر یک از مربع‌ها یک کلید است که می‌تواند دو وضعیت مختلف داشته باشد:



یا ورودی‌ها را به صورت مستقیم به خروجی انتقال دهد، و یا آن‌ها را جابه‌جا کند؛

یعنی ورودی بالا را به خروجی پایین بفرستد و ورودی پایین را به خروجی بالا.

از حالت‌های زیر کدام را می‌توان با تعیین وضعیت کلیدی کلیدها، به دست آورد؟

۱- A به B ، X به C ، Y به Z و D به W وصل باشد.

۲- A به B ، Y به C ، Z به W و X وصل باشد.

۳- A به B ، Z به C ، X به Y و D به W وصل باشد.

- الف) فقط ۱ (ب) فقط ۲ (ج) فقط ۳ (د) ۱ و ۳ (ه) ۲ و ۳

۲۹- فرض کنید که ۵ خانه با شماره‌های ۰ تا ۴ وجود دارند که در ابتدا همگی خالی هستند. الگوریتم زیر یک عدد i را در این جدول قرار می‌دهد:

۱- x را مساوی باقیمانده‌ی i بر ۵ قرار بده.

۲- اگر خانه‌ی x ام خالی است، i را در این خانه قرار بده. پایان.

۳- یکی به مقدار x اضافه کن.

۴- اگر $x = 5$ ، x را مساوی با ۰ قرار بده.

۵- به مرحله‌ی ۲ برگرد.

اگر با استفاده از الگوریتم فوق، به ترتیب عددهای ۱۳، ۸، ۲۴، ۱۰، ۳ را وارد این خانه‌ها کنیم، در انتها چه عددی در خانه‌ی دوم قرار گرفته است؟

الف) ۳

ب) ۸

ج) ۱۰

د) ۱۳

ه) ۲۴

۳۰- در نقشه‌ی روبه‌رو شهرها را با دایره و جاده‌های بین آن‌ها را با پاره‌خط نشان داده‌ایم. می‌خواهیم در تعدادی از شهرها مرکز کنترل ترافیک ایجاد کنیم به قسمی که به‌ازای هر جاده لااقل یکی از دو شهر متصل به آن دارای مرکز کنترل ترافیک باشد. حداقل تعداد مراکز لازم چند تا است؟



الف) ۴

ب) ۵

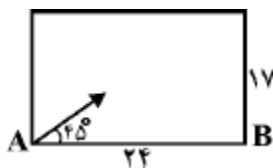
ج) ۶

د) ۷

۳۱- در نقشه‌ی مسئله‌ی ۳۰ حداکثر تعداد شهرهایی را که بین هیچ دو تایی از آن‌ها جاده‌ی مستقیم وجود ندارد با b و حداقل تعداد مراکز کنترل ترافیک را با a نشان می‌دهیم.

آیا می‌توان نقشه‌ای رسم کرد که در آن $a+b$ از تعداد شهرها بیش‌تر باشد؟

۳۲- از نقطه‌ی A واقع در گوشه‌ی جعبه‌ای به ابعاد ۱۷×۲۴ متر گلوله‌ای با زاویه‌ی ۴۵ درجه نسبت به اضلاع پرتاب می‌شود.



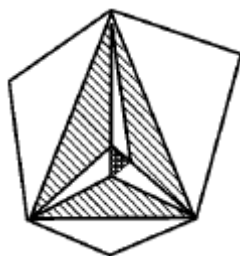
این گلوله در برخورد با هر ضلع مانند شعاع نور با همان زاویه‌ی برخورد منعکس می‌شود. با فرض این که سرعت گلوله ثابت و برابر $\sqrt{2}$ متر در ثانیه باشد، آیا گلوله در کم‌تر از ۵ دقیقه به نقطه‌ی B می‌رسد؟

۳۳- یک مثلث‌بندی، افزایشی از سطح یک n ضلعی به مثلث‌ها است به نحوی که برای هر دو مثلث یکی از حالات زیر برقرار باشد:

۱- دو مثلث دقیقاً در یک ضلع کامل مشترک باشند.

۲- دو مثلث دقیقاً در یک رأس مشترک باشند.

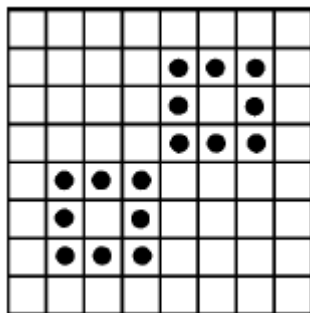
۳- دو مثلث هیچ اشتراکی نداشته باشند.



