



با سمه تعالی

جمهوری اسلامی ایران

وزارت آموزش و پرورش

مبارة علمی برای جوانان، زنده کردن روح جستجو و کشف واقعیت هاست.

(امام خمینی (ره))



سازمان ملی پژوهش استعدادهای درخشان

دفترچه سؤالات مرحله اول سال ۱۴۰۰

سی و دومین دوره المپیاد کامپیووتر

صبح - ساعت: ۰۹:۰۰

کد دفترچه: ۱

تعداد سؤالات	مدت آزمون (دقیقه)
۱۵	۹۰

نام: نام خانوادگی: شماره صندلی:

استفاده از هر نوع ماشین حساب ممنوع است.

توضیحات مهم

۱. کد دفترچه سؤالات شما ۱ است. این کد را در محل مربوط روی پاسخنامه با مداد پر کنید. در غیر این صورت پاسخنامه شما تصحیح نخواهد شد.
۲. بلافاصله پس از آغاز آزمون، تعداد سؤالات داخل دفترچه و وجود همه برگه های دفترچه سؤالات را بررسی نمایید. در صورت وجود هرگونه نقصی در دفترچه، در اسرع وقت مسؤول جلسه را مطلع کنید.
۳. یک برگ پاسخنامه در اختیار شما قرار گرفته که مشخصات شما بر روی آن نوشته شده است. در صورت نادرست بودن آن، در اسرع وقت مسؤول جلسه را مطلع کنید. ضمناً مشخصات خواسته شده در پایین پاسخنامه را با مداد مشکی بنویسید.
۴. برگه پاسخنامه را دستگاه تصحیح می کند، پس آن را تا نکنید و تمیز نگه دارید و به علاوه، پاسخ هر پرسش را با مداد مشکی نرم در محل مربوط علامت بزنید. لطفاً خانه مورد نظر را کاملاً سیاه کنید.
۵. پاسخ درست به هر سوال ۴ نمره مثبت و پاسخ نادرست ۱ نمره منفی دارد.
۶. شرکت کنندگان در دوره تابستانی از بین دانش آموزان پایه دهم و یازدهم انتخاب می شوند.
۷. دفترچه باید همراه پاسخنامه تحويل داده شود.
۸. خبرگاه المپیاد کامپیووتر: inoi.ir می باشد.

کلیه حقوق این سؤالات برای سازمان ملی پژوهش استعدادهای درخشان محفوظ است.

آدرس سایت اینترنتی: ysc-sampad.medu.ir

مرحله‌ی یکم سی و دومین المپیاد کامپیوتر کشور

- زمان آزمون ۹۰ دقیقه است.
- پاسخ درست به هر سوال ۴ نمره‌ی مثبت و پاسخ نادرست به هر سوال ۱ نمره‌ی منفی دارد.
- ترتیب گزینه‌ها به طور تصادفی است. حتماً کد دفترچه را وارد پاسخ‌نامه کنید.
- سوالات ۱۴ تا ۱۵ در دسته‌های چند سوالی آمده‌اند و قبل از هر دسته توضیحی ارائه شده است.

فرض کنید $\emptyset = A_0$ ، و به ازای هر عدد طبیعی n ، داشته باشیم $\{ \emptyset, \{A_{n-1}\} \} = A_n$. برای مثال $A_1 = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$. در عبارتی که برای نمایش A_1 نوشته می‌شود، اگر به جای هر علامت « \emptyset »، عبارت « $\{\}$ » را جایگزین کنیم، رشتی حاصل چند علامت « $\{ \}$ » خواهد داشت؟

۳۰) ۵ ۲۲) ۴ ۲۱) ۳ ۱۰۲۴) ۲ ۳۱) ۱

به یک عبارت ریاضی ساده گوییم، اگر تنها از اعداد طبیعی، دو عمل جمع و ضرب، و پرانتر ساخته شده باشد (لزومی ندارد از تمام موارد گفته شده استفاده شده باشد). فرض کنید مجموع تمام اعداد به کار رفته در یک عبارت ریاضی ساده، برابر ۸ باشد. اگر تمام اعداد این عبارت را در ۲ ضرب کنیم، حاصل عبارت حداکثر می‌تواند چند برابر شود؟

۲۰) ۵ ۱۶) ۴ ۸) ۳ ۵۱۲) ۲ ۲۵۶) ۱

سنگ، کاغذ، قیچی یک بازی معروف دو نفره است که به شکل زیر انجام می‌شود:

هر بازیکن یک دستش را به یکی از سه شکل سنگ، کاغذ و قیچی در می‌آورد (دو بازیکن به طور هم‌زمان این کار را انجام می‌دهند). اگر هر دو بازیکن یک شکل را انتخاب کرده باشند، نتیجه‌ی بازی مساوی می‌شود؛ در غیر این صورت، برنده به صورت زیر مشخص می‌گردد:

- اگر یک دست به شکل سنگ و دست دیگر به شکل قیچی باشد، برنده‌ی بازی کسی است که دستش به شکل سنگ است.
- اگر یک دست به شکل قیچی و دست دیگر به شکل کاغذ باشد، برنده‌ی بازی کسی است که دستش به شکل قیچی است.
- اگر یک دست به شکل کاغذ و دست دیگر به شکل سنگ باشد، برنده‌ی بازی کسی است که دستش به شکل کاغذ است.

۶ نفر با شماره‌های ۱ تا ۶ به ترتیب از راست به چپ در یک ردیف ایستاده‌اند. به ازای هر $i \leq 5 \leq i$ ، دست چپ نفر شماره‌ی i با دست راست نفر شماره‌ی $1 + i$ بازی سنگ، کاغذ، قیچی را (دقیقاً یک مرتبه) انجام می‌دهد. یک نفر خسته‌کننده نامیده می‌شود، اگر نتیجه‌ی هر دو بازی‌اش یکسان شود (یعنی هر دو بازی را ببرد، یا هر دو بازی را ببازد، یا هر دو بازی‌اش مساوی شود). نفرات با شماره‌های ۱ و ۶ (که تنها یک بازی انجام می‌دهند)، خسته‌کننده محسوب نمی‌شوند. در چند حالت متمایز از انجام بازی‌ها، فرد خسته‌کننده‌ای وجود ندارد؟ دو حالت از انجام بازی‌ها را متمایز در نظر می‌گیریم، اگر دستی باشد که در این دو حالت، دو شکل مختلف (از سه شکل سنگ، کاغذ، و یا قیچی) را انتخاب کرده باشد.

۷۷۷۶) ۵ ۶۹۹۸۴) ۴ ۷۲۹) ۳ ۱۱۶۶۴) ۲ ۲۳۳۲۸) ۱

مرحله‌ی یکم سی و دومین المپیاد کامپیوتر کشور

در یک مرغداری، برای باز شدن هر تخم مرغ و در آمدن جوجه از آن باید تعدادی نوک به آن زده شود (این مقدار به میزان استحکام پوست تخم مرغ بستگی دارد). ۷ تخم مرغ داریم که به ترتیب به $1, 0, 2, 1, 0, 6$ نوک برای باز شدن نیاز دارند. می‌خواهیم این تخم مرغ‌ها را در یک ردیف بچینیم. در هر مرحله، یکی از تخم مرغ‌هایی که به 0 نوک نیاز دارد، باز می‌شود و جوجه از آن بیرون می‌آید؛ سپس جوجهی بیرون آمده به تمام تخم مرغ‌های سمت راستش در ردیف 2 نوک می‌زند (اگر تخم مرغی به کمتر از 2 نوک نیاز داشته باشد، به همان مقدار مورد نیاز به آن نوک زده می‌شود). در چند ترتیب اولیه از تخم مرغ‌ها در ردیف مذکور، تمام تخم مرغ‌ها جوجه خواهند شد؟

۹۶) ۵

۱۴۴) ۴

۷۲۰) ۳

۱۲۰) ۲

۴۸) ۱

جدول زیر از ۸ سطر و ۸ ستون با شماره‌های ۱ تا ۸ تشکیل شده است:

۸								
۷								
۶								
۵								
۴								
۳								
۲								
۱								
	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸

به دو خانه مجاور می‌گوییم، اگر یک ضلع مشترک داشته باشند. هر گاه از خانه‌ی پایین-چپ جدول آغاز کنیم، هر مرحله به خانه‌ی مجاور راستی یا خانه‌ی مجاور بالایی برویم و در پایان به خانه‌ی بالا-راست جدول برسیم، یک مسیر استاندارد را طی کردہ‌ایم.