می‌خواهیم هر یک از این مثلث‌ها را با یکی از دو رنگ سیاه و سفید رنگ کنیم به نحوی که هر دو مثلث مشترک در یک ضلع، رنگ متفاوت داشته باشند و در ضمن اضلاع II ضلعی متعلق به مثلث‌های سفید باشند. به عنوان مثال در شکل بالا چنین مثلث‌بندی‌ای برای یک ۶ ضلعی داده شده است. آیا می‌توان یک مثلث‌بندی با شرایط فوق برای یک ۸ ضلعی ارائه داد؟

۳۴- سه نفر با نام‌های مجید، علی، و محمد برای قرعه‌کشی بین خودشان از روش زیر استفاده می‌کنند:

هر سه نفر به‌طور هم‌زمان عددی بین ۱ تا ۴ انتخاب می‌کنند. اگر باقی‌مانده‌ی تقسیم مجموع این سه عدد بر ۳ مساوی ۱، ۰ یا ۲ باشد به ترتیب مجید، علی و محمد برنده می‌شوند. آیا این قرعه‌کشی منصفانه است؟ (آیا احتمال برنده شدن هر سه نفر یکسان است؟)



۳۵- در صفحه‌ی مقابل تعداد ۱۶ مهره در خانه‌های مشخص شده قرار دارند. یک اسب در این صفحه به این صورت حرکت می‌کند که دو خانه در امتداد افقی (یا عمودی) و یک خانه در امتداد عمودی (یا افقی).

می‌خواهیم از یکی از خانه‌های بدون مهره با اسب شروع به حرکت کنیم و پس از ۱۶ بار حرکت هر ۱۶ مهره را توسط اسب بگیریم. هر بار که اسب در خانه‌ی با مهره فرود می‌آید آن مهره را می‌گیرد. آیا عمل فوق امکان‌پذیر است یا خیر؟

۳۶- آیا می‌توان ۶ گلوله را طوری در مرکز خانه‌های یک صفحه‌ی شطرنجی 3×3 قرار داد که هیچ سه گلوله‌ای در یک راستای افقی یا عمودی یا قطری نباشند؟

۳۷- آیا می‌توان یک جدول 5×5 را با عددهای صحیح به گونه‌ای پر کرد که مجموع همه‌ی عددها مثبت باشد، ولی مجموع هر ۴ عددی که تشکیل یک زیرجدول 2×2 می‌دهند منفی باشد؟

۳۸- آیا می‌توان با چسباندن چهار مربع 1×1 به هم، یک کاشی ساخت که با ۱۶ عدد از این کاشی‌ها نتوان یک اتاق 8×8 را فرش کرد؟

هر دو مربعی که به هم چسبیده باشند باید در تمام ضلع اشتراک داشته باشند، نه در قسمتی از آن.

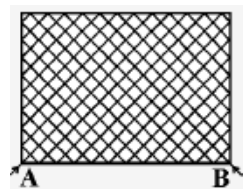
۳۹- ظرفی با گنجایش ۱۰ لیتر پر از شیر داریم. آیا می‌توان فقط به کمک یک ظرف ۷ لیتری و یک ظرف ۳ لیتری، ۵ لیتر شیر برداشت؟

۴۰- سالنی به مساحت ۷ متر مربع داریم. می‌خواهیم سه تکه موکت به اشکال دلخواه و هر یک به مساحت ۳ متر مربع سفارش دهیم. آیا می‌توان این سه تکه موکت را به گونه‌ای سفارش داد که بتوان طوری آن‌ها را در سالن پهن کرد که مساحت سطحی که هر دو موکت روی هم قرار گرفته‌اند اکیدا کم‌تر از یک متر مربع باشد؟

«پاسخنامه‌ی تشریحی»