به ازای هر $8 \leq i, j \leq 1$ ، ارزش خانه‌ی واقع در سطر i و ستون j برای کیوان $j + i$ ، و برای پیمان $j - i$ است (ارزش برخی از خانه‌ها برای پیمان منفی می‌شود). برای هر یک از این دو نفر، ارزش یک مسیر استاندارد، برابر مجموع ارزش خانه‌های آن مسیر برای آن شخص است. میانگین ارزش تمام مسیرهای استاندارد برای کیوان و پیمان به ترتیب (از راست به چپ) چیست؟

۸) ۵

۴) ۴

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱

به یک جایگشت از اعداد ۱ تا n ابرزوج می‌گوییم، اگر مجموع هر ۳ عدد متولی در آن زوج باشد. بیشینه‌ی n را بیابید، به نحوی که جایگشتی ابرزوج از اعداد ۱ تا n وجود داشته باشد.

۸) ۵

۴) ۴

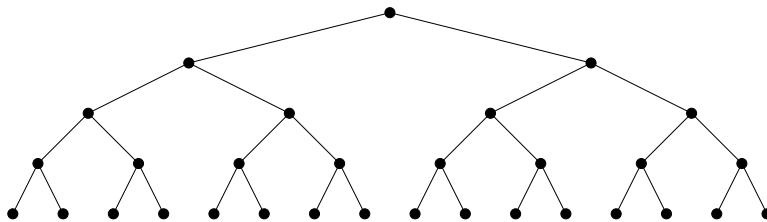
۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱

مرحله‌ی یکم سی و دومین المپیاد کامپیوتر کشور

۷ شکل زیر از ۳۱ رأس (نقطه) متمایز و ۳۰ یال (پاره خط) ساخته شده است.



فاصله‌ی دو رأس برابر کمترین تعداد یال‌های مورد نیاز برای رفتن از یکی به دیگری است. فاصله‌ی چند جفت رأس در این شکل برابر ۵ است؟ دقت کنید برای دو رأس a و b , جفت (a, b) و (b, a) یکسان محسوب می‌شوند.

۸۰ (۵) ۶۴ (۴) ۱۲۸ (۳) ۹۶ (۲) ۱۶ (۱)

۸ دانشآموز یک مدرسه در صفحی ایستاده‌اند و روی سر هر کدام از آنها کلاهی قرمز یا آبی قرار دارد. نظام در هر مرحله، یکی از دانشآموزان صفح را از صفح خارج کرده و به کلاس می‌فرستد. نحوه انتخاب دانشآموز توسط نظام در هر مرحله به شکل زیر است:

اگر تنها یک نفر در صفح باشد، همان فرد انتخاب می‌شود؛ در غیر این صورت (در صورت وجود حداقل دو نفر در صفح)، اگر نفر اول صفح کلاه آبی و نفر دوم کلاه قرمز داشته باشند، نفر دوم صفح، و در غیر این صورت، نفر اول صفح انتخاب می‌شود.

پس از ۱۰ مرحله، تمام دانشآموزان صفح به کلاس می‌روند. یک دنباله از رنگ‌های قرمز و آبی را به این صورت می‌سازیم که از یک دنباله‌ی خالی شروع می‌کنیم و به ازای هر دانشآموزی که از صفح خارج شد، رنگ کلاه او را در انتهای دنباله اضافه می‌کنیم. به دنباله‌ی ۱۰ عنصری حاصل دنباله‌ی سلطانی صفح می‌گوییم. تمام ۲۱^۰ حالت اولیه برای رنگ کلاه‌های دانشآموزان صفح، روی هم چند دنباله‌ی سلطانی متمايز تولید می‌کنند؟

۱۲۸ (۵) ۵۱۲ (۴) ۱۴۴ (۳) ۵۱۳ (۲) ۱۰۲۴ (۱)