۱	هـ د ج ب الف	۲۱	هـ د ب الف	۴۱	هـ د ج ب الف
۲	هـ د ج ب الف	۲۲	هـ د ج ب الف	۴۲	هـ د ج ب الف
۳	هـ د ج ب الف	۲۳	هـ د ج ب الف	۴۳	هـ د ج ب الف
۴	هـ د ج ب الف	۲۴	هـ د ج ب الف	۴۴	هـ د ج ب الف
۵	هـ د ج ب الف	۲۵	هـ د ج ب الف	۴۵	هـ د ج ب الف
۶	هـ د ج ب الف	۲۶	هـ د ج ب الف	۴۶	هـ د ج ب الف
۷	هـ د ج ب الف	۲۷	هـ د ج ب الف	۴۷	هـ د ج ب الف
۸	هـ د ج ب الف	۲۸	هـ د ج ب الف	۴۸	هـ د ج ب الف
۹	هـ د ج ب الف	۲۹	هـ د ج ب الف	۴۹	هـ د ج ب الف
۱۰	هـ د ج ب الف	۳۰	هـ د ج ب الف	۵۰	هـ د ج ب الف
۱۱	هـ د ج ب الف	۳۱	هـ د ج ب الف	۵۱	هـ د ج ب الف
۱۲	هـ د ج ب الف	۳۲	هـ د ج ب الف	۵۲	هـ د ج ب الف
۱۳	هـ د ج ب الف	۳۳	هـ د ج ب الف	۵۳	هـ د ج ب الف
۱۴	هـ د ج ب الف	۳۴	هـ د ج ب الف	۵۴	هـ د ج ب الف
۱۵	هـ د ج ب الف	۳۵	هـ د ج ب الف	۵۵	هـ د ج ب الف
۱۶	هـ د ج ب الف	۳۶	هـ د ج ب الف	۵۶	هـ د ج ب الف
۱۷	هـ د ج ب الف	۳۷	هـ د ج ب الف	۵۷	هـ د ج ب الف
۱۸	هـ د ج ب الف	۳۸	هـ د ج ب الف	۵۸	هـ د ج ب الف
۱۹	هـ د ج ب الف	۳۹	هـ د ج ب الف	۵۹	هـ د ج ب الف
۲۰	هـ د ج ب الف	۴۰	هـ د ج ب الف	۶۰	هـ د ج ب الف

۳۱- شهرها را به دسته A و B تقسیم می‌کنیم. B شامل شهرهایی است که بین هیچ دوتایی از آن‌ها جاده مستقیم وجود ندارد و تعداد آن‌ها حداکثر ممکن را دارد معلوم است که تعداد این شهرها برابر با b می‌باشد. اگر بخواهیم تعداد مراکز کنترل ترافیک حداقل باشد کافی است به تمام شهرهای دسته‌ی A مرکز کنترل ترافیک اختصاص دهیم. ضمناً لازم نیست به هیچ کدام از اعضای مجموعه‌ی B مرکزی اختصاص دهیم زیرا هر کدام از آن‌ها حداقل به یکی از اعضای مجموعه‌ی A مستقیماً جاده دارند (چون در غیر این صورت عضوی از A که به هیچ کدام از اعضای B جاده نداشته باشد باید جز مجموعه‌ی B قرار می‌گرفت). پس تعداد اعضای A حداکثر برابر با a می‌باشد. پس a+b از تعداد شهرها بیش‌تر نیست.



۳۲- برای این‌که گلوله به نقطه‌ی B برسد باید گلوله مسیر موربی شکل را طی کند. طول این مسیر برابر است با:

$$[۲ \ ۱ + ۲ + ۳ + ۴ + ۵ + ۶ + ۷ + ۸ + ۹ + ۱۰ + ۱۱ + ۱۲ + ۱۳ + ۱۴ + ۱۵ + ۱۶ + ۱۷] \times \sqrt{۲} = ۴۰۸\sqrt{۲}$$

پس گلوله در مدت ۴۰۸ ثانیه که بیش‌تر از ۵ دقیقه است به نقطه B می‌رسد.

۳۳- تعداد اضلاع مثلث‌های سفید از تعداد اضلاع مثلث‌های سیاه به اندازه‌ی تعداد اضلاع چندضلعی بیش‌تر است. برای یک ۸ ضلعی تعداد اضلاع مثلث‌های سفید ۸ واحد از تعداد اضلاع مثلث‌ها سیاه بیش‌تر است. چون هم تعداد اضلاع مثلث‌های سفید بر ۳ بخش پذیر است و هم تعداد اضلاع مثلث‌های سیاه پس این‌که اختلاف آن‌ها ۸ واحد باشد امکان پذیر نیست.