۹ می‌خواهیم ۲۰ جایزه با ارزش‌های ۲^۰، ۲^۱، ... و ۲^{۱۹} را بین ۱۰ بچه تقسیم کنیم (لزومی ندارد به هر نفر دقیقاً ۲ جایزه برسد؛ حتی ممکن است به یک نفر هیچ جایزه‌ای نرسد). هر بچه به میزان مجموع ارزش جایزه‌های دریافتی اش خوشحال می‌شود. پس از پخش جایزه‌ها، به خوشحال‌ترین بچه، شنگول و به بچه‌ای که کمترین خوشحالی را دارد، منگول می‌گوییم. کمینه‌ی اختلاف خوشحالی شنگول و منگول چقدر است؟

۱) ۳۲۵۲۳ (۵) ۴۲۵۷۰۰ (۴) ۵۲۲۷۵۳ (۳) ۱۰۲۴ (۲) ۵۲۲۴۱ (۱)

۱۰ جدولی 3×2 داریم. به دو خانه از جدول مجاور گوییم، اگر یک ضلع مشترک داشته باشند. به مجموعه‌ای از خانه‌ها همبند گوییم اگر به ازای هر دو خانه‌ی A و B از آن مجموعه، بتوانیم از A آغاز کرده، هر مرحله به یک خانه‌ی مجاور برویم، و در پایان به B برسیم. به چند طریق می‌توان خانه‌های این جدول را به ۴ مجموعه‌ی همبند افزار کرد؟

۲۱ (۵) ۲۱ (۴) ۶ (۳) ۱۰ (۲) ۲ (۱)

مرحله‌ی یکم سی و دومین المپیاد کامپیوتر کشور

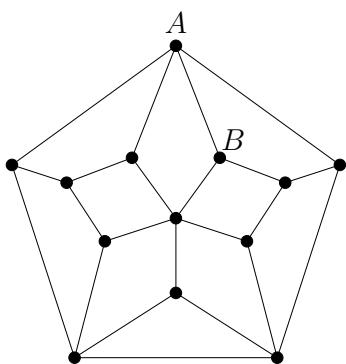
۱۱) یک جدول 3×2 داریم که در ابتدا، تمام خانه‌های آن سفید هستند. به دو خانه‌ی سفید با یک ضلع مشترک در جدول دومینوس می‌گوییم. الگوریتم زیر را اجرا می‌کنیم:

تا زمانی که در جدول دومینوس وجود دارد، از میان همه‌ی دومینوس‌ها، یکی را به صورت تصادفی (با احتمال‌های برابر) انتخاب کرده و هر دو خانه‌ی آن را سیاه می‌کنیم.

به چه احتمالی پس از پایان الگوریتم، کل جدول سیاه خواهد شد؟

- (۱) $\frac{1}{21}$ (۲) $\frac{5}{7}$ (۳) $\frac{3}{7}$ (۴) $\frac{3}{7}$ (۵) $\frac{17}{21}$

۱۲) در شکل زیر، به دو نقطه (رأس) مجاور می‌گوییم، اگر با یک پاره‌خط مستقیم به هم وصل باشند:



می‌خواهیم از نقطه‌ی A آغاز کنیم، در هر مرحله به یک نقطه‌ی مجاور برویم و پس از دقیقاً ۶ مرحله به نقطه‌ی B برسیم (عبور از نقطه یا پاره‌خط تکراری اشکالی ندارد). این کار به چند طریق ممکن است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۰ (۵) ۸

۱۳) فرض کنید $\langle a_1, a_2, \dots, a_{14} \rangle$ رشته‌ای از ارقام ۰ و ۱ باشد. به تعدادی رقم متولی و برابر، یک زنجیره می‌گوییم. زنجیره‌ای که بخشی از یک زنجیره‌ی بزرگ‌تر نباشد، بلوک نامیده می‌شود. برای مثال، رشته‌ی زیر از ۴ بلوک ساخته شده است:

$$\langle 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1 \rangle$$

الگوریتم زیر را اجرا می‌کنیم:

تا زمانی که تعداد بلوک‌های رشته بیشتر از یک است، بلوک اول و دوم (از سمت چپ) را در نظر می‌گیریم و بلوک کوچک‌تر را حذف می‌کنیم (اگر اندازه‌ی دو بلوک یکسان بود، بلوکی که شامل ارقام ۰ است، حذف می‌شود).

برای مثال، رشته‌ی بالا پس از یک مرحله به رشته‌ی $\langle 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1 \rangle$ تبدیل می‌شود. در میان تمام حالات ممکن برای رشته‌ی ۱۴ رقمی آغازین، کمینه‌ی تعداد ارقام رشته‌ی نهایی (پس از اجرای کامل الگوریتم مذکور) چیست؟

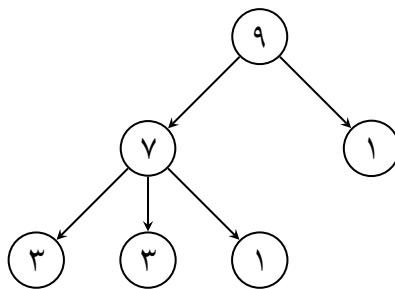
- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۵ (۵) ۳

مرحله‌ی یکم سی و دومین المپیاد کامپیوتر کشور

دنباله‌ای از اعداد طبیعی داریم. می‌خواهیم تعدادی رابطه بین اعداد این دنباله با شرایط زیر تعریف کنیم:

- در هر رابطه، دو عدد نابرابر درگیر می‌شوند که عدد بزرگ‌تر را پدر رابطه و عدد کوچک‌تر را فرزند رابطه می‌نامیم.
- هر عدد باید حداقل در یک رابطه، نقش فرزند را داشته باشد.
- مجموع فرزندان هر عدد باید کمتر یا مساوی خودش باشد.

به یک عدد بدستگال گوییم، اگر در هیچ رابطه‌ای فرزند نباشد. هدف، تعریف تعدادی رابطه بین اعداد دنباله است، طوری که تعداد عدهای بدستگال کمیه شود. به عنوان مثال، اگر دنباله‌ی اعداد برابر $(1, 1, 3, 3, 7, 9)$ باشد، می‌توانیم به شکل زیر، رابطه‌ها را طوری تعریف کنیم که فقط یک عدد بدستگال داشته باشیم (هر پاره خط جهت‌دار نشان‌گر یک رابطه است که از پدر به فرزند کشیده شده است):



با توجه به توضیحات بالا به ۲ سوال زیر پاسخ دهید

۱۴ اگر دنباله‌ی اعداد برابر $(4, 4, 5, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 5)$ باشد، حداقل چند عدد بدستگال خواهیم داشت؟

۵) ۵

۱) ۴

۳) ۳

۴) ۲

۲) ۱

۱۵ الگوریتم‌های زیر را در نظر بگیرید:

آ) دنباله‌ی اعداد را از بزرگ به کوچک مرتب، و سپس آن را پیمایش می‌کنیم. به ترتیب به هر عدد که رسیدیم، آن را فرزند کوچک‌ترین پدر ممکن قرار می‌دهیم (اگر پدر مجاز با شرایط مسئله برای او وجود نداشت، او را فرزند کسی قرار نمی‌دهیم و در نتیجه، بدستگال می‌شود).

ب) دنباله‌ی اعداد را از بزرگ به کوچک مرتب، و سپس آن را پیمایش می‌کنیم. به ترتیب به هر عدد که رسیدیم، آن را فرزند بزرگ‌ترین پدر ممکن قرار می‌دهیم (اگر پدر مجاز با شرایط مسئله برای او وجود نداشت، او را فرزند کسی قرار نمی‌دهیم و در نتیجه، بدستگال می‌شود).

پ) دنباله‌ی اعداد را از کوچک به بزرگ مرتب، و سپس آن را پیمایش می‌کنیم. به ترتیب به هر عدد که رسیدیم، با بررسی تمام حالات ایجاد رابطه بین این عدد و اعداد بدستگال کنونی کوچک‌تر از آن، بیشترین تعداد بدستگال ممکن را (مطابق با شرایط مسئله)، فرزند عدد فعلی قرار می‌دهیم.

کدام الگوریتم‌ها به ازای هر دنباله‌ی اولیه‌ای از اعداد، کمترین تعداد بدستگال ممکن را ایجاد می‌کنند؟

۱) ب و پ

۴) هیچ کدام

۳) هر سه

۲) آ و پ



لطفاً در این کادر چیزی ننویسید.