۳۴- مجموع سه عددی یکی از اعداد ۳، ۴، ...، ۱۲ می‌باشد. تعداد کل حالات برابر با $4 \times 4 \times 4$ یعنی ۶۴ حالت می‌باشد. تعداد حالاتی که مجموع اعداد انتخابی ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲ باشد به ترتیب برابر با ۱، ۳، ۶، ۱۰، ۱۲، ۱۲، ۱۰، ۶، ۳، ۱ می‌باشد. به عنوان مثال مجموع سه عدد انتخابی وقتی برابر با ۱۰ خواهد شد که یک از سه نفر عدد ۲ و دو نفر دیگر عدد ۴ را انتخاب کنند و یا یکی از آن‌ها عدد ۴ و دو نفر دیگر عدد ۳ را انتخاب کنند که مجموعاً ۶ حالت زیر می‌شود:

$$(2, 4, 4) - (4, 2, 4) - (4, 4, 2) - (4, 3, 3) - (3, 4, 3) - (3, 3, 4)$$

پس احتمال این‌که باقی مانده‌ی تقسیم مجموع سه عدد بر ۳ برابر با ۰ باشد عبارت است از احتمال این‌که مجموع سه عدد یکی از اعداد

$$3, 6, 9, 12 \text{ و } 12 \text{ باشد و آن احتمال برابر است با: } \frac{1}{64} + \frac{10}{64} + \frac{10}{64} + \frac{1}{64} = \frac{22}{64}$$

احتمال این‌که باقی مانده‌ی تقسیم مجموع سه عدد بر ۳ برابر با ۱ باشد عبارت است از احتمال این‌که مجموع سه عدد یکی از اعداد ۴، ۷ و ۱۰ باشد و آن برابر است با:

$$\frac{3}{64} + \frac{12}{64} + \frac{6}{64} = \frac{21}{64}$$

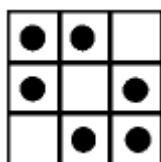
و بالاخره احتمال این‌که باقی مانده تقسیم مجموع عدد بر ۳ برابر با ۲ باشد عبارت است از احتمال این‌که مجموع سه عدد یکی از اعداد ۵، ۸ و ۱۱ باشد و آن برابر است با:

$$\frac{6}{64} + \frac{12}{64} + \frac{3}{64} = \frac{21}{64}$$

۳۵- کافی است مطابق جدول زیر مهره از خانه‌ی ۱ شروع کرده و به ترتیب در خانه‌های ۲، ۳، ...، ۱۷ فرود آید.

			۱۲	۱۷	۱۴	
			۱۵		۱۱	
			۱۰	۱۳	۱۶	
	۶	۹	۴			
	۳		۷			
	۸	۵	۲			
				۱		

۳۶- مطابق شکل زیر:



۳۷- به عنوان مثال یک نمونه در شکل زیر مشاهده می شود:

۱	۱	۱	۱	۱
۱	-۴	۱	-۴	۱
۱	۱	۱	۱	۱
۱	-۴	۱	-۴	۱
۱	۱	۱	۱	۱

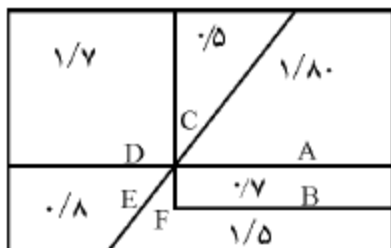
۳۸- به عنوان مثال نمونه‌ای از نوع چسباندن در شکل زیر مشاهده می شود:



۳۹- الگوریتم کار به شکل زیر است:

- دو بار پیمانه ۳ لیتری را پر کرده و در پیمانه‌ی ۷ لیتری خالی می‌کنیم.
- بار دیگر پیمانه‌ی ۳ لیتری را پر کرده و آن را تا جایی که پیمانه‌ی ۷ لیتری پر شود، درون آن خالی می‌کنیم (بدیهی است که در درون پیمانه‌ی ۳ لیتری ۲ لیتر شیر باقی خواهد ماند).
- پیمانه‌ی ۷ لیتری را در درون پیمانه‌ی ۱۰ لیتری خالی می‌کنیم.
- ۲ لیتر شیر موجود در پیمانه‌ی ۳ لیتری را در درون پیمانه‌ی ۷ لیتری می‌ریزیم.
- پیمانه‌ی ۳ لیتری را از پیمانه‌ی ۱۰ لیتری که محتوی ۸ لیتر شیر است پر کرده و در پیمانه‌ی ۷ لیتری خالی می‌کنیم.
- پایان.

۴۰- مطابق شکل زیر:



- موکت شماره ۱ شامل ناحیه‌های A و B و C می‌باشد.
- موکت شماره ۲ شامل ناحیه‌های B و E و F می‌باشد.
- موکت شماره ۳ شامل ناحیه‌های C و D و E می‌باشد.