محله‌ای رله مرحده دولتی امداد و حمایت

۱۰۰ - ۱۰۰

کد ۱

مطابق توضیحات دفترچه تکمیل شود.

کد دفترچه

غلط:

صحیح:

لطفاً گزینه را به صورت کامل و فقط با مداد مشکی نرم پر کنید.

۱	۲	۳	۴	۵
۶	۷	۸	۹	۱۰
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵
۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵
۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰
۴۱	۴۲	۴۳	۴۴	۴۵
۴۶	۴۷	۴۸	۴۹	۵۰
۶۱	۶۲	۶۳	۶۴	۶۵
۶۷	۶۸	۶۹	۷۰	

۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵
۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷
۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹
۲۷	۲۸	۲۹	۳۰	
۳۱	۳۲	۳۳	۳۴	۳۵
۳۳	۳۴	۳۵	۳۶	۳۷
۳۵	۳۶	۳۷	۳۸	۳۹
۳۷	۳۸	۳۹	۴۰	
۵۱	۵۲	۵۳	۵۴	۵۵
۵۲	۵۳	۵۴	۵۵	۵۶
۵۴	۵۵	۵۶	۵۷	۵۸
۵۶	۵۷	۵۸	۵۹	۶۰
۷۱	۷۲	۷۳	۷۴	۷۵
۷۲	۷۳	۷۴	۷۵	۷۶
۷۴	۷۵	۷۶	۷۷	۷۸
۷۶	۷۷	۷۸	۷۹	۸۰

۴۱	۴۲	۴۳	۴۴	۴۵
۴۲	۴۳	۴۴	۴۵	
۴۴	۴۵	۴۶	۴۷	
۴۶	۴۷	۴۸	۴۹	
۴۸	۴۹	۵۰		
۵۱	۵۲	۵۳	۵۴	۵۵
۵۲	۵۳	۵۴	۵۵	
۵۴	۵۵	۵۶	۵۷	
۵۶	۵۷	۵۸	۵۹	
۵۸	۵۹	۶۰		

۶۱	۶۲	۶۳	۶۴	۶۵
۶۲	۶۳	۶۴	۶۵	
۶۴	۶۵	۶۶	۶۷	
۶۶	۶۷	۶۸	۶۹	
۶۸	۶۹	۷۰		
۷۱	۷۲	۷۳	۷۴	۷۵
۷۲	۷۳	۷۴	۷۵	
۷۴	۷۵	۷۶	۷۷	
۷۶	۷۷	۷۸	۷۹	
۷۸	۷۹	۸۰		

۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵
۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	
۱۳	۱۴	۱۵		
۱۴	۱۵			
۱۵				
۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	
۱۸	۱۹	۲۰		
۱۹	۲۰			
۲۰				

۳۱	۳۲	۳۳	۳۴	۳۵
۳۲	۳۳	۳۴	۳۵	
۳۳	۳۴	۳۵		
۳۴	۳۵			
۳۵	۳۶	۳۷	۳۸	۳۹
۳۶	۳۷	۳۸	۳۹	
۳۷	۳۸	۳۹		
۳۸	۳۹			
۳۹				
۴۰	۴۱	۴۲	۴۳	۴۴

۵۱	۵۲	۵۳	۵۴	۵۵
۵۲	۵۳	۵۴	۵۵	
۵۳	۵۴	۵۵		
۵۴	۵۵			
۵۵	۵۶	۵۷	۵۸	۵۹
۵۶	۵۷	۵۸	۵۹	
۵۷	۵۸	۵۹		
۵۸	۵۹			
۵۹				
۶۰	۶۱	۶۲	۶۳	۶۴

۷۱	۷۲	۷۳	۷۴	۷۵
۷۲	۷۳	۷۴	۷۵	
۷۳	۷۴	۷۵		
۷۴	۷۵			
۷۵	۷۶	۷۷	۷۸	۷۹
۷۶	۷۷	۷۸	۷۹	
۷۷	۷۸	۷۹		
۷۸	۷۹			
۷۹				
۸۰	۸۱	۸۲	۸۳	۸۴

محل امضاء

..... فرزند با کد ملی اینجانب

صحت اطلاعات مندرج در پاسخ برگ را با مشخصات خود تأیید می‌نمایم